ÁLGEBRA Y TEORÍA DE NÚMEROS (Organizada por J. O. Araujo, F. Cukierman y S. Natale.)

Jueves - Mañana			Expositor	Coautores
9.00	CI 40	Nullstellensatz Aritmético	Teresa Krick	C. D'Andrea, M. Sombra
Intervalo 15'				
09.55	CC	Resultante de polinomios diferenciales multivariados	Gabriela Jeronimo	M. Blaum, L. D'Alfonso, P. Solernó
10.15	CC	Una descripción de las soluciones aisladas de sistemas polinomiales ralos no genéricos	María Isabel Herrero	G. Jeronimo, J. Sabia
10.35	CC	Irregularidad de los sistemas A-hipergeométricos vía soluciones de Nilsson	Federico Martínez	A. Dickenstein, L. Matusevich
Intervalo 10'				
11.05	CI 40	Clasificación de representaciones irreducibles sobre superálgebras de Lie conformes finitas simples	Carina Boyallián	
Intervalo 15'				
12.00	CC	Torres moderadas de tipo Kummer asintóticamente buenas	María Chara	R. Toledano
12.20	CC	Singularidades de hipersuperficies simétricas y una aplicación a los códigos de Reed-Solomon	Melina Privitelli	A. Cafure, G. Matera
12.40	CC	Sobre retículos cuantizadores en dimensión 4	Juan Miguel Velazquez Soto	J. P. Rossetti

Jueves - Tarde			Expositor	Coautores
15.30	CI 40	Funtores laxos y subdivisión baricéntrica	Matías del Hoyo	
Intervalo 15'				
16.25	CC	Una teoría de 2-Ind-objetos	María Emilia Descotte	
16.45	CC	A-homología y A-homotopía	Miguel Ottina	
17.05	CC	Clasificación de aplicaciones recubridoras	Laura Pezzatti	E. Dubuc
Intervalo 15'				
17.40	CC	Modelos de Gelfand para grupos de tipo G(m,p,n)	Karina Paz	J. Araujo
18.00	CC	Modelo de Gelfand para el grupo de Weyl W(D2n)	Mauro Natale	J. Araujo

Viernes - Mañana			Expositor	Coautores
9.00	CI 40	Álgebras inclinadas de conglomerado con todos sus ciclos cíclicamente orientados	Sonia Trepode	M. Barot
Intervalo 15'				
09.55	CC	Álgebras inclinadas de conglomerado de tipo E6 tilde	Natalia Bordino	E. Fernández, S. Trepode
10.15	CC	Una caracterización de las álgebras autoinyectivas vía las funciones de Igusa-Todorov	Olga Funes	A. Gatica, F. Huard, M. Lanzilotta
10.35	CC	El carcaj con relaciones de la extensión por relaciones de un álgebra de cuerdas	Andrea Gatica	I. Assem
Intervalo 10'				
11.05	CC	Dimensión de representación de un álgebra inclinada de conglomerado minimal de tipo infinito	Alfredo González Chaio	S. Trepode
11.25	CC	El carcaj de Auslander-Reiten de Cn(proyH)	Isabel Pratti	C. Chaio, M. J. Souto Salorio
11.45	CC	Sistemas estratificantes propios	Melina Verdecchia	O. Mendoza, M. I. Platzeck
Intervalo 15'				

12.20	CC	Análisis probabilístico de un algoritmo de búsqueda de ceros q-racionales de un polinomio multivariado	Mariana Pérez	A. Cafure, E. Cesaratto, G. Matera
12.40	CC	Estructuras de datos para la obtención de bases de Gröbner	Javier Trenti	A. Sángari, F. Albarado

Viernes - Tarde			Expositor	Coautores
15.30	CI 40	La estructura de álgebra de Lie graduada de la cohomología de Hochschild de un álgebra de grupo modular	Selene Sanchez Flores	
		Intervalo 15'		
16.25	CC	Sobre racks simples y álgebras de Hopf punteadas	Gastón Andrés García	N. Andruskiewitsch, F. Fantino, L. Vendramín
16.45	CC	Representaciones de la categoría de módulos de álgebras de Hopf punteadas sobre S_3 y S_4	Agustín García Iglesias	M. Mombelli
17.05	CC	Cohomología de Hochschild de álgebras de Weyl	Quimey Vivas	A. Solotar, M. Suárez-Álvarez
		Intervalo 15'		
17.40	CC	Un enfoque tannakiano a la teoría de Galois de Grothendieck	Martín Szyld	
18.00	CC	Sucesiones exactas de categorías tensoriales	Sonia Natale	A. Bruguières

ANÁLISIS FUNCIONAL Y COMPLEJO (Organizada por Silvia Lassalle y Pedro Massey)

Viernes - Mañana			Expositor	Coautores
9.30	CC	Ángulos principales, mayorización y métricas angulares	Diana Pastrian	J. Antezana
10.00	CC	Funciones concavas y matrices expansivas	Nancy Kruse	P. Massey, I. Mosconi
10.30	CI	Splines abstractos en espacios de Krein	Francisco Martínez Pería	J. Giribet, A. Maestripieri
		Intervalo 15'		
11.30	CC	Teorema de Schur-Horn en factores semifinitos	Pedro Massey	M. Argerami
12.00	CC	Órbitas unitarias de operadores de compresión	Eduardo Chiumiento	Ma. E. Di Iorio

Viernes - Tarde			Expositor	Coautores
15.30	CI	Dualidad en sistemas de reconstrucción	Mariano Ruiz	P. Massey, D. Stojanoff
16.20	CC	Sobre dualidad en álgebras de Banach	Carlos Peña	
		Intervalo 15'		
17.00	CI	M-ideales en Espacios de Polinomios	Verónica Dimant	
17.50	CC	Sobre estudios de dualidad en álgebras de Banach inducidas por operadores diagonales	Ana Paula Madrid	

Sabado - Mañana			Expositor	Coautores
10.00	CC	Fórmulas para las derivadas de orden (k-1) de la delta de Dirac soportada en [a1(x1)^2+...+an(xn)^2]^m	Manuel Aguirre	
10.30	CC	El producto distribucional de los núcleos Ns(x) . Nm(x)	Marta García	
		Intervalo 15'		

11.05	CC	Characterization of robust lipschitzian of the feasible solution map	Andrea Ridolfi	P. Ochoa,V. Vera de Serio
11.35	CC	Espacios de sucesiones y convergencia estocástica	Ana Barrenechea	

ANÁLISIS NUMÉRICO (Organizado por R. Durán y C. Padra)

Viernes - Tarde			Expositor	Coautores
15.30	CI 40	Aproximación numérica del espectro del rotacional	R. Rodriguez	Pablo Venegas
16.20	CC	Un método de elementos finitos hp adaptativo para aproximar los modos de virbración de un sistema de Fluido-Estructura	M. G. Arnmentano	
Intervalo 10'				
17.00	CC	Aproximación adaptativa de problemas elípticos no lineales	E. Garau	
17.20	CC	Un método de elementos finitos adaptativo para el operador de Laplace-Beltrami	P. Morin	Khamron Mekchay, Ricardo H. Nochetto
17.40	CC	Metodo de Galerkin discontinuo para el p(x)-Laplaciano	S. Martinez	

Sábado- Mañana			Expositor	Coautores
9.50	CC	Análisis Numérico de la Convergencia de Problemas de Control Optimo Elíptico Distribuido Respecto del Coeficiente de Transferencia de Calor	D. Tarzia	
10.10	CC	Refinamiento de soluciones numéricas de ecuaciones diferenciales en un contexto wavelet-Galerkin	V. Vampa	
10.30	CC	El Método de Cuadratura Discreta en la Ecuación de Schrödinger en coordenadas hiperesféricas	V. Y. González	. D. Colavecchia y G. Gasaneo

ANÁLISIS REAL Y ARMÓNICO-TEORÍA DE APROXIMACIÓN (Organizada por Héctor Cuenya, Sheldy Ombrosi y Carlos Peña)

Jueves- Mañana	Moderador: Sheldy Ombros		Expositor	Coautores
9.00	CI 40	El Mejor Aproximante Extendido en Espacios de Orlicz	Sergio Favier	
Intervalo 10'				
9.50	CC	Extensión del operador de mejor aproximación polinomial	Héctor Cuenya	
10.10	CC	Error asintótico en normas generales para ciertas clases completamente interpolantes	Nicolás Cortes	Felipe Zó
10.30	CC	Mejor aproximación a datos distribuidos en una banda	Claudia Rodriguez	Héctor Cuenya, Fabián Levis
Intervalo 15'				
11.05	CI 40	Wavelets y regularidad Besov de temperaturas	Hugo Aimar	
Intervalo 10'				
11.55	CC	Existencia de generadores simétricos para espacios invariantes por traslaciones simétricos	Gustavo Masaccesi	
12.15	CC	Diseño de funciones elementales combinando la transformada wavelet y la transformada de Hilbert	Marcela Fabio	Eduardo Serrano
12.35	CC	Un espacio fraccionario del tipo BMO y sistemas afines	Horacio De Pasquale	

Jueves-Tarde	Moderador: Héctor Cuenya		Expositor	Coautores
15.30	CI 40	Cotas superiores para conjuntos de Furstenberg generalizados	Ezequiel Rela	
		Intervalo 10'		
16.20	CC	Caracterización de duales generalizados a partir de un potencial de marco mixto	Sigrid Heineken	Ivana Carrizo
15.40	CC	Reordenamiento del conjunto de Cantor	Leandro Zuberman	K. Hare-F. Mendivil
16.00	CC	Sobre clases de tipo Lipschitz y bases de Haar en espacios métricos con medidas	Luis Nowak	Hugo Aimar
16.20	CC	Sobre una propiedad de las premedidas packing	Ignacio Garcia	

Viernes - Mañana			Expositor	Coautores
9.30	CI 40	Desigualdad de Fefferman-Stein para el operador maximal fraccionario lateral	Liliana de Rosa	
		Intervalo 15'		
10.25	CC	Acotaciones de operadores multilineales de tipo potencial	Osvaldo Gorosito	Ana Bernardis- Gladis Pradolini
10.45	CC	Acotaciones óptimas para el operador integral fraccionario	Jorgelina Recchi	Sheldy Ombrosi - Carlos Pérez
11.05	CC	Caracterización puntual de funciones en Espacios de tipo Lipschitz integral con p variables	Mauricio Ramseyer	Oscar Salinas- Beatriz Viviani
		Intervalo 15'		
11.40	CC	Estimaciones con pesos para operadores fraccionarios multilineales	Gladis Pradolini	
12.00	CC	Extrapolación de operadores con pesos desde infinito de operadores multilineales	Silvina Riveros	

Viernes - tarde	Moderador: Pablo Viola		Expositor	Coautores
15.30	CI 40	Anàlisis real asociado a funciones convexas y regularidad de soluciones de la ecuaciòn de Monge-Ampere	Liliana Forzani	
		Intervalo 20'		
16.30	CC	Acotaciones en el espacio de Lebesgue extremo de la integral fraccionaria asociada al semi-grupo de Laguerre	Adrián Cabral	Bruno Bongioanni- Anibal Chico-Ruiz
16.50	CC	Desigualdades con pesos para la integral fraccionaria de funciones radiales	Irene Drelichman	Pablo De Napoli- Ricardo Durán
17.10	CC	Multiplicadores dados por una transformada de Laplace para desarrollos en funciones de Laguerre	Pablo De Napoli	
17.30	CC	Sobre operadores elípticos singulares no esencialmente autoadjunto y propagación de ondas	Marisa Toschi	Marcela San Martino

APLICACIONES DE LA MATEMÁTICA (Organizada por Lisandro Parente y Elvio A. Pilotta)

Jueves - Mañana			Expositor	Coautores
9.00	CI 40	Un método de elementos finitos adaptativo para problemas de optimización de forma	Pedro Morin	
		Intervalo 15'		
9.55	CC	Control orientado a terapia de un modelo diferencial ordinario de crecimiento tumoral	M. E. Castillo	C. C. Canalejo, E. Fernández-Cara, M. Marín Beltrán
10.15	CC	Localización de tumores mediante Optimización de Formas	J. P. Agnelli	C. Padra. C. V. Turner

10.35	CC	Modelo matemático para el crecimiento tumoral con quimioterapia	D. Knopoff	G. Torres, C. V. Turner
10.55	CC	Tratamiento óptimo de quimioterapia	M. Hernández	A. Barrea
Intervalo 10'				
11.05	CC	Un modelo discreto de la red regulatoria del factor nuclear NF-κB	M. Pérez Millán	J. Fuxman Bass, A. Salam Jarrah
11.25	CC	Sistemas homogéneos y monótonos - Modelos poblacionales con dos sexo	M. Ferrari	A. Saavedra, C. Pérez
11.45	CC	Cálculo del Número Reproductivo Básico como Autovalor Dominante del Operador Próxima Generación para el Ciclo Silvestre de Transmisión de la Leishmaniasis Tegumentar Americana	J. C. Rosales	H. M. Yang, J. E. Garzón
12.05	CC	Incentivos para la investigación interdisciplinaria	A. Barrea	

Jueves - Tarde			Expositor	Coautores
15.30	CI 40	Saturación global para métodos de regularización espectrales con calificación óptima	Karina Temperini	G. Mazzieri, R. Spies
Intervalo 15'				
16.25	CC	Convergencia radial de regularizaciones de tipo Tikhonov-Phillips con combinaciones lineales de seminormas generadas por operadores diferenciales.	G. Mazzieri	R.Spies, K. Temperini
16.45	CC	Una ecuación en derivadas parciales como un problema de momentos bidimensional	M. B. Pintarelli	F. Vericat
Intervalo 10'				
17.15	CC	Una entropía local basada en Wavelet Leaders	M. Rosenblatt	E. Serrano, A. Figliola
17.35	CC	Soluciones debiles de vigas con discontinuidades intermedias mediante el uso de la teoria de Timoshenko	A. Sángari	R. Grossi, V. Quintana
17.55	CC	El uso de funciones de Laguerre en la aproximación de ciertas integrales multicéntricas	C. Denner	A. Rosso, J. Cesco, J. Pérez, O. Taurian

Viernes - Mañana			Expositor	Coautores
9.00	CI 40	Tratamiento numérico de un problema de transferencia de calor y masa	Cristina Sanziel	M. Olguín, E. Santillán Marcus
Intervalo 10'				
9.50	CC	Control óptimo de la frontera libre en un proceso de desublimación	E. Mancinelli	E. Santillán Marcus
10.10	CC	Relaciones entre iteración de valores y horizonte móvil en problemas de control óptimo estocástico	E. Della Vecchia	S. Di Marco, A. Jean-Marie
10.30	CC	Una condición suficiente sobre las restricciones de estado de un problema de control óptimo con una medida de Radon involucrada en la dinámica	E. Phillip	H. Zidani, E. Mancinelli
Intervalo 15'				
10.45	CC	Autoespacios del grafo de Hamming H(2n,2). Aplicaciones en compresión de imágenes	J. Lezama	F. Levstein, C. Maldonado, D. Penazzi
11.05	CC	Resolución de problemas de coordinación hidrotérmica con restricciones de red mediante métodos proximales	L. A. Parente	P.Lotito, A. Rubiales

11.25	CC	Un planteo binivel para el problema de la contaminación vehicular del aire	J. Walpen	E. Mancinelli
11.45	CC	Análisis y formulaciones de un algoritmo de restauración inexacta para optimización bilevel	E. A. Pilotta	G. Torres

Viernes - Tarde			Expositor	Coautores
15.30	CC	Problema Estacionario asociado a Ecuaciones Integro-diferenciales provenientes de modelos tipo Black-Scholes con saltos y costos de transacción	C. Aberbuj	P. Amster
15.50	CC	Modelo de agentes interactuantes con estrategias complejas para un mercado financiero.	J. J. M. Martínez	
16.10	CC	Modelo markoviano de un sistema logístico	E. Serrano	E. diTada
16.30	CC	Filtros no lineales en Potenciales Evocados de Redes Neuronales	R. Cardo	A. Corvalán

ECUACIONES DIFERENCIALES (Organizada por Noemí Wolanski y Julián Fernández Bonder)

Jueves - Tarde			Expositor	Coautores
15.15	CI 40	Crecimiento anómalo de autovalores en problemas singulares	Juan Pablo Pinasco	
16.00	CI 40	Condiciones del tipo de Lazer-Leach no asintóticas para un oscilador nolineal	Pablo de Napoli	Pablo Amster, Pablo de Napoli
16.45	CC	Existencia y multiplicidad de soluciones positivas para ciertos problemas superlineales	Uriel Kaufman	Tomás Godoy, Sofía Paczka
Intervalo 15'				
17.15	CI 40	Un Problema de Optimizacion para la mejor constante de Sobolev en dominios con agujeros	Leandro del Pezzo	
18.00	CC	Análisis de estabilidad de soluciones periódicas	Griselda Itovich	Moiola, Jorge L.
18.20	CC	Ciclos periódicos en una ecuación del tipo de van del Pol con retardo	Andrea Bel	Walter Reartes
18.40	CC	Bifurcaciones degeneradas de Hopf en el dominio frecuencia	Paola Bonfilli	A. Torresi, G. Calandrini, J. Moiola

Viernes - Mañana			Expositor	Coautores
9.00	CI 40	Sobre la desigualdad de Harnack parabólica y la dimensión del espacio tiempo	Hugo Aimar	
9.40	CC	Existencia de Inversos a derecha para operadores diferenciales lineales de primer orden	Francisco Nicolás	
10.00	CC	Impredecibilidad del tiempo de explosión para pequeñas perturbaciones aleatorias de sistemas dinámicos con Blow-up	Santiago Saglietti	Pablo Groisman
10.20	CC	Estudio analítico de un modelo de desublimación de humedad en un medio poroso finito mediante ecuaciones integrales de Volterra	Santillán Marcus	Eduardo A. Santillan Marcus, Ma. Fernanda Natale
Intervalo 20'				
11.00	CI 40	Comportamiento asintotico and multiplicidad para ecuaciones singularmente perturbadas con simetria	Nicolás Saintier	
11.40	CC	Existencia de soluciones periódicas para ciertos sistemas no lineales	Mariel Paula Kuna	Pablo Amster
12.00	CC	Existencia de solución para un sistema con la no linealidad dependiendo de los valores de la solución en el borde.	Alberto Deboli	Amster Pablo

ESTADISTICA (Organizada por Ricardo A. Maronna - Jorge G. Adrover)

Jueves - Mañana			Expositor	Coautores
9.30	Cl 40	Inferencia Estadística bajo Restricciones de Orden.	Enrique Alvarez	
Intervalo 15'				
10.30	CC	Función de influencia de una propuesta robusta para componentes principales funcionales	Lucas Bali	Graciela Boente
10.50	CC	Predicción y discriminación no paramétrica para datos funcionales	Pamela Llop	Ricardo Fraiman, Liliana Forzani
11.10	CC	Una propuesta de estimación robusta en modelos parcialmente lineales con errores en las variables	Paula Spano	Ana M. Bianco
11.30	CC	Métodos robustos para correlaciones canónicas	Stella Maris Donato	Jorge G. Adrover
Intervalo 15'				
12.00	Cl 40	Geometría Riemanniana y medidas de influencia local en el modelo de regresión	Patricia C. Giménez	

FISICA MATEMATICA (Organizada por Javier Fernandez y Osvaldo Santillán)

Viernes - Mañana			Expositor	Coautores
9:30	Cl 40	Dinámica y control impulsivo de una bola simétrica no homogénea	S. Ferraro	H. Cendra, M. Etchechoury
Intervalo 15'				
10.25	CC	Quasivelocidades y control óptimo de sistemas mecánicos	L. Colombo	
10.45	CC	Sobre la discretización de problemas de control óptimo de sistemas mecánicos infractuados	M. Zuccalli	L. Colombo, D. de Diego
11.05	CC	Sistemas AKS y problemas variacionales no estándar	S. Capriotti	
Intervalo 15'				
11.40	Cl 40	D-branas y variedades de Frobenius	J. Devoto	

Sábado - Mañana			Expositor	Coautores
9.30	Cl 40	Introducción a las teorías topológicas de campos	O. Santillán	
Intervalo 15'				
10.25	CC	Espacio de Einstein Conforme en el formalismo de superficie nula	M. Bizzotto	
10.45	CC	Existencia de estados fundamentales para la ecuación 1D de Schrodinger relativista	J. Borgna	
11.05	CC	Operadores Toeplitz con símbolo radial	R. Ramirez	G. Rossini, M. Sanmartino
Intervalo 15'				
11.40	Cl 40	Funciones Espectrales de Operadores Diferenciales con Coeficientes Singulares	Falomir	

GEOMETRÍA (Organizada por Eduardo Hulett y Carlos Olmos)

Jueves - Mañana			Expositor	Coautores
9.30	Cl 40	Variedades de Curvatura no positiva	Gabriel Larrotonda	
Intervalo 10'				

10.20	CI 40	Killing-Yano tensors y w-álgebras	Osvaldo Santillán	
Intervalo 15'				
11.15	CC	La unicidad de la conexión canónica en espacios naturalmente reductivos	Silvio Reggiani	Carlos Olmos
11.35	CC	Estructuras de Poisson en el fibrado cotangente de un grupo de Lie	Alfredo Gonzales	
11.55	CC	Solitones de Ricci en grupos de Lie 2-pasos nilpotentes	David Oscari	Jorge Lauret
12.15	CC	Estructuras simplécticas en Nilvariedades	Viviana del Barco	Isabel Dotti

Jueves - Tarde			Expositor	Coautores
15.00	CI 40	Estructuras complejas abelianas en grupos de Lie y aplicaciones a la geometría	Adrián Andrada	
Intervalo 15'				
15.55	CI 40	Teoría espectral del operador de Atiyah-Patodi-Singer en variedades compactas planas	Ricardo Podestá	
Intervalo15'				
16.50	CC	Serie e invariante eta para una familia infinita de variedades con grupo de holonomía cíclico de orden potencias de 2	Ricardo Podestá	Roberto Miatello
17.10	CC	Sobre la distribución de nulidad de subvariedades del espacio euclideo o de la esfera	Francisco Vittone	Carlos Olmos
17.30	CC	Inmersiones conformes de superficies de Riemann en S^4	Eduardo Hulett	
17.50	CC	Algunas propiedades de la curvatura total central de curvas en el 3-espacio de Lorentz	Graciela Desideri	
18.10	CC	Conexiones abelianas en variedades complejas	Maria Laura Barberis	Adrián Andrada, Isabel Dotti
18.30	CC	Reducción Simpléctica aplicada al fibrado cotangente magnético de un grupo de Lie	Verónica S. Diaz	

Viernes- Mañana			Expositor	Coautores
10.00	CC	Aplicación del algoritmo de Koebe a regiones simplemente conexas	Cristina Eguez	Antonio Sangari, Ana Aramayo
10.20	CC	Operadores de Convexidad en una geometría de Coppel con una topología	Alberto Formica	Juan Carlos Bressan
Intervalo 10'				
10.50	CC	Variedades Combinatorias no-Homogéneas	Nicolás Capitelli	Gabriel Minian
11.10	CC	Pequeñas perturbaciones en espacios finitos	Manuela A. Cerdeiro	
11.30	CC	Versiones combinatorias de la dualidad de Alexander	Jorge Tomás Rodriquez	

LOGICA Y COMPUTABILIDAD (Organizada por José Luis Castiglioni y Ricardo Oscar Rodriguez)

Jueves - Mañana			Expositor	Coautores
9.00	CC	Juego cooperativo con uso de información	P. Galdeano	
9.30	CC	Bringing Empathy to Game Theory	I. Viglizzo	Thomé, F.
Intervalo 15'				
10.15	CI 30	Extensiones modales en retículos orthomodulares	H. Freytes	
Intervalo 15'				

11.30	CC	Descomponibilidad de álgebras libres en variedades de reticulados residuales pseudocomplementados	P. Díaz Varela	D. Castaño y A. Torrens
12.00	CC	Indescomponibilidad de álgebras libres en algunas subvariedades de reticulados residuados y sus subreductos implicativos acotados	D. Castaño	P. Díaz Varela y A. Torrens
12.30	CC	Completud local afín de retículos residuados	H. San Martín	J.L. Castiglioni

Jueves - Tarde			Expositor	Coautores
14.30	CC	Indemostrabilidad de la Caracterización Lógica de la Bisimulación	P. Sanchez Terraf	
15.00	CC	$H^{â¨}$-álgebras con operador $\Diamond$	D. Montangie	S. Celani
15.30	CC	Propiedad de Hennessy-Milner en modelos monótos	S. Celani	
		Intervalo 15'		
16.15	CI 30	Cómputo de bisimulaciones y descripción de algunos fragmentos de la lógica modal	S. Figueira	
		Intervalo 15'		
17.30	CC	Sistemas de tipos intersección puros	A. Arbiser	
18.00	CC	Fibrilación de Lógicas Matriciales con Identifación de Conectivos	V. Fernández	N. Naccarato

Viernes - Mañana			Expositor	Coautores
9.00	CC	Una dualidad discreta para las álgebras de Heyting simétricas temporales	G. Pelaitay	A. Figallo y C. Sanza
9.30	CC	Lógica semi-Intuicionista	J.M. Cornejo	
		Intervalo 15'		
10.15	CI 30	Sobre Cuantificadores de Henkin y la Lógica de Información Completa Información Imperfecta	R. Grimson	
		Intervalo 15'		
11.30	CC	Sobre las Df2-Álgebras finitas	C. Gómez	A. V. Figallo
12.00	CC	MI-BCK-álgebras de subintervalos	E. Pick	A. Figallo, S. Saad
12.30	CC	Congruencias en los semi retículos implicativos modales (n+1)- valuados	M.C. Canals Frau	

Viernes - Tarde			Expositor	Coautores
14.30	CC	Estructuras ω-Twist para las Lógicas infinito-valente de Gödel	F. Ramos	C. Murciano
15.00	CC	Interdefinibilidad de Cuantificadores Existenciales en las Álgebras de Lukasiewicz Trivalentes	M. Lattanzi	A. Petrovich
		Intervalo 15'		
15.45	CC	La implicación débil en las m-álgebras de Lukasiewicz generalizadas de orden n	C. Gallardo	A.Zilliani
16.15	CC	Equivalencia natural entre MV-álgebras monádicas y l-grupos monádicos con unidad fuerte	C. R. Cimadamore	M. Abad y P. Diaz Varela
16.45	CC	Funciones algebraicas y endoprimalidad	Campercholi	D. Vaggione

MATEMATICA DISCRETA, COMBINATORIA Y OPTIMIZACION (Organizada por L. Alcón y V. Leoni.)				
Jueves - Mañana			Expositor	Coautores
9.00	CI 40	40 años de coloreo equitativo en 40 minutos	Marcelo Mydlarz	
Intervalo 10'				
9.50	CC	Sobre la Conjetura N0-N a partir de la relajación clique	Pablo Fekete	Mariana Escalante
10.10	CC	Indice de profundidad de facetas para problemas de cubrimiento en matrices circulantes	Mariana Escalante	Bianchi Silvia, Montelar M. Susana
10.30	CC	Convergencia de Conos y Conjuntos convexos en la Estabilidad de Sistemas de inecuaciones lineales semi-infinitos	Liliana Zaragoza	
Intervalo 15'				
10.45	CI 40	Instancias polinomiales del problema del conjunto estable de peso máximo: una clase que contiene estrictamente a los grafos perfectos	Graciela Nassini	
Intervalo 15'				
11.40	CC	Coloreo de empaquetamiento en ciertas familias de árboles	Pablo Torres	Gabriela Argiroffo, Graciela Nasini
12.00	CC	A condition of Hamiltonicity over Cayley digraphs on generalized dihedral groups	Daniel A. Jaume	Adrián Pastime
12.20	CC	Reducciones polinomiales entre los problemas de empaquetamientos limitados y de conjuntos dominantes en grafos	Valeria Leoni	Patricia Dobson, Graciela Nasini
Viernes - Mañana			Expositor	Coautores
9.00	CI 40	Reconocimiento de Grafos Arco-Circulares Unitarios	Min Chih Lin	
Intervalo 10'				
9.50	CC	Caracterización de grafos probe de bloques por subgrafos prohibidos	Luciano Grippo	Flavia Bonomo, Guillermo Durán, Martín Safe
10.10	CC	Reconocimiento de grafos clique en la clase de grafos splits	Liliana Alcón	Luerbio Faria, Celina Figueiredo, Marisa Gutierrez
10.30	CC	Caracterización de los grafos arista-perfectos por subgrafos prohibidos	Martín D. Safe	Flavia Bonomo, Mitre C. Dourado, Guillermo Durán, Luerbio Faria, Luciano N. Grippo
Intervalo 15'				
10.45	CI 40	Problemas de optimización combinatoria en el diseño de redes de comunicaciones	Irene Loiseau	
Intervalo 10'				
11.35	CC	Convergencia del método del Lagrangeano aumentado a soluciones degeneradas	Damián Fernandez	
11.55	CC	Condiciones de optimalidad basadas en arcos para problemas de optimización multiobjetivo	Graciela N. Sottosanto	María C. Maciel, Sandra A. Santos
Intervalo 5'				
12.20	CI 40	Regularización implícita de Cuadrados Mínimos en Reconstrucción de Imágenes	Nélida Echebest	
TEORÍA DE LIE (Organizada por A. Tiraboschi y T. Bratten)				
Viernes - Tarde			Expositor	Coautores

15.30	CI 40	Súper álgebras de Hopf punteadas	N. Andruskiewitsch	I. Angiono y H. Yamane
Intervalo 10'				
16.20	CI 40	La cohomología de la sombra nilpotente de un álgebra de Lie soluble	P.Tirao	L. Cagliero
Intervalo 20'				
17.20	CC	Homología Adjunta de una familia de nilradicales 2-pasos nilpotentes	María Alejandra Alvarez	P. Tirao
17.40	CC	Estructuras de Hom-Lie Algebras sobre sl(2,C)	Lina Jimenez	Amelia Barrionuevo
18.00	CC	El Teorema de Kostant para U(n,1)	Tim Bratten	Jose Araujo
18.20	CC	La homología de extensiones abelianas de la subálgebra de Borel de sl(2,C)	Elda Graciela Canterle	Leandro Roberto Cagliero

Sábado - Mañana			Expositor	Coautores
9.00	CC	Solución fundamental de ciertos operadores diferenciales de segundo orden en el grupo de Heisenberg	Isolda Cardoso	Linda Saal
9.20	CI 40	Conjuntos fundamentales de soluciones de las ecuaciones hipergeométricas matriciales generalizadas	S. Simondi	P. Román
Intervalo 20'				
10.20	CC	Sobre la Conjetura del Rango Toral en álgebas de Lie 3-pasos nilpitentes graduadas	Mónica Nancy Cruz	Leandro Roberto Cagliero
10.40	CC	Representaciones de peso máximo cuasifinito irreducible de W^N_{\infty}	Meinardi Vanesa	Boyallian Carina
11.00	CC	Una cota inferior para las representaciones fieles de dimensión finita de álgebras de Lie nilpotentes.	Nadina Rojas	Leandro Cagliero
Intervalo 10'				
11.30	CC	Estructura de nilradicales de subalgebras parabolicas	Ana Sustar	Paulo Tirao
11.50	CC	Funciones esféricas y polinomios ortogonales en la tres-esfera	Ignacio Zurrián	Inés Pacharoni, Juan Alfredo Tirao

TEORÍA DE PROBABILIDAD (Organizada por Inés Armendáriz y Pablo Ferrari)

Jueves - Tarde			Expositor	Coautores
15.30	CI 50	Scheduling in wireless data systems: stability and asymptotic optimality	Matthieu Jonckheere	U. Ayesta, M. Erausquin, M. Verloop
16.20	CC	Subcriticalidad en un modelo de percolación	Sebastián Grynberg	Cristian Coletti
Intervalo 10'				
16.50	CI 50	Modelos Causales Graficos : presentación y nuevas propuestas para identificar distribuciones contrafactuales.	Mariela Sued	Julieta Molina
17.40	CC	Wavelet expansion of some stable random processes	Juan Miguel Medina	Bruno Cernuschi Frías
Intervalo 10'				
18.10	CC	Acoplamiento de difusiones	Sergio López Ortega	
18.30	CC	Generalización del modelo de Maki-Thompson para la difusión de un rumor	Pablo Rodríguez	Élcio Lebensztayn y Fabio Prates Machado

Viernes - Mañana			Expositor	Coautores

9.00	CI 50	Maximización de la probabilidad de supervivencia de una compañía de seguros permitiendo inversiones en bienes no líquidos	Nora Muler	Pablo Azcue
9.50	CC	Funciones armónicas en grafos aleatorios y paseos al azar en triangulaciones de Poisson-Delaunay	Pablo Groisman	Pablo Ferrari, Rafael Grisi
Intervalo 10'				
10.20	CI 50	How to compute the law of the asymptotic angle of a competition interface	Leandro Pimentel	Eric Cator
11.10	CC	Teorema Central del Límite para Procesos Continuos I-descomponibles	Ana Tablar	José Bavio, Melina Guardiola

Índice

1. Álgebra y Teoría de Números

Organizan: Fernando Cukierman, Sonia Natale, José Araujo

Conferencia Invitada
Teresa Krick
Universidad de Buenos Aires

Nullstellensatz Aritmético

En este trabajo en curso, presentamos nuevos resultados para el Nullstellensatz efectivo aritmético. En particular obtenemos lo siguiente, donde se recuerda que la altura $\mathrm{h}(f)$ de un polinomio $f \in \mathbb{Z}[x_1, \dots, x_n]$ es el logaritmo del máximo de los valores absolutos de sus coeficientes:

Teorema.– Sean $f_1, \dots, f_s \in \mathbb{Z}[x_1, \dots, x_n]$ $s \leq n+1$ polinomios no constantes sin ceros comunes en $\mathbb{C}^n$, y sean $d_i := \mathrm{gr}(f_i)$ y $h_i := \mathrm{h}(f_i)$ para $1 \leq i \leq s$. Entonces existen $\alpha \in \mathbb{N}$ y $g_1, \dots, g_s \in \mathbb{Z}[x_1, \dots, x_n]$ tales que

$$\alpha = g_1 f_1 + \cdots + g_s f_s$$

con

- $\mathrm{gr}\Big(g_i f_i\Big) \leq d_1 \cdots d_s$,
- $\log(\alpha), \mathrm{h}(g_i) + \mathrm{h}(f_i) \leq d_1 \cdots d_s \Big(\sum_{k=1}^{s} \frac{h_k}{d_k} + (4n+12)\log(n+2)\Big)$.

Este resultado mejora fundamentalmente los resultados previos [Phi90], [BeYg91-99], [KPS01], y es esencialmente optimal en los ejemplos conocidos que proveen cotas inferiores. Se extiende a un número arbitrario de polinomios, y también al Nullstellensatz en su forma fuerte.

En nuestro trabajo es obtenido como caso particular de un Nullstellensatz aritmético sobre variedades, para el cual éstas son las primeras cotas de altura en la literatura. Asimismo se obtienen los resultados análogos sobre cuerpos de funciones racionales (Nullstellensatz paramétrico).

Nuestro desarrollo sigue la construcción presentada por Z. Jelonek [Jel05] para el Nullsellensatz efectivo, extendiéndola al contexto aritmético. Con ese fin presentamos versiones aritméticas del teorema de Perron [Per27], i.e. cotas para los exponentes y coeficientes de la ecuación implícita de una hipersuperficie parametrizada por polinomios enteros. Estas se obtienen como consecuencia de teoremas de intersección, proyección y productos que desarrollamos para las alturas mixtas normalizadas de variedades en productos de espacios proyectivos, siguiendo la linea iniciada en [Rem01] y [PhSo08].

BeYg91-99 C.A.Berenstein, A.Yger, *Effective Bézout identities in* $\mathbb{Q}[x_1, \ldots, x_n]$, Acta Math. 166 (1991) 69-120. *Residue calculus and effective Nullstellensatz,* Amer. J. Math. 121 (1999) 723-796.

Jel0 5 Z.Jelonek, *On the effective Nullstellensatz,* Invent. Math. 162 (2005) 1-17.

KPS01 T.Krick, L.Pardo, M.Sombra, *Sharp estimates for the arithmetic Nullstellensatz,* Duke Math. J. 109 (2001) 521-598.

Phi90 P.Philippon, *Dénominateurs dans le théorème des zeros de Hilbert,* Acta Arith. 58 (1990) 1-25.

PhSo08 P.Philippon, M.Sombra, *Hauteur normalisée des variétés toriques projectives,* J. Inst. Math. Jussieu 7 (2008) 327-373.

Rem01 G.Remond, *Elimination multihomogène* & *Géométrie diophantienne multiprojective*, Cap. 5 & 7, Introduction to algebraic independence theory, Lecture Notes in Math. 1752 (2001), 53-81 & 5-131.

Autores: Manuela Blaum (a), Lisi D'Alfonso (b), Gabriela Jeronimo (b,c), Pablo Solernó (b,c)
Lugar: (a) Universidad Nacional de General Sarmiento, (b) Universidad de Buenos Aires, (c) CONICET
Expositor: Gabriela Jeronimo

Resultante de polinomios diferenciales multivariados

La *resultante* es una herramienta clásica en teoría de eliminación algebraica. Dada una familia de polinomios con coeficientes indeterminados, la resultante es un polinomio en los coeficientes del sistema que se anula para una elección particular de coeficientes cada vez que el sistema de ecuaciones polinomiales correspondiente tiene solución (ver, por ejemplo, [1]).

Esta noción, que se remonta a trabajos de Cayley y Sylvester del siglo XIX, fue generalizada por J.F. Ritt al contexto del Álgebra Diferencial en [4] para el caso de dos polinomios diferenciales ordinarios con coeficientes indeterminados en una variable. Posteriormente, en [2] se dio una definición alternativa de resultante diferencial siguiendo la construcción de Macaulay de la resultante algebraica aplicada a los polinomios dados y sus derivadas sucesivas en el caso de $m+1$ polinomios diferenciales ordinarios en m variables. A diferencia de la construcción de Ritt, no resulta evidente que esta nueva noción de resultante satisfaga ciertas propiedades fundamentales análogas a la del caso algebraico.

En esta comunicación, presentamos una nueva generalización del concepto de resultante diferencial para el caso de polinomios diferenciales ordinarios multivariados. Nuestro enfoque sigue el esquema original de Ritt: probamos la existencia de un (único) polinomio diferencial irreducible en los coeficientes de los polinomios diferenciales dados que caracteriza los sistemas de ecuaciones que tienen solución en un espacio apropiado. Finalmente, mostramos que aplicando las técnicas de [5] y [3] es posible obtener cotas para el orden y el grado de la resultante diferencial introducida, lo que permite dar una reinterpretación puramente algebraica de este objeto que sirve de base para un algoritmo para su cálculo.

Referencias

[1] D. Cox, J. Little, D. O'Shea. Using Algebraic Geometry. Grad. Texts in Math., vol. 185, 1998. Springer-Verlag.

[2] G. Carrá Ferro, A resultant theory for ordinary algebraic differential equations. Lecture Notes in Comput. Sci., Bol. 1255 (1997), 55-65.

[3] L. D'Alfonso, J. Jeronimo, P. Solernó, On the complexity of the resolvent representation of some prime differential ideals. J. Complexity 22 (2006), 396-430.

[4] J.F. Ritt, Differential equations from the algebraic standpoint. Amer. Math. Soc. Colloquium Publ., New York, Vol. XIV (1932).

[5] B. Sadik, A bound for the order of characteristic set elements of an ordinary prime differential ideal and some applications. Appl. Algebra Eng. Comm. Comput. 10 (2000), no. 3, 251-268.

Autores: María Isabel Herrero, Gabriela Jeronimo, Juan Sabia
Lugar: Universidad de Buenos Aires, Facultad de Ciencias Exactas y Naturales
Expositor: María Isabel Herrero

Una descripción de las soluciones aisladas de sistemas polinomiales ralos no genéricos

La resolución efectiva de sistemas de ecuaciones polinomiales es un problema matemático de fundamental importancia, tanto desde el punto de vista práctico como teórico. En vistas de las aplicaciones, ha cobrado particular interés el estudio de sistemas polinomiales *ralos*, es decir, dados por polinomios que sólo involucran monomios en conjuntos prefijados.

Un resultado clave en este contexto es la cota debida a Bernstein ([1]) para la cantidad de soluciones aisladas en $(\mathbb{C}^*)^n$ de un sistema ralo de n ecuaciones. Esta cota es exacta para sistemas *genéricos* y demostraciones constructivas de la misma han dado lugar a algoritmos eficientes para la resolución de estos sistemas ([2], [3]). En [4] se obtuvo una nueva cota para la cantidad de soluciones de sistemas ralos que, para sistemas no genéricos pero con cierta estructura, mejora la cota de Bernstein. Sin embargo, a diferencia de [1], el enfoque de [4] no es constructivo.

Presentaremos una caracterización de las soluciones aisladas en $(\mathbb{C}^*)^n$ de los sistemas ralos considerados en [4]. El objetivo es la obtención algorítmica de estas soluciones con complejidades que reflejen las mejoras en la cota (trabajo en curso). Nuestra caracterización consiste en una descripción del conjunto de las soluciones aisladas por medio de polinomios univariados que se obtienen a partir de una resultante asociada al sistema dado.

Referencias

[1] D.N. Bernstein, The number of roots of a system of equations. Funct. Anal. Appl. 9 (1975), 183-185.

[2] B. Huber, B. Sturmfels, A polyhedral method for solving sparse polynomial systems. Math. Comput. 64, no. 212 (1995), 1541-1555.

[3] G. Jeronimo, G. Matera, P. Solernó, A. Waissbein, Deformation techniques for sparse systems. Found. Comput. Math. 9 (2009), pp. 1-50.

[4] P. Philippon, M. Sombra, A refinement of the Bernstein-Kushnirenko estimate, Adv. Math. 218, (2008) No. 5, 1370-1418.

Autores: Alicia Dickenstein, Federico Martínez y Laura Matusevich
Lugar: UBA, Texas A& M University
Expositor: Federico Martínez

Irregularidad de los sistemas A-hipergeométricos via soluciones de Nilsson

Sea $A \in \mathbb{Z}^{d\times n}$ y β un paramétro arbitrario en $\mathbb{C}^d$. El sistema A-hipergeométrico de ecuaciones diferenciales lineales en derivadas parciales asociado $H_A(\beta)$ (introducido a fines de los 80's por Gel'fand, Kapranov y Zelevinsky

[5]) es siempre holónomo [5, 1]. Hotta demostró en [8] que $H_A(\beta)$ es holónomo regular en el sentido de la teoría de D-módulos si el vector $(1,\ldots,1)$ está en el subespacio fila de A. La recíproca de esta afirmación fue obtenida en [11] para parámetros β suficientemente genéricos, para los cuales no hay fenómenos de resonancia que produzcan soluciones con logaritmos. El caso de parámetros arbitrarios fue resuelto en [3] bajo la hipótesis de que las columnas de A generen un cono estrictamente convexo, mediante la descripción de las pendientes algebraicas del D-módulo asociado. El estudio de la irregularidad mediante series de Gevrey fue abordado en [7] En este trabajo obtenemos una demostración elemental del resultado de Schulze y Walther vía el estudio de las soluciones de Nilsson del sistema asociadas a vectores de peso positivos. Definimos un operador de homogeneización para toda elección de β, que nos permite comparar las soluciones de Nilsson de $H_A(\beta)$ con las soluciones de un apropiado sistema regular, extendiendo resultados de [9], y combinamos nuestros resultados con un teorema reciente de Berkesch [2].

Referencias

[1] Adolphson, A. *Hypergeometric functions and rings generated by monomials.* Duke Math. J., 73(2) (1994), 269–290.

[2] Berkesch, C. *Euler–Koszul methods in algebra and geometry.* PhD thesis, Purdue University, 2010.

[3] Castro Jimenez, F., Fernandez Fernandez, M. *Gevrey solutions of the irregular hypergeometric system associated with an affine monomial curve*, arXiv:0811.3392, (2008), por aparecer: Trans. Math. Amer. Soc.

[4] Castro Jimenez, F., Fernandez Fernandez, M., *Gevrey solutions of irregular hypergeometric systems in two variables*, arXiv:0811.3390 (2008).

[5] Gel'fand, I.M.; Kapranov, M.; Zelevinsky, *Hypergeometric Functions and Toral Manifolds*, Funktsional. Anal. i Prilozhen, **23**, (1989), 12–26.

[6] Gel'fand, I.M.; Kapranov, M.; Zelevinsky, *Generalized Euler integrals and A-hypergeometric functions*, Adv. Math., **84**, (1990).

[7] Fernández-Fernández, M. C. *Irregular Hypergeometric D-Modules.* Advances in Mathematics. Vol. 224, N. 5. (2010), 1735–1764

[8] Hotta, R., *Equivariant D-modules*, arXiv.org:math/9805021, in: *Proceedings of ICPAM Spring School in Wuhan*, 1991.

[9] Ohara, K.; Takayama, N. *Holonomic rank of A-hypergeometric differential-difference equations.* J. Pure Appl. Algebra, 213(8) (2009), 1536–1544.

[10] Saito, M. *Logarithm-free A-hypergeometric series.* Duke Math. J., 115(1):53–73, 2002.

[11] Saito, M.; Sturmfels, B.; Takayama, N., *Gröbner Deformations of Hypergeometric Differential Equations*, Springer-Verlag, 2000.

[12] Schulze, M.; Walther, U., *Irregularity of hypergeometric systems via slopes along coordinate subspaces*, Duke Math. J., (2008), 465–509.

Conferencia Invitada
Carina Boyallián
Universidad Nacional de Córdoba

Clasificación de representaciones irreducibles sobre superálgebras de Lie conformes finitas simples

En esta charla se presentará un resumen sobre la clasificación de representaciones irreducibles sobre las superálgebras de Lie conformes simples finitas.

Autores: María Chara, Ricardo Toledano
Lugar: Instituto de Matemática Aplicada del Litoral (UNL-CONICET)
Expositor: María Chara

Torres moderadas de tipo Kummer asintoticamente buenas

Sea $\mathbb{F}_q$ un cuerpo finito con q elementos. Un cuerpo de funciones $F/\mathbb{F}_q$ es una extensión finita F del cuerpo de funciones racionales $\mathbb{F}_q(x)$, donde $x \in F$ es un elemento trascendente sobre $\mathbb{F}_q$.

Una torre de cuerpos de funciones es una sucesión $\mathcal{F} = (F_0, F_1, \ldots)$ de cuerpos de funciones sobre $\mathbb{F}_q$ tales que:

- $F_0 = \mathbb{F}_q(x) \subset F_1 \subset F_2 \subset \cdots$,
- $[F_{i+1} : F_i] < \infty$ para todo $i \geq 0$ y
- $g(F_i) \to \infty$, donde $g(F_i)$ denota el género del cuerpo de funciones $F_i/\mathbb{F}_q$.

La teoría de torres de cuerpos de funciones sobre cuerpos finitos tiene importantes aplicaciones en teoría de códigos algebraicos. De particular importancia para estas aplicaciones es la construcción explícita de las torres. (Ver, por ejemplo, los trabajos [BGS, ST, ZI]).

En este trabajo estudiamos los problemas básicos asociados a la construcción explícita de torres asintóticamente buenas y mostraremos algunos ejemplos concretos de estas construcciones. Presentaremos resultados que permiten estimar el número de places que se descomponen completamente en una torre de cuerpos de funciones y veremos algunas aplicaciones de estos resultados al estudio del comportamiento asintótico de torres moderadas de tipo Kummer.

Referencias

[BGS] Bezerra, J., Garcia, A., Stichtenoth, H., *An explicit tower of function fields over cubic finite field and Zink's lower bound.* J. reine angew. Math. **589** (2005), 159-199.

[ST] Stichtenoth, H., *Algebraic Function Fields and Codes.* Springer-Verlag, Berlin, 1993.

[ZI] Zink , T., *Degeneration of Shimura surfaces and a problem in coding theory.* Lecture Notes in Comp. Sci., vol. 199, Springer, Berlin. 1985, 503-511.

Autores: Antonio Cafure, Guillermo Matera y Melina Privitelli
Lugar: Universidad Nacional General Sarmiento - CONICET
Expositor: Melina Privitelli

Singularidades de hipersuperficies simétricas y una aplicación a los códigos de Reed-Solomon

Sean $\mathbb{F}_q$ el cuerpo finito de q elementos y $\mathbb{A}^n$ el espacio afín definido sobre $\overline{\mathbb{F}}_q$, la clausura algebraica de $\mathbb{F}_q$. En este trabajo estudiamos la dimensión de singularidades de ciertas hipersuperficies simétricas y caracterizamos la existencia de *deep holes* en códigos de Reed-Solomon.

Un *deep hole* es un vector $v \in \mathbb{F}_q^n$ cuya distancia al código coincide con el radio de recubrimiento del mismo. Siguiendo el enfoque dado por [2] observamos que la existencia de *deep holes* se vincula con el hecho de que una hipersuperficie $H \subset \mathbb{A}^n$ de grado d definida por un polinomio en los primeros d polinomios simétricos elementales posea puntos con coordenadas en $\mathbb{F}_q$ (puntos q- racionales). Demostrando que la dimensión del lugar singular de H es a lo sumo $d-1$ y siguiendo las estimaciones de [3] mejoramos la caracterización obtenida en [2]. Nuestro resultado es el siguiente:

Teorema. Supongamos que $q > d^2$, que $q > (k+1)^2$ y que $k > (\frac{2}{\epsilon}+1)d$. Si w_f es una palabra generada por un polinomio f de grado $k+d$ entonces w_f no es un *deep hole.*

Este resultado, que se compara con el de [4], tiene el interés de abordar el problema desde una perspectiva geométrica.

Referencias

[1] A. Cafure, G. Matera and M. Privitelli. *Singularities of symmetric hypersurfaces and an aplication to Reed-Solomon codes.* Trabajo en progreso.

[2] Q. Cheng and E. Murray, *On deciding deep holes of Reed–Solomon codes*, Theory and applications of models of computat ion (Berlin) (J.-Y. Cai, ed.), Springer, 296–305, 2007.

[3] S. Ghorpade and G. Lachaud, *Étale cohomology, Lefschetz theorems and numbers of points of singular varieties over finite fields*, Mosc. Math. J. 2 (2002), no. 3, 589-631.

[4] Y. Li and D. Wan, *Error distance of Reed-Solomon codes*, Science in China Series A: Mathematics, Vol 51, 11(2008), 1982-1988.

Autores: Juan Pablo Rossetti, Juan Miguel Velasquez Soto
Lugar: FaMAF - UNC
Expositor: Juan Miguel Velásquez Soto

Sobre Retículos Cuantizadores en Dimensión 4

Bajo ciertas condiciones generales, un retículo (o lattice) en $\mathbb{R}^n$ sirve como cuantizador vectorial, es decir, como convesor analógico-digital. En este caso se usa la celda de Voronoi de cada punto del retículo para convertir los puntos de la celda en el centro de la misma.

Por diversas razones, interesa minimizar el error promedio cometido en este proceso, la integral de las distancias al cuadrado en la celda de Voronoi es la forma más común de medir este error. Esta es la cantidad que se quiere minimizar, al variar los lattices.

El problema de hallar el retículo cuantizador óptimo solo ha sido resuelto en dimensiones 2 y 3. Como es de esperarse el lattice hexagonal es el mejor cuantizador en dimensión 2, mientras que en dimensión 3 el mínimo ocurre en el retículo de raíces A_3^* (ver [BS]).

En esta comunicación presentamos algunos adelantos logrados para el caso 4 dimensional, en especial mostramos una fórmula para el momento de inercia normalizado en *lattices de tipo I*. El trabajo se basa en resultados anteriores de Barnes para obtener el momento de inercia y de Conway-Sloane donde se describe cómo calcular el momento de inercia de politopos convexos.

Es de resaltar que dada la magnitud de las fórmulas, el uso del computador resulta esencial.

Referencias

[Ba] Barnes, E. S. The covering of space by spheres. *Canad. J. Math.* **8** (1956), 293–304.

[BS] Barnes, E. S.; Sloane, N. J. A. The optimal lattice quantizer in three dimensions. *SIAM J. Algebraic Discrete Methods* **4** (1983), no. 1, 30–41.

[CS] Conway, J. H.; Sloane, N. J. A. Low-dimensional lattices. VI. Voronoï reduction of three-dimensional lattices. *Proc. Roy. Soc. London Ser. A* **436** (1992), no. 1896, 55–68.

Conferencia Invitada
Matías del Hoyo
Universidad de Buenos Aires

Funtores laxos y subdivisión baricéntrica

Las 2-categorías constan de objetos, morfismos entre los objetos y 2-celdas que son morfismos entre los morfismos. Por un lado modelan y organizan situaciones generales. Por otro lado consituyen estructuras algebraicas interesantes per se. Los funtores laxos son morfismos entre 2-categorías que no preservan toda la estructura. Esta noción emerge naturalmente y suele incluso ser más conveniente que la estricta. En esta charla daremos una construcción universal que vincula funtores laxos y estrictos. Para ello describiremos y usaremos la subdivisión de categorías.

Autores: Descotte, María Emilia
Lugar: Universidad de Buenos Aires
Expositor: Descotte, María Emilia

Una Teoría de 2-Ind-Objetos

El objetivo principal de este trabajo es extender a 2-categorías [4] la teoría de Ind-objetos de Grothendieck [1]. En particular, la construcción de la categoría $\mathcal{I}nd(\mathcal{C})$ asociada a una categoría $\mathcal{C}$. El interés de esta extensión radica en las potenciales aplicaciones de este desarrollo a la teoría de homotopía y a la teoría de la forma fuerte (*strong shape theory*).

En una primera etapa, dados dos Ind-objetos X, Y de una 2-categoría $\mathcal{C}$, utilizando las construcciones de bicolimites filtrantes y bilimites de categorias [2], damos una estructura de categoría al conjunto de morfismos entre X e Y. De esta manera demostramos que en este caso la categoría $\mathcal{I}nd(\mathcal{C})$ resulta una 2-categoría.

En una segunda etapa introducimo s la 2-categoría de 2-Ind-objetos de una 2-categoría $\mathcal{C}$. La diferencia entre este caso y el de Ind-objetos de una 2-categoría es que aquí el diagrama que describe al Ind-objeto ya no viene dado por una categoría filtrante de índices sino por una 2-categoría 2-filtrante de índices. Por lo tanto, para poder dar una descripción explícita de la categoría de morfismos entre dos 2-Ind-objetos es necesario utilizar las construcciones de los bilímites y los bicolímites 2-filtrantes de categorías [3].

Estamos trabajando actualmente en demostrar propiedades análogas a las de la categoría $\mathcal{I}nd(\mathcal{C})$ (con $\mathcal{C}$ una categoría) para las 2-categorías $\mathcal{I}nd(\mathcal{C})$ y 2-$\mathcal{I}nd(\mathcal{C})$ (con $\mathcal{C}$ una 2-categoría) introducidas en este trabajo.

[1] (J.L.Verdier M. Artin, A. Grothendieck. SGA 4 (1963-1964), Théorie des Topos et Cohomologie Etale des Schémas. Springer Lecture Notes in Mathematics, volume 269, 1972.)

[2] (J.L.Verdier M. Artin, A. Grothendieck. SGA 4 (1963-1964), Théorie des Topos et Cohomologie Etale des Schémas, Tome 2. Springer Lecture Notes in Mathematics, volume 270, 1972.)

[3] (E. Dubuc and R. Street. A construction of 2-filtered bicolimits of categories. Cahiers de topologie et géométrie différentielle catégoriques VOL 47; NUMB 2, pages 83-106, 2006.)

[4] (John w. Gray. Formal Category Theory: Adjointness for 2-Categories. Springer Lecture Notes in Mathematics, volume 391, 1974.)

Autores: Miguel Ottina
Lugar: Instituto de Ciencias Básicas, Universidad Nacional de Cuyo
Expositor: Miguel Ottina

A-homología y A-homotopía

Los grupos de homología y homotopía de un espacio topológico X están relacionados por el teorema de Hurewicz, o más generalmente, por la sucesión exacta de Whitehead. Es natural pensar, entonces, que dado un espacio topológico A, los grupos de A-homotopía de un espacio X (que se definen como las clases homotópicas de funciones continuas de la n-ésima suspensión de A en X) deberían tener su contraparte homológica. Con el propósito de encontrarla, en un trabajo reciente definimos una teoría de homología (a la que denominamos A-homología) y obtuvimos resultados que relacionan los grupos de A-homología con los grupos de A-homotopía tal como ocurre en el caso clásico.

En esta charla expondré la definición dada y los principales resultados obtenidos, entre los cuales se destacan un teorema estilo Hurewicz que r elaciona los grupos de A-homotopía de X con sus grupos de A-homología y una versión A-homológica del famoso teorema de Whitehead sobre equivalencias débiles. También definiré morfismos de Hurewicz entre los grupos de A-homología y los grupos de A-homotopía y veremos cómo forman parte de una sucesión exacta larga que generaliza la sucesión exacta de Whitehead.

Autores: Eduardo Dubuc - Laura Pezzatti
Lugar: Universidad de Buenos Aires
Expositor: Laura Pezzatti

Clasificación de aplicaciones recubridoras

Es bien conocido el teorema de clasificación de revestimientos si B es localmente arcoconexo y semi localmente simplemente conexo. Para poder generalizar este resultado a contextos más generales se necesita una defin- ción adecuada de aplicación recubridora, y una construcción completamente diferente del grupoide fundamental $\pi_1(B)$. Esto ha sido desarrollado por Hernández Paricio en [5].

En este trabajo desarrollamos una nueva demostración de los resultados de [5] utilizando la teoría del descenso de Grothendieck [4] y técnicas de colímite filtrante, según los lineamientos presentados en [2]. La llave para esta prueba consiste en la demostración de la equivalencia entre los datos que determinan una aplicación recubridora y los datos sobre una familia de conjuntos que determinan un dato de descenso del nervio de Cech del cubrimiento.

El grupoide fundamental que se construye en este trabajo, utilizando los datos de descenso, generaliza el clásico de Poincare, y contrariamente con aquel, resulta tambien adecuado para espacios con deficientes propiedades de arcoconexidad local.

Hemos elegido para esta comunicación ilustrar esta construcción con el ejemplo del círculo de Varsovia, cuyo $\pi_1(B)$ clásico es nulo, mientras que el que resulta de esta construcción es el grupo $\mathbb{Z}$ de números enteros, que detecta precisamente el agujero (único) del círculo.

Referencias

[1] M.Artin and B.Mazur, *Étale Homotopy*, Lectures Notes in Math. 100, Springer, Berlin, 1970

[2] E. J. Dubuc, *Covering Projections via descent Theory*, SECA III, Santiago de Compostela, 2005, http://www.usc.es/congresos/seca3/Abstracts/Dubuc.pdf

[3] R.H.Fox, *Shape theory and covering spaces*, Lectures Notes in Math. 375, Springer, 1974, 71-90.

[4] A.Grothendiek, *Revêtements Étales et Groupe Fondamental (SGA1)*, Lectures Notes in Math. 222, Springer, Berlín 1971.

[5] L.J Hernández-Paricio, *Fundamental pro-groupoids and covering projections*, Fund. Math., 156 (1998), 1-31.

Autores: Araujo, José - Paz, Karina
Lugar: UNCPBA - Tandil
Expositor: Paz, Karina

Modelos de Gelfand para grupos de tipo G(m,p,n)

Un modelo de Gelfand para un grupo finito G, es una representación ρ ordinaria del grupo cuyo carácter es la suma de todos los caracteres irreducibles de G. Distintos tipos de construcciones de modelos de Gelfand fueron presentados. Los modelos por involuciones estudiados por Baddeley en [6] y Vinroot en [9], la construcción de Kodiyalam y Verma para el grupo simétrico dada en [8], muy asociada con la dada en [1] por Adin, Postnikov y Roichman para el grupo simétrico generalizado o grupo de reflexiones de tipo $G(m, 1, n)$. El modelo polinomial introducido en [2] funciona para grupos de reflexiones de tipo $I_2(n)$, A_n, B_n, D_{2n+1} y $G(m, 1, n)$, según los resultados en [3],[4] y [5]. Posteriomente, Shripad y Oesterlé en [8] establecen que N es un modelo de Gel'fand si G no es de tipo D_{2n}, E_7 o E_8. Es decir, esta construcción incluiría más casos que los modelos por involuciones. El resultado: Se demuestra que el modelo polinomial N dado en [2], es modelo de Gelfand para un grupo de tipo $G(m, p, n)$, $(p < 1)$, en el caso que p no divide a n. Referencias:

[1] Adin, R. M., Postnikov, A., Roichman, Y., A Gelfand model for Wreath Products, arXiv:math.RT/08022824 v1, 2008.

[2] Aguado, J. L. and Araujo, J. O., A Gelfand model for the symmetric group, Communications in Algebra, 29 (4), 1841 - 1851 (2001).

[3] Araujo, J.O., A Gelfand model for aWeyl group of type Bn, Beitrge zur Algebra und Geometrie 44, no. 2 (2003) 359-373.

[4] Araujo, J. O. and Bigeón, J. J., A Gel.fand Model for the Weyl group of type D_n and the branching rules $D_n \hookleftarrow B_n$. Journal in Algebra, vol. 294, (2005), 97-116.

[5] Araujo, J. O. and Bigeón, J. J., A Gel.fand Model for the Symmetric Generalized Group, Communications in Algebra, 37 (5), 1808-1830. 2009.

[6] Baddeley, R., Models and Involution Models for Wreath Products a nd certain Weyl Groups. Journal of London Mathematical Society no. 44, serie 2 (1991) 55-74.

[7] Kodiyalam, V. and Verma, D.N., A natural representation model for symmetric groups. arXiv:math.RT/0402216 v1, 2006.

[8] Shripad, M. G., Oesterlé, J. On Gelfand Models for Finite Coxeter Groups. http://arxiv.org/abs/0907.4605

[9] Vinroot, C. R., Involution models of finite Coxeter groups, J. Group Theory 11 (2008), no. 3, 333-340

Autores: Araujo, José - Natale, Mauro
Lugar: UNCPBA - Tandil
Expositor: Natale, Mauro

Modelo de Gelfand para el grupo de Weyl W(D2n)

Un modelo de Gelfand para un grupo finito G, es una representación ρ ordinaria del grupo cuyo carácter es la suma de todos los caracteres irreducibles de G. Modelos de Gelfand para un grupo finito fueron presentados en distintos artículos listados en las referencias. Las construcciones presentadas que involucran grupos de Weyl o, más generalmente, a familias infinitas de grupos de reflexiones, presentan excepciones inevitables como por ejemplo los modelos por involuciones estudiados por Baddeley en [6]. En [9], Vinroot prueba que un grupo de Coxeter admite un modelo por involuciones si, y sólo si, sus factores irreducibles son de tipo A_n, B_n, D_{2n+1}, H_3 o $I_2(n)$. Por otra parte, es posible extender a otros grupos de reflexiones la construcción de Kodiyalam y Verma dada en [8], pero la misma no resulta modelo de Gelfand en varios casos entre los que se incluye el de $W(D_{2n})$. La constr ucción dada en [1] por Adin, Postnikov y Roichman está asociada con la de Kodiyalam y Verma, para un grupo de tipo $G(m,1,n)$. El modelo polinomial introducido en [2] funciona para grupos de reflexiones de tipo $I_2(n)$, A_n, B_n, D_{2n+1} y $G(m,1,n)$, según los resultados en [3],[4] y [5]. Posteriomente, Shripad y Oesterlé en [8] establecen que N es un modelo de Gelfand si G no es de tipo D_{2n}, E_7 o E_8. Es decir, esta construcción incluiría más casos que los modelos por involuciones, pero sigue excluyendo a $W(D_{2n})$. El resultado: Se obtiene un operador invariante Ω tal que

$$M = \{PN : \Omega(P) = 0\}$$

es un modelo de Gelfand para $W(D_{2n})$.

Referencias:

[1] Adin, R. M., Postnikov, A., Roichman, Y., A Gelfand model for Wreath Products, arXiv:math.RT/08022824 v1, 2008.

[2] Aguado, J. L. and Araujo, J. O., A Gelfand model for the symmetric group, Communications in Algebra, 29 (4), 1841 - 1851 (2001).

[3] A raujo, J.O., A Gelfand model for aWeyl group of type Bn, Beitrge zur Algebra und Geometrie 44, no. 2 (2003) 359-373.

[4] Araujo, J. O. and Bigeón, J. J., A Gel.fand Model for the Weyl group of type D_n and the branching rules $D_n \to B_n$. Journal in Algebra, vol. 294, (2005), 97-116.

[5] Araujo, J. O. and Bigeón, J. J., A Gel.fand Model for the Symmetric Generalized Group, Communications in Algebra, 37 (5), 1808-1830. 2009.

[6] Baddeley, R., Models and Involution Models for Wreath Products and certain Weyl Groups. Journal of London Mathematical Society no. 44, serie 2 (1991) 55-74.

[7] Kodiyalam, V. and Verma, D.N., A natural representation model for symmetric groups. arXiv:math.RT/0402216 v1, 2006.

[8] Shripad, M. G., Oesterlé, J. On Gelfand Models for Finite Coxeter Groups. http://arxiv.org/abs/0907.4605

[9] Vinroot, C. R., Involution models of finite Coxeter groups, J. Group Theory 11 (2008), no. 3, 333-340.

Conferencia Invitada
Sonia Trepode
Universidad Nacional de Mar del Plata

Álgebras inclinadas de conglomerado con todos sus ciclos cíclicamente orientados

En esta charla estudiamos álgebras inclinadas de conglomerado tal que su quiver es cíclicamente orientado. En este caso damos una descripción explícita de las relaciones minimales del álgebra.

Para estas álgebras mostramos la existencia de cortes admisibles (ver [FP], [BFPPT]) y además que toda flecha en un ciclo mínimo está contenida en un corte admisible.

Por otra parte, mostramos que si el anillo de endomorfismos de un álgebra de dimensión global 2 sobre su categoría de conglomerado, en el sentido de Amiot [A], es inclinada de conglomerado y tiene todos sus ciclos cíclicamente orientados, entonces el álgebra original es un cociente por un corte admisible.

En el caso de álgebras inclinadas de conglomerado con quiver cíclicamente orientado de tipo Dynkin o Dynkin Extendido, la conexión es más fuerte y vale la recíproca. En este caso, el álgebra original es derivadamente equivalente al álgebra hereditaria. Estos resultados se encuentran en [BT].

Referencias

[A] Claire Amiot: Cluster categories for algebras of global dimension 2 and quivers with potential. arXiv:0805.1035

[BFPPT] Michael Barot, Elsa Fernández, María Inés Platzeck, Nilda Isabel Pratti, Sonia Trepode: From iterated tilted algebras to cluster-tilted algebras. Advances in Mathematics Volume 223, (2010) no. 4, 1468-1494.

[BT] Barot, M. and Trepode, S. Cluster tilted algebras with cyclically oriented quiver. arXiv:1002.4842

[FP] Elsa Fernández, María Inés Platzeck: Isomorphic trivial extensions of finite dimensional algebras. J. Pure Appl. Algebra 204 (2006), no. 1, 9-20.

Autores: Natalia Bordino, Elsa Fernández y Sonia Trepode
Lugar: Universidad Nacional de Mar del Plata
Expositor: Natalia Bordino

Álgebras inclinadas de conglomerado de tipo E6 tilde

En esta charla mostraremos cómo a partir de las álgebras inclinadas de conglomerado de tipo E_6 se pueden obtener las algebras inclinadas de conglomerado de tipo $\tilde{E}_6$.

En [BFT] se obtuvo la clasificación de las álgebras inclinadas de conglomerado de tipo E_6. Definimos unas operaciones admisibles que nos permiten agrandar el quiver de estas álgebras. Las álgebras obtenidas por estos "agrandamientos" en sus quivers resultan ser álgebras inclinadas de conglomerado de tipo $\mathcal{H}$, donde $\mathcal{H}$ es una categoría abeliana hereditaria.

Nuestro objetivo es decidir, cuáles de éstas son álgebras inclinadas de conglomerado de tipo $\tilde{E}_6$. De esta manera por medio de estos agrandamientos y a partir de [PT], obtenemos la clasificación de las álgebras inclinadas de conglomerado de tipo $\tilde{E}_6$.

Referencias:

[BFT] Bordino, N., Fernández, E. and Trepode, S., *From cluster-tilted algebras of type E_p to type $\tilde{E}_P$*. En preparación.

[PT] de la Peña, J. A. and Trepode, S. *Quasitilted one point extensions of tilted Algebras* Proceedings of ICRA IX. (Beijing 2000) Normal Beijing University Press. China (2002) 373-386.

Autores: Olga Funes-Maria Andrea Gatica -Francois Huard -Marcelo Lanzilotta
Lugar: Univ. de la Patagonia San Juan Bosco-Univ. Nac. de la Pampa- Universidad Bishop-Univ. Nac de La Republica
Expositor: Olga Funes

Una caracterizacón de las álgebras autoinyectivas via las funciones de Igusa-Todorov

Sea A un álgebra de Artin sobre un cuerpo algebraicamente cerrado k. En el año 2005, los matemáticos Kiyoshi Igusa y Gordaba Todorov ([IT]), definieron dos funciones ϕ y Ψ que a cada A- módulo a izquierda finitamente generados le asocia un número en el conjunto de los números naturales (uno cada función). Estas funciones, que llamaremos las funciones de Igusa-Todorov, generalizan el concepto de dimensión proyectiva. En esta comunicación luego de presentar estas funciones, veremos que:

Teorema 1 *Sea A una álgebra de Artin. Entonces*

$$A \textit{ es un álgebra autoinyectiva si y sólo si } \phi(A) = 0 \textit{ si y sólo si } \Psi(A) = 0$$

Referencia

[IT] Kiyoshi Igusa, Gordana Todorov, *On the finitistic global dimension conjecture for artin algebras*, Representation of algebras and related topics, 201-204. Field Inst. Commun., 45. Amer. Math. Soc., Providence, RI, (2005)

Autores: González Chaio, Alfredo y Trepode, Sonia
Lugar: Universidad Nacional de Mar del Plata
Expositor: González Chaio, Alfredo

Dimensión de representación de un álgebra inclinada de conglomerado minimal de tipo infinito

En 1971, Auslander [A] introdujo el concepto de dimensión de representación de un álgebra de artin. La dimensión de representación es Morita-invariante y caracteriza las álgebras de tipo de representación finita. Por otro lado, [BMR], introdujeron las álgebras inclinadas de conglomerado, las cuales son por definición, aquellas de la forma $End_{\mathcal{C}}(T)^{op}$ con T un objeto inclinante sobre una categoría de conglomerado $\mathcal{C}$. Un caso particular de estas álgebras son las álgebras inclinadas de conglomerado minimales de tipo infinito. Un álgebra conexa de dimensión finita Λ es minimal de tipo infinito si y solo si es de tipo representación infinito y para cada vértice e en el carcaj de Λ tenemos que $\Lambda/\Lambda e\Lambda$ es de tipo representación finito. En el caso de las álgebras incl inadas de conglomerado, este cociente nos da un álgebra inclinada de conglomerado. Nuestro objetivo en esta charla, es mostrar que la dimensión de representación de un álgebra inclinada de conglomerado minimal de tipo infinito es menor o igual que 3.

REFERENCIAS

[ABS] I. Assem, T.Br*ü*stle , R.Schiffler, Cluster-tilted algebras and slices, J. of Algebra 319 (2008) 3464-3479.

[APT] I. Assem, M. I. Platzeck, S. Trepode, On the representation dimension of tilted and laura algebras, J. of Algebra 296 (2006) 426-439.

[A] M.Auslander, representation dimension of artin algebras, Queen Mary College Mathematics Notes, London, (1971).

[BMR] A.B.Buan, R.Marsh, I.Reiten. Cluster-tilted algebras. Trans. Amer. Math. Soc., 359(1) (2007) 323332 (electronic).

[BMRRT] A.B.Buan, R.Marsh, M.Reineke, I.Reiten, G.Todorov, Tilting theory and cluster combinatorics, Adv. Math. 204, no. 2, (2006) 572618.

[BRS] A.B.Buan, I. Reiten, A. Seven, Tame concealed algebras and cluster quivers of minimal infinite type, J. of Pure and Applied algebra, Volume 211, Issue 1, (2007) 1-292.

[CP] F.U.Coelho, M.I.Platzeck, On the representation dimension of some classes of algebras, J. of Algebra 275 (2004) 615628.

Autores: Claudia Chaio; Isabel Pratti; María José Souto Salorio
Lugar: Universidad Nacional de Mar del Plata
Expositor: Isabel Pratti

El carcaj de Auslander-Reiten de Cn(proyH)

Sea A un álgebra de artin y $\operatorname{mod} A$ la categoría de A-módulos a derecha finitamente generados. La categoría $\mathbf{C_n}(\operatorname{proy} A)$ es la subcategoría llena de $\mathbf{C}(\operatorname{mod} A)$, cuyos objetos son los complejos $X = (X^i, d_x^i)_{i\in\mathbb{Z}}$ en la categoría de A-módulos proyectivos finitamente generados con $X^i = 0$ para $i \notin \{1, \ldots, n\}$. Esta categoría fue introducida por R. Bautista en [B] para el caso $n = 2$ y luego generalizada para $n > 2$ en [BSZ]. Estas categorías son exactas, con suficientes proyectivos e inyectivos y de dimensión global finita. La importancia de ellas radica en que nos permiten obtener resultados en la categoría derivada de complejos acotados $\mathrm{D}^b(\mathrm{mod}\, A)$.

En este trabajo consideraremos la categoría $\mathbf{C_n}(\mathrm{proy}H)$, donde H es un álgebra hereditaria de dimensión finita sobre un cuerpo algebraicamente cerrado. Estudiamos propiedades de ella, de sus morfismos irreducibles y de las sucesiones que casi se parten (conflacciones). Mostramos la forma de construir el carcaj de Auslander-Reiten de $\mathbf{C_2}(\mathrm{proy}H)$. A partir del carcaj de Auslander-Reiten de $\mathbf{C_2}(\mathrm{proy}H)$ construiremos el de $\mathbf{C_n}(\mathrm{proy}H)$ para $n > 2$.

Referencias:

[B] R, Bautista. *The category of morphisms between projectives modules.* Communications in Algebra 32 (11), (2004), 4303-4331.

[BSZ] R, Bautista, M.J. Souto Salorio, R. Zuaz u. *Almost split sequences for complexes of fixed size.* J. Algebra 287, (2005), 140-168.

Autores: O. Mendoza, M. I. Platzeck y M. Verdecchia
Lugar: UNS, Bahía Blanca
Expositor: M. Verdecchia

Sistemas estratificantes propios

Sea Λ un álgebra de dimensión finita sobre un cuerpo algebraicamente cerrado K y $S_1, S_2, ..., S_n$ una lista completa de Λ - módulos simples no isomorfos. Fijado este ordenamiento de los simples definimos para cada i el módulo estándar Δ_i como el mayor cociente de la cápsula proyectiva P_i de S_i con factores de composición sólo en $\{S_1, S_2, ..., S_n\}$. Notamos por $\mathcal{F}(\Delta)$ a la subcategoría de modΛ cuyos objetos son los módulos M que tienen una Δ - filtración, esto es, una filtración con los Δ_i como factores de composición. Esta subcategoría de modΛ juega un papel muy importante en el estudio de las álgebras estándarmente estratificadas, que son aquéllas con sus proyectivos en $\mathcal{F}(\Delta)$. Dlab y Ringel [DR] definieron, en su estudio de estas álgebras, los llamados módulos propios estándar, como ciertos módulos cociente de los módulos estándar. Erdmann y Sáenz [ES] introdujeron el concepto de sistema estratificante, generalizando los módulos estándar. En nuestro trabajo definimos y estudiamos la noción de sistema estraficante propio, una generalización de los módulos propios estándar.

Referencias

[DR] V. Dlab y C. M. Ringel. *The module theoretical approach to quasi-hereditary algebras*, in “Representations of Algebras and Related Topics”, (H. Tachikawa and S. Brenner, Eds.), London Mathematical Society Lecture Note Series, Vol. 168, pp.200-224. (1992).

[ES] K. Erdmann y C. Sáenz. *On standardly algebras*, Comm. in Algebra, Vol. 31, No. 7, pp. 3429-3446. (2003).

Autores: Antonio Cafure, Eda Cesaratto, Guillermo Matera, Mariana Pérez
Lugar: Instituto del Desarrollo Humano, Universidad Nacional de General Sarmiento (UNGS)
Expositor: Mariana Pérez

Análisis probabilístico de un algoritmo de búsqueda de ceros q-racionales de un polinomio multivariado

En esta comunicación consideramos el problema de analizar algoritmos para la búsqueda de ceros q-racionales de polinomios multivariados definidos sobre el cuerpo finito $\mathbb{F}_q$ de q elementos. Entre la variedad de algoritmos que se han propuesto para tal fin analizaremos, desde un punto de vista probabilístico, un algoritmo basado en la "búsqueda en bandas verticales" que llamaremos BBV. La estrategia de búsqueda en bandas verticales fue introducida en [3] para el caso de curvas planas. En [1] y [2], se generalizó esta idea para calcular un cero q-racional de un sistema polinomial de acuerdo a los patrones de irreducibilidad de la variedad asociada al sistema.

Sea $a_1, \ldots, a_k$ con $k = q^{r-1}$ una enumeración de los elementos de $\mathbb{F}_q^{r-1}$. El algoritmo BBV tiene como entradas los polinomios $F \in \mathbb{F}_q[X_1, \ldots, X_r]$, evalúa al polinomio F sucesivamente en dichos puntos a_i y busca ceros q-racionales del polinomio univariado $F(a_i, X_r)$. El algoritmo termina en cuanto encuentra un cero en $\mathbb{F}_q$ de alguno de estos polinomios univariados. En una primera aproximación al análisis de BBV se define como costo la cantidad C de evaluaciones que este algoritmo necesita para encontrar un cero de F.

Para realizar el análisis probabilístico de BBV consideramos la probabilidad uniforme $\mathbb{P}_{q,r,d}$ sobre el conjunto de todos los polinomios $\mathcal{F}_{q,r,d}$ en r variables de grado menor o igual que d y con coeficientes en $\mathbb{F}_q$. El objetivo es determinar la distribución de la variable aleatoria C anteriormente definida.

Hemos demostrado que, para un elemento $a \in \mathbb{F}_q^{r-1}$, la probabilidad de que $F(a, X_r)$ posea raíces racionales coincide con la de que un polinomio univariado aleatorio en $\mathbb{F}_q$ las posea. Con este resultado y sin requerir hipótesis de irreducibilidad, demostramos que

$$\lim_{q \to \infty} \mathbb{P}_{r,d}[C = 1] = 1 - e^{-1}$$

donde e es la base de logaritmo natural. Este resultado indica que, con alta probabilidad, el algoritmo encuentra un cero q-racional del polinomio en consideración en una sola evaluación. Para completar el análisis probabilístico, daremos estimaciones de la probabilidad del evento $[C = i]$ para $1 \leq i \leq q^{r-1}$.

Referencias

[1] A. Cafure and G. Matera. Improved explicit estimates on the number of solutions of equations over a finite field. *Finite Fields Appl*, 12(2), 2006, 155-185.

[2] G. Matera. The computation of rational solutions of polynomial systems over a finite field, *Actas de las VII Jornadas de Matemática Discreta y Algorítmica*, CIEM, Castro Urdiales, España, 2010, pp. 9-33.

[3] J.von zur Gathen, I. Shparlinski, and A. Sinclair. Finding points on curves over finite fields. *SIAM J. Comput.,* 32(6),2003, 1436-1448.

Autores: Javier Trenti, Antonio Sángari, Fernando Albarado
Lugar: Universidad Nacional de Salta
Expositor: Javier Trenti

Estructuras de datos para la obtención de bases de Gröbner

En el desarrollo de algoritmos para la obtención de bases de Gröbner se requiere contar con una estructura apropiada para la representación de polinomios multivariados. Esta estructura debe facilitar el desarrollo de algoritmos intermedios con diversos propósitos: decidir si un monomio mónico es divisor de otro, encontrar un mínimo común múltiplo entre dos momomios mónicos, obtener el coeficiente de un monomio mónico dado, separar términos de polinomios, descomponer polinomios, entre otros. Además, en el proceso de búsqueda de bases de Gröbner encontramos algunos algoritmos específicos que requieren hallar reducciones módulo polinomios, haciendo necesario para ello poder realizar operaciones entre polinomios que deben ejecutarse de manera óptima, tanto desde el punto de vista algorítmico (en cuanto a su simpleza y elegancia) como desde el costo computacional que implican. Nuestro enfoque trabaja con estructuras de tipo árboles sintácticos, que permiten no sólo la buena representación de los objetos matemáticos involucrados en el proceso, sino además la realización de simplificaciones a fin de obtener la misma estructura para expresiones equivalentes dentro de un cuerpo de coeficientes dado. La estructura permite ordenamientos admisibles en productos de potencia: léxico y por grado total, permitiendo además la definición de ordenamientos especiales que deben verificar las condiciones necesarias para ser admisibles. La implementación se realiza bajo el paradigma de orientación a objetos, utilizando un lenguaje de distribución libre y accesible en cualquier ámbito como lo es Java. Se definen clases contenedoras de las estructuras de datos para la re presentación de expresiones matemáticas, como así también clases especiales para la utilización de enteros grandes. A pesar de que la librería distribuida con las máquinas virtuales de Java ya poseen este tipo de clases definidas, hemos tomado la decisión de desarrollarlas desde el principio debido a la necesidad de transmitir técnicas de trabajo en las materias que se dictan en nuestra Universidad. Los cuerpos podrán definirse mediante clases apropiadas que verifiquen que la generación de instancias cumpla las condiciones para las cuales ha de ser utilizada.

Conferencia Invitada
Selene Sanchez Flores
Universidad de Colonia, Alemania

La estructura de álgebra de Lie graduada de la cohomología de Hochschild de un álgebra de grupo modular

El espacio de las derivaciones exteriores de un álgebra es el cociente del espacio de las derivaciones módulo las derivaciones interiores. El corchete conmutador proporciona a este espacio una estructura de álgebra de Lie. Por otro lado, se sabe que este espacio es la cohomología de Hochschild en grado uno.

En 1963, Gerstenhaber define un corchete en los grupos de cohomología de Hochschild para grados superiores. Este corchete restringido en grado uno es el corchete conmutador. Además, el corchete de Gerstenhaber proporciona una estructura de álgebra de Lie graduada.

En mi plática, daré resultados sobre esta estructura en el caso del álgebra de grupo sobre un campo de característica positiva y donde el grupo es abeliano.

Autores: N. Andruskiewitsch, F. Fantino, G. A. García, L. Vendramín
Lugar: FaMAF, Universidad Nacional de Córdoba
Expositor: G. A. García

Sobre racks simples y álgebras de Hopf punteadas

El método más eficiente para clasificar álgebras de Hopf punteadas, conocido como el *método del levante*, fue introducido por Andruskiewitsch y Schneider en [AS]. Este método consiste en determinar todas las álgebras de Hopf A tales que el álgebra de Hopf graduada $\mathrm{gr}(A)$ es isomorfa a un producto de Majid-Radford $\mathfrak{B}(V)\#k\Gamma$, donde $\mathfrak{B}(V)$ es un álgebra de Nichols de dimensión finita y Γ es un grupo finito. Uno de los pasos fundamentales de este método es determinar todos los espacios vectoriales trenzados V de tipo grupo tales que el álgebra de Nichols $\mathfrak{B}(V)$ es de dimensión finita.

Debido a los pocos resultados conocidos sobre grupos no abelianos, resulta natural comenzar a estudiar el problema cuando Γ es simple no abeliano. U na observación importante es que el álgebra de Nichols $\mathfrak{B}(V)$ de un espacio vectorial trenzado (V, c) está completamente determinada como álgebra y coálgebra por la trenza $c : V \otimes V \to V \otimes V$. Si (V, c) es irreducible, esto se limita a un problema de las clases de conjugación de Γ. Una de las herramientas que parece más adecuada para resolver el problema es la teoría de *racks*. En este charla mostraremos los resultados obtenidos recientemente en [AFGaV] y en [AFGaV2] sobre el estudio de racks simples. Específicamente, mostraremos cuándo ciertos racks homogéneos simples torcidos y ciertos racks asociados a clases de conjugación de grupos finitos de tipo Lie cumplen la propiedad de ser de *tipo D*, que asegura que el álgebra de Nichols asociada al rack sea de dimensión infinita.

Referencias

[AS] N. Andruskiewitsch and sc H.-J. Schneider, *On the classification of finite-dimensional pointed Hopf algebras*, Ann. Math. **171** (2010), 375–417.

[AFGaV] N. Andruskiewitsch, F. Fantino, G. A. García and L. Vendramin, *On twisted homogeneous racks of type D*, enviado.

[AFGaV2] N. Andruskiewitsch, F. Fantino, G. A. García and L. Vendramin, *On Nichols algebras associated to simple racks*, enviado. Preprint: ver arXiv.

Autores: García Iglesias - Mombelli
Lugar: FaMAF - Córdoba
Expositor: García Iglesias

Representaciones de la categoría de modulos de álgebras de Hopf punteadas sobre S_3 y S_4

Denotaremos por k un cuerpo algebraicamente cerrado de característica cero. Dada una categoría tensorial C, una *categoría módulo exacta* [EO] sobre C es una categoría abeliana M equipada de un funtor bi-exacto $\otimes : C \times M \to M$ sujeto a ciertos axiomas de asociatividad y unidad, tal que para cada objeto proyectivo $P \in C$ y cualquier $M \in M$ el objeto $P \otimes M$ es nuevamente proyectivo.

Recordaremos los resultados básicos sobre categorías módulo sobre álgebras de Hopf de dimensión finita [AM]. Recordaremos el principal resultado de [M] que da un isomorfismo entre comódulo álgebras Loewy-graduadas y un pro ducto semidirecto de un álgebra de grupo torcida y una subálgebra coideal homogénea dentro del álgebra de Nichols. También recordaremos la clasificación de álgebras de Hopf de dimensión finita con coradical kS_3 or kS_4 de [AHS], [GG], respectivamente.

Usando estos resultados, mostraremos que si $n = 3, 4, 5$ y H es un álgebra de Hopf de dimensión finita sobre kS_n, entonces para cada exacta indescomponible módulo categoría M sobre $Rep(grH)$ existen

- un subgrupo $F < S_n$ y un 2-cociclo $\psi \in Z^2(F, k^\times)$,
- un subconjunto $Y \subseteq X$ invariante por la acción de F,
- una familia de escalares $\{\xi_C\}$ compatible con (F, ψ, Y),

tales que $M \simeq {}_{A(Y,F,\psi,\xi)}M$, donde $A(Y, F, \psi, \xi)$ es una grH-comódulo álgebra construida con datos (Y, F, ψ, ξ). Tambié n mostraremos una clasificación de subálgebras homogéneas coideales a izquierda conexas $A(Y, F, \psi, \xi)$ de grH junto con una presentación por generadores y relaciones.

Finalmente probamos que si H es un álgebra de Hopf de dimensión finita con coradical kS_3 or kS_4 entonces H es una deformación por cociclo de grH, un resultado análogo a un teorema de Masuoka para grupos abelianos. Esto implica que hay una correspondencia biyectiva entre categorías módulo sobre $Rep(H)$ y $Rep(grH)$.

[AHS] N. Andruskiewitsch, I. Heckenberger and H.J. Schneider, *The Nichols algebra of a semisimple Yetter-Drinfeld module*, `arXiv:0803.2430`.

[AM] N. Andruskiewitsch and M. Mombelli, *On module categories over finite-dimensional Hopf algebras*, J. Algebra **314** (2007), 383–418.

[EO] P. Etingof and V. Ostrik, *Finite tensor categories*, Mosc. Math. J. **4** (2004), no. 3, 627–654.

[GG] G. A. García and A. García Iglesias, *Pointed Hopf algebras over* S_4, accepted in Israel Journal of Mathematics, preprint `arXiv:0904.2558`.

[M] M. Mombelli, *Representations of tensor categories coming from quantum linear spaces*, preprint `arxiv:0907.4517`.

Autores: Andrea Solotar; Mariano Suarez-Álvarez; Quimey Vivas
Lugar: Departamento de Matemática - FCEN - UBA
Expositor: Quimey Vivas

Cohomología de Hochschild de Álgebras de Weyl Generalizadas

En este trabajo calculamos la (co)homología de Hochschild de las álgebras de Weyl generalizadas en el *caso cuántico.*

En [FSS], Marco Farinati, Andrea Solotar y Mariano Suárez Álvarez determinaron completamente los grupos de cohomología de Hochschild de las álgebras de Weyl generalizadas $A(k[h], \sigma, a)$, introducidas por V. Bavula en [Bav], de *tipo clásico* (esto es, en las que el automorfismo $\sigma : k[h] \to k[h]$ que determina el álgebra es tal que $\sigma(h) = h - 1$ y de ciertas de sus álgebras de invariantes. Esta familia de álgebras incluye, entre otras, al álgebra de Weyl A_1 usual, a los cocientes primitivos del álgebra envolvente $\mathfrak{U}(sl(2))$ y a ciertas álgebras de operadores diferenciales.

El *caso cuántico* corresponde a las álgebras de Weyl generalizadas de la forma $A(k[h], \sigma, a)$ construidas a partir del automorfismo $\sigma : k[h] \to k[h]$ tal que $\sigma(h) = qh$ para un escalar no nulo q. Este caso, que presenta dificultades considerablemente mayores que las del trabajo llevado a cabo en [FSS]- especialmente en el caso en que el parámetro q es una raíz de la unidad- completa la determinación de la cohomología de todas las álgebras de Weyl generalizadas contruidas a partir del álgebra $k[h]$.

Referencias

[Bav] Bavula, V. V. Generalized Weyl algebras and their representations, Algebra i Analiz 4 (1992), no. 1, 75-97; English transl., St. Petersburg Math. J. 4 (1993), no. 1, 71-92.

[BJ] Bavula, V. V.; Jordan, D. A. Isomorphism problems and groups of automorphisms for generalized Weyl algebras. Trans. Amer. Math. Soc. 353 (2001), no. 2, 769–794.

[FSS] Farinati, M. A.; Solotar, A.; S uárez-Álvarez, M. Hochschild homology and cohomology of generalized Weyl algebras. Ann. Inst. Fourier (Grenoble) 53 (2003), no. 2, 465–488.

[RS] Richard, L.; Solotar, A. Isomorphisms between quantum generalized Weyl algebras. J. Algebra Appl. 5 (2006), no. 3, 271–285.

[W] Weibel, Ch. An introduction to homological algebra. Cambridge Studies in Advanced Mathematics, 38. Cambridge University Press, Cambridge, 1994.

Autores: Szyld, Martín
Lugar: Universidad de Buenos Aires
Expositor: Szyld, Martín

Un enfoque Tannakiano a la teoría de Galois de Grothendieck

En el SGA I Grothendieck desarrolla una teoría que tiene como caso particular la correspondencia de Artin-Galois entre extensiones finitas de $\mathbb{Q}$ y subgrupos abiertos (= acciones transitivas continuas) del grupo de Galois profinito $G(\overline{\mathbb{Q}}/\mathbb{Q})$.

En la teoría de Grothendieck [1], se trabaja con una categoría $\mathcal{C}$ munida de un funtor $F : \mathcal{C} \to \mathcal{E}ns_{<\infty}$ a valores en la categoría de conjuntos finitos, y se construye un grupo profinito $\pi = Aut(F)$ cuyos elementos son los automorfirmos de F. Luego se demuestra una equivalencia de categorías $\tilde{F} : \mathcal{C} \to \mathcal{E}ns^{\pi}_{<\infty}$ entre $\mathcal{C}$ y la categoría de acciones continuas del grupo π.

En la teoría de Tannaka segun Joyal [2], se trabaja con un fun tor tensorial $F : \mathcal{C} \to Vec^{<\infty}_{\mathbb{C}}$ tomando valores en $\mathbb{C}$-espacios vectoriales de dimensión finita. Se construye un álgebra de Hopf $End^{\vee}(F)$ (= grupo algebraico), y se da una equivalencia de categorías $\tilde{F} : \mathcal{C} \to Comod_{<\infty}(End^{\vee}(F))$ entre $\mathcal{C}$ y la categoría de comódulos de dimensión finita de la coálgebra $End^{\vee}(F)$ (= representaciones finitas del grupo algebraico).

Como ha sido observado por varios autores y demostrado explícitamente en nuestro trabajo [3], los desarrollos de Joyal-Tannaka pueden realizarse en una categoría tensorial abstracta en lugar de la categoría $Vec^{<\infty}_{\mathbb{C}}$. Esto da lugar a la posibilidad de encarar otros problemas con un enfoque Tannakiano, es decir utilizando las mismas construcciones y técnicas. En particular se propone contar cómo se puede estudiar de esta forma la teoría de Galois de Grothendieck descripta en el segundo párrafo. Consideramos para esto el funtor $T : \mathcal{C} \to \mathcal{S}up$ que se obtiene componiendo a F con el funtor Sup-reticulado libre, tomando valores en la categoría tensorial de los sup-reticulados. Se obtiene así el álgebra de Hopf $End^{\vee}(T)$ (= grupo locálico en este contexto). Además, el dato de un comódulo finitamente generado corresponde al dato de una acción continua finita del grupo locálico, y en este caso el dual de $End^{\vee}(T)$ resulta isomorfo al grupo profinito de automorfismos de F.

Demostramos así que los teoremas de representación de Tannaka y de Grothendieck son el mismo teorema, en las categorías tensoriales de los espacios vectoriales y de los su p-reticulados respectivamente. Resta desarrollar una demostración unificada de los mismos.

[1] A. Grothendieck, *SGA I (1960-1961)*, Springer Lecture Notes in Mathematics, volume 224, 1971.

[2] A. Joyal and R. Street, *An Introduction to Tannaka Duality and Quantum Groups*, Category Theory, Springer, 1990.

[3] Disponible online en
cms.dm.uba.ar/academico/carreras/licenciatura/tesis/Szyld_Martin.pdf.

Autores: Alain Bruguières (1) y Sonia Natale (2)
Lugar: (1) Département de Mathématiques, Université Montpellier II, (2) Facultad de Matemática, Astronomía y Física, Universidad Nacional de Córdoba
Expositor: Sonia Natale

Sucesiones exactas de categorías tensoriales

En este trabajo introducimos las nociones de funtor normal y de sucesión exacta de categorías tensoriales. Demostramos que las sucesiones exactas de categorías tensoriales, definidas de esta forma, generalizan las sucesiones (estrictamente) exactas de álgebras de Hopf, en el sentido de la definición dada por H.-J. Schneider en [Sc] y, en particular, las sucesiones exactas de grupos finitos.

En el caso en que $\mathcal{C}'$ es una categoría tensorial finita, damos una clasificación de sucesiones exactas de categorías tensoriales $\mathcal{C}' \to \mathcal{C} \to \mathcal{C}''$ en términos de mónadas de Hopf fieles sobre $\mathcal{C}''$ y también en términos de álgebras conmutativas trivializantes en el centro de $\mathcal{C}$. Más generalmente, demostramos que dado un funtor tensorial dominante $F : \mathcal{C} \to \mathcal{D}$ que admite un adjunto (a izquierda o a derecha) exacto, entonces existe un álgebra conmutativa canónica (A, σ) en el centro $\mathcal{Z}(\mathcal{C})$ tal que F es tensorialmente equivalente al funtor libre: $\mathcal{C} \to \mathrm{mod}_{\mathcal{C}}(A, \sigma)$, donde $\mathrm{mod}_{\mathcal{C}}(A, \sigma)$ denota la categoría de A-módulos en $\mathcal{C}$ munida de la estructura de categoría monoidal inducida por la trenza σ.

Estos resultados nos permiten dar una re-interpretación de la noción de equivariantización de una categoría tensorial bajo la acción de un grupo finito y, en particular, de la construcción de modularización, según se introdujera en [B], en términos de sucesiones exactas, mónadas de Hopf y álgebras centrales conmutativas.

Como aplicación demostramos que una categoría de fusión trenzada cuya dimensión es libre de cuadrados e impar es equivalente, como categoría de fusión, a la categoría de representaciones de un grupo.

Referencias.

[B] A. Bruguières, *Catégories prémodulaires, modularisations et invariants des variétés de dimension* 3, Math. Ann. **316** (2000), 215–236.

[BN] A. Bruguières y S. Natale, Exact sequences of tensor categories, preprint `arXiv:1006.0569v1[math.QA]`

[Sc] H.-J. Schneider, *Some remarks on exact sequences of quantum groups*, Comm. Alg. **21** (1993), 3337-3357.

2. Análisis Funcional y Complejo

Organizan: Silvia Lassalle, Pedro Massey

Autores: Jorge Antezana - Diana Pastrian
Lugar: U.N. de La Plata - U.N.de la Patagonia S.J.B.
Expositor: Diana Pastrian

Ángulos principales, mayorización y métricas angulares

Desde que C. Jordan introdujera, a fines del siglo XIX, los ángulos principales entre dos subespacios $\mathcal{X}$, $\mathcal{Y}$ de $\mathbb{C}^n$, dicha noción ha sido redescubierta y ampliamente estudiada por diversos autores en distintos contextos.

Recientemente, Knyazev y su grupo de investigación han estudiado los ángulos principales usando ténicas de mayorización a fin de obtener desigualdades, las cuales son útiles en el estudio de estimaciones a priori del error comentido al calcular los autovalores de una matriz hermitiana con el método de Rayleigh-Ritz (ver [3] y las citas que allí aparecen). Asimismo, el uso de las técnicas de mayorización en el estudio de los ángulos principales ha permitido introducir nuevas métricas unitariamente invariantes en la denominada variedad de Grassmann (ver [4]). Esto era particularmente necesario en problemas de control, donde las métricas existentes no eran del todo satisfactorias.

En la presente comunicación, tras recordar las nociones de ángulos principales y mayorización, se exhibirán algunos ejemplos del tipo de desigualdades que se estudian, y se mostrará que, en ciertos casos, las métricas unitariamente invariantes antes mencionadas coinciden (salvo un múltiplo escalar), con las métricas que induce una estructura de Finsler definida adecuadamente en la Grassmanniana.

Referencias

[1] R.Abraham, J.Marsden, T.Ratiu, Manifolds, tensor analysis and applications, Second edition.Applied Mathematical Sciences, 75.Springer-Verlag, 1988.

[2] H.Porta, L.Recht,Minimality of geodesics in Grassmann manifolds, Proc.Amer.Math.Soc.100 (1987), 464-466.

[3] A.V.Knyazev and M.E.Argentati,Principal angles between subspaces in an A-based scalar product: Algorithms and perturbation estimates.SIAM Journal on Scientific Computing, 23(6):2009-2041, 2002.

[4] L.Qiu, Y.Zhang and C.K.Li, Unitarily invariant metrics on the Grassmann space.SIAM Journal on Matrix Analysis and Applications, 27(2):507-531,2005.

Autores: Kruse, Nancy-Massey, Pedro- Mosconi, Irene
Lugar: UNPSJB-UNLP-UNCOMA
Expositor: Kruse, Nancy

Funciones concavas y matrices expansivas

Sea $\mathcal{M}_n(\mathbb{C})$ el conjunto de matrices de $n \times n$ sobre $\mathbb{C}$. Una matriz $Z \in \mathcal{M}_n(\mathbb{C})$ se dice que es expansiva si $Z^*Z \geq I$. Si $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{C})$, $A = A^*$ entonces $\lambda_j(A)$, $j = 1, ..., n$ denotan los autovalores de A ordenados en forma decreciente. Una norma $\|\cdot\|$ sobre $\mathcal{M}_n(\mathbb{C})$ se dice unitariamente invariante o simétrica (NUI) si $\|VAU\| = \|A\|$ para toda A y para toda U, V unitarias en $\mathcal{M}_n(\mathbb{C})$.

En [1, 2] Bourin prueba que para $g : [0, \infty) \to [0, \infty)$ una función cóncava, A, $Z \in \mathcal{M}_n(\mathbb{C})$, $A \geq 0$ y Z expansiva vale la desigualdad

$$\|g(Z^*AZ)\| \leq \|Z^*g(A)\, Z\|$$

para toda norma simétrica $\|\cdot\|$. Sin embargo la desigualdad más fuerte

$$\lambda_j(g(Z^*AZ)) \leq \lambda_j(Z^*g(A)\, Z)\,, \quad j = 1, \ldots, n \tag{1}$$

no es cierta en general.

En esta charla damos una caracterización de las funciones cóncavas $g : [0, \infty) \to [0, \infty)$ para las cuales valen las desigualdades (1) con Z una matriz expansiva ($Z^*Z \geq I$).

También mostraremos que dadas A, X, $Y \in \mathcal{M}_n(\mathbb{C})$ tales que X e Y son expansivas y $g : [0, \infty) \to [0, \infty)$ es una función cóncava (creciente) entonces

$$\|g(|X^*AY|)\| \leq \|X^*g(|A^*|)\ , X \oplus Y^*g(|A|)\, Y))\| \tag{2}$$

para toda norma unitariamente invariante $\|\cdot\|$. Esta desigualdad complementa algunos de los resultados obtenidos en [1].

Referencias

[1] J.C. Bourin, *Convexity or concavity inequalities for Hermitian operators*

[2] J.C. Bourin, *A concavity inequality for symmetric norms*, LAA 2006.

[3] J.C. Bourin, O. Hirzallah, F.Kittaneh, *Jensen matrix inequalities and direct sums.*

Conferencia Invitada
Francisco Martínez Pería
Instituto Argentino de Matemática “Alberto P. Calderón”

Splines abstractos en espacios de Krein

Desde que I. J. Schoenberg [1] introdujo los splines como solución a diversos problemas de interpolación, éstos han sido utilizados en distintas áreas de la matemática, como la teoría de aproximaciones, la estadística, el análisis numérico y la teoría de ecuaciones en derivadas parciales. Además, se han convertido en una importante herramienta en el procesamiento de imágenes y señales, la teoría del aprendizaje computacional y otras aplicaciones.

En la década del '60, M. Atteia [2] introdujo una versión abstracta del problema de interpolación, formulada en espacios de Hilbert. La misma fue posteriormente desarrollada por P. J. Laurent, A. Sard, C. de Boor y otros.

Recientemente, S. Canu et al. [3] introdujeron en la teoría del aprendizaje ciertos métodos que involucran núcleos (reproductivos) indefinidos. El mismo puede describirse como un problema de interpolación entre espacios de Krein con núcleo reproductivo, es decir, espacios con núcleo reproductivo donde el núcleo es simétrico, pero que no cumple necesariamente la condición de Mercer.

En esta charla, motivados principalmente por el enfoque de Atteia, presentaremos generalizaciones de los problemas abstractos de interpolación y smoothing a espacios de Krein. Más precisamente, si $\mathcal{H}$ y $\mathcal{K}$ son dos espacios de Krein y $\mathcal{H}$ es un espacio de Hilbert, dados dos operadores suryectivos $T \in L(\mathcal{H}, \mathcal{K})$ y $V \in L(\mathcal{H}, \mathcal{E})$ nos proponemos describir los siguentes problemas:

- **Interpolación.** Fijado $z_0 \in \mathcal{E}$, encontrar $x_0 \in \mathcal{H}$ tal que

$$[Tx_0, Tx_0]_{\mathcal{K}} = \text{mín}\{[Tx, Tx]_{\mathcal{K}} : V(x) = z_0\},$$

- **Smoothing.** Dado $\rho > 0$ y fijado $z_0 \in \mathcal{E}$, encontrar $x_0 \in \mathcal{H}$ tal que

$$[Tx_0, Tx_0]_{\mathcal{K}} + \rho\|Vx_0 - z_0\|^2_{\mathcal{E}} = \min_{x\in\mathcal{H}}([Tx, Tx]_{\mathcal{K}} + \rho\|Vx - z_0\|^2_{\mathcal{E}}),$$

y llamaremos *splines abstractos indefinidos* a las soluciones de los mismos. Mostraremos además que esta definición puede interpretarse como una generalización a la propuesta en [3] para espacios de Krein con núcleo reproductivo.

Referencias

[1] I. J. Schoenberg, Contributions to the problem of approximation of equidistant data by analytic functions. Parts A, B, Quart. J. Maths. 4 (1946), 45–99, 112–141.

[2] M. Atteia, Géneralization de la définition et des propietés des "splines fonctions", C.R. Sc. Paris 260 (1965), 3550-3553.

[3] S. Canu, C. S. Ong, X. Mary, Splines with non positive kernels, Proceedings of the 5th International ISAAC Congress, (2005), 1–10.

Autores: M. Argerami* y P. Massey**
Lugar: U of Regina, Canada* y U.N.L.P. Argentina**
Expositor: P. Massey

Teorema de Schur-Horn en factores semifinitos

Recordemos que dados $x, y \in \mathbb{R}^n$ decimos que x está mayorizado por y, notado $x \prec y$, si $\sum_{i=1}^{k} x_i^{\downarrow} \leq \sum_{i=1}^{k} y_i^{\downarrow}$ para $1 \leq k \leq n-1$ y $\sum_{i=1}^{n} x_i = \sum_{i=1}^{n} y_i$, donde $x^{\downarrow} \in \mathbb{R}^n$ es el vector que se obtiene de reordenar las entradas de x en forma decreciente.

Sea $\mathcal{C}_{\mathcal{D}}(X) \in \mathbb{R}^n$ la diagonal principal de $X \in \mathcal{M}_n(\mathbb{C})$ y sea $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{C})$ matriz positiva. Entonces el teorema de Schur-Horn establece la identidad

$$\{\ \mathcal{C}_{\mathcal{D}}(U^*AU) :\ U \in \mathcal{M}_n(\mathbb{C}),\ U^*U = I\} = \{x \in \mathbb{R}^n :\ x \prec \lambda(A)\}$$

donde $\lambda(A) \in \mathbb{R}^n$ denota el vector de autovalores de A contando sus multiplicidades. Este resultado del análisis matricial es una de las caracterizaciones más útiles de la relación de mayorización.

El teorema de Schur-Horn se ha extendido al contexto de factores infinitos discretos y factores finitos continuos en [1] (caso I_∞) y en [2, 3] (caso II_1) en el siguiente sentido: sea $\mathcal{A}$ una subalgebra abeliana maximal (masa) de un factor $\mathcal{M}$ de tipo I_∞ ó tipo II_1 ($\mathcal{A}$ discreta en el caso I_∞) y sea $\mathcal{E}_{\mathcal{A}}$ la esperanza condicional que preserva la traza sobre $\mathcal{A}$. Si $b \in \mathcal{M}$ es operador positivo entonces

$$\overline{\{\ \mathcal{E}_{\mathcal{A}}(u^*b\,u) :\ u \in \mathcal{U}(\mathcal{M})\}}^{\mathcal{T}} = \{a \in \mathcal{A}^+ :\ a \prec b\} \qquad (*)$$

donde $\mathcal{T}$ es la llamada topología de la medida en $\mathcal{M}$, $\mathcal{U}(\mathcal{M})$ es el grupo unitario de $\mathcal{M}$, y la relación $a \prec b$ es una extensión natural de la mayorización al contexto de operadores en estos factores.

En esta charla se mencionarán algunas herramientas que permiten extender la noción de mayorización y considerar un teorema de tipo Schur-Horn en el caso de los factores de tipo continuo semi-finito (infinitos) llamados factores de tipo II_∞. La expresión de este resultado es formalmente análoga a las extensiones $(*)$ previamente mencionadas.

Referencias

[1] Neumann, A. *An infinite-dimensional version of the Schur-Horn convexity theorem.* J. Funct. Anal. 161 (1999), no. 2, 418-451.

[2] Argerami, M.; Massey, P. *A Schur-Horn theorem in* II_1 *factors.* Indiana Univ. Math. J. 56 (2007), no. 5, 2051-2059.

[3] Argerami, M.; Massey, P. *A contractive version of a Schur-Horn theorem in* II_1 *factors.* J. Math. Anal. Appl. 337 (2008), no. 1, 231-238.

Autores: Eduardo Chiumiento, María Eugenia Di Iorio
Lugar: Instituto Argentino de Matemática
Expositor: Eduardo Chiumiento

Órbitas unitarias de operadores de compresión

Sea $\mathcal{H}$ un espacio de Hilbert separable de dimensión infinita. Denotemos por $\mathcal{U}(\mathcal{H})$ al grupo de operadores unitarios en $\mathcal{H}$. Dado un ideal de Banach $\mathfrak{I}$, consideramos los grupos de Lie-Banach clásicos

$$\mathcal{U}_{\mathfrak{I}} = \{\, u \in \mathcal{U}(\mathcal{H}) \;:\; u - 1 \in \mathfrak{I} \,\}.$$

Por otro lado, si $\{\, p_i \,\}_{i \geq 1}$ es un sistema ortogonal de proyecciones, es decir, $p_i p_j = \delta_{ij}$, definimos el *operador de compresión* asociado al sistema por

$$P : \mathfrak{I} \longrightarrow \mathfrak{I}, \quad P(x) = \sum_{i=1}^{\infty} p_i x p_i \,,$$

donde la convergencia de la serie resulta en la norma usual de operadores. Estos operadores de compresión aparecen naturalmente en el análisis matricial [2] y la teoría de ideales de Banach [3]. Además, resultan de interés para la física, puesto que son ejemplos de funciones de reducción cuántica [4].

Podemos considerar dos órbitas unitarias de un operador de compresión. Para $u \in \mathcal{U}_{\mathfrak{I}}$, sea $L_u : \mathfrak{I} \longrightarrow \mathfrak{I}$, $L_u(x) = ux$, y la órbita

$$\{\, L_u P L_{u^*} \;:\; u \in \mathcal{U}_{\mathfrak{I}} \,\}.$$

Para $u \in \mathcal{U}_{\mathfrak{I}}$, sea $Ad_u : \mathfrak{I} \longrightarrow \mathfrak{I}$, $Ad_u(x) = uxu^*$, y la órbita

$$\{\, Ad_u P Ad_{u^*} \;:\; u \in \mathcal{U}_{\mathfrak{I}} \,\}.$$

Estas órbitas son espacios homogéneos del grupo $\mathcal{U}_{\mathfrak{I}}$. En general, resulta interesante saber si un espacio homogéneo incluído en cierto espacio de Banach resulta una subvariedad. Este problema ha sido estudiado en diversos ejemplos de espacios homogéneos tales como órbitas unitarias de esperanzas condicionales, estados, proyecciones y autoadjuntos (ver [3, Capítulo IV]). Observemos que las órbitas de operadores de compresión están contenidas en el álgebra $\mathcal{B}(\mathfrak{I})$, que consiste en operadores acotados sobre $\mathfrak{I}$. En esta comunicación analizaremos en qué casos resultan subvariedades de $\mathcal{B}(\mathfrak{I})$.

Referencias

[1] D. Beltiţă, Smooth homogeneous structures in operator theory, Chapman and Hall/CRC, Monographs and Surveys in Pure and Applied Mathematics 137, 2006.

[2] R.Bhatia, Pinching, trimming, truncating, and averaging of matrices, Amer. Math. Monthly 107 (2000), 602608.

[3] I. C. Gohberg, M. G. Krein, Introduction to the theory of linear non-self-adjoint operators, Amer. Math. Soc., Providence, R.I., 1960.

[4] A. Odzijewicz, T. Ratiu, Banach Lie-Poisson spaces and reduction, Commun. Math. Phys. 243 (2003), no. 1, 1-54.

Conferencia Invitada
Mariano Ruiz
Univ. Nac. de La Plata - Inst. Arg. de Matemática “Alberto P. Calderón”

Dualidad en sistemas de reconstrucción

En este trabajo se considera la noción de Sistemas de Reconstrucción (finitos) en $\mathcal{H} \cong \mathbb{C}^d$. Esto es, dado $\mathbf{k} = (k_1, \ldots, k_m)$, una familia $\mathcal{V} = \{V_i\}_{i=1}^m$, con $V_i \in L(\mathcal{H}, \mathbb{C}^{k_i})$, $i = 1, \ldots m$, es un *Sistema de Reconstrucción* si el operador positivo

$$S_{\mathcal{V}} := \sum_{i=1}^{m} V_i^* V_i$$

es invertible en $\mathcal{H}$. Además, el sistema $\mathcal{V}$ es *proyectivo* si se tiene $V_i V_i^* = v_i^2 I_{k_i}$, donde I_{k_i} es la identidad en $\mathbb{C}^{k_i}$ y $\{v_i^2\}_i$ son los *pesos* de $\mathcal{V}$.

En el contexto de los SR pueden definirse de forma adecuada los sistemas de reconstrucción duales de $\mathcal{V}$, esto es, sistemas de reconstrucción $\mathcal{W} = \{W_i\}_{i=1}^m$ tales que

$$x \overset{(1)}{=} \sum_{i=1}^{m} W_i^*(V_i\, x) \overset{(2)}{=} \sum_{i=1}^{m} V_i^*(W_i\, x)\,, \quad x \in \mathcal{H}\,.$$

En esta charla se presentarán resultados relativos al estudio de sistemas duales óptimos para pérdidas de coeficientes (vectoriales) en el análisis Eq. (1) efectuado con $\mathcal{V}$. Además, introduciremos el potencial conjunto, definido en pares $(\mathcal{V}, \mathcal{W})$, donde $\mathcal{V}$ es un SR proyectivo y $\mathcal{W}$ es un SR dual de $\mathcal{V}$:

$$\mathrm{RSP}\ (\mathcal{V}, \mathcal{W}) := \mathrm{RSP}\ (\mathcal{V}) + \mathrm{RSP}\ (\mathcal{W}) = \mathrm{tr}\, S_{\mathcal{V}}^2 + \mathrm{tr}\, S_{\mathcal{W}}^2\ .$$

Se dará una caracterización espectral del conjunto de sistemas duales a un RS fijo y se describirá (de forma espectral y geométrica) a los pares $(\mathcal{V}, \mathcal{W})$ que m inimizan el potencial conjunto entre los sistemas de reconstrucción con pesos fijos de su parte proyectiva.

[1] P. Massey, M. Ruiz y D. Stojanoff *Robust dual reconstruction systems and fusion frames* preprint.

[2] P. Massey, M. Ruiz y D. Stojanoff *Duality in reconstruction systems* preprint.

[3] P. Massey, *Optimal reconstruction systems for erasures and for the q-potential.* Linear Algebra Appl. doi: 10.1016/ j.laa.2009.05.001

Autores: Carlos Peña
Lugar: UNCPBA-FCExactas, Departamento de Matemática; NUCOM-PA
Expositor: Carlos Peña

Sobre dualidad en Álgebras de Banach

En 1951 R. Arens advirtió que el espacio bidual $\mathcal{U}^{**}$ de un álgebra de Banach $\mathcal{U}$ admite, asimismo, estructuras de álgebras de Banach (cf. [3]). Una intensa investigación permite aseverar que dichas construcciones son de extrema importancia, ya que dan valiosa información sobre la estructura del álgebra subyacente. En particular, hay una noción de Arens regularidad, cuya conexión con distintos tipos de amenabilidad ha sido investigada por varios autores. De esta suerte, en cierta medida se procura deducir información referida a derivaciones sobre $\mathcal{U}$-módulos de Banach desde la estructura misma de $\mathcal{U}$. Hemos caracterizado la clase de derivaciones acotadas $d : \mathcal{U} \to \mathcal{U}^*$ tales que $\langle x, d(x)\rangle = 0$ para todo $x \in \mathcal{U}$ cuando $\mathcal{U}^2$ es denso en $\mathcal{U}$ o cuando $\mathcal{U}$ es un álgebra de Banach unitaria dual (cf. [3], [2]). El objeto de esta comunicación es comentar dichos resultados y mencionar algunos problemas relacionados con álgebras de Banach asociadas a grupos separados localmente compactos.

Referencias

[1] R. Arens: *Operations induced in function classes.* Monatsh. für Math.55, 1-19. MR 13, 372b, 1951.

[2] H. G. Dales, F. Ghahramani &. N. Grombaek: *Derivations into iterated duals of Banach algebras.* Studia Mathematica, 128, 1, 19-54, 1998.

[3] A. L. Barrenechea & C. C. Peña: *On bounded dual-valued derivations on certain Banach algebras.* Publications de l'Institut Mathèmatique. Nouvelle sèrie. Tome 86, **100**, Zbl pre05656373, 107-114, 2009.

Conferencia Invitada
Verónica Dimant
Universidad de San Andrés, Argentina

M-ideales en Espacios de Polinomios Homogéneos

La teoría de M-ideales fue introducida por Alfsen y Effros en 1972 [1] con el objetivo de generalizar a espacios de Banach generales el concepto de ideal bilátero cerrado de un álgebra C^*. Un problema que desde el comienzo despertó gran interés y ha sido muy estudiado es el de caracterizar los espacios de Banach X e Y para los cuales $\mathcal{K}(X, Y)$, el espacio de operadores compactos entre X e Y, es M-ideal en el espacio de operadores lineales $\mathcal{L}(X, Y)$. En esta charla, presentaremos resultados sobre la versión polinomial de este problema, o sea, cuándo el espacio de polinomios n-homogéneos que son w-continuos en conjuntos acotados es un M-ideal en el espacio de polinomios n-homogéneos continuos. Mostraremos diversas condiciones suficientes o equivalentes a este hecho, veremos ejemplos y también interesantes consecuencias. Relacionaremos además los resultados lineales y polinomiales.

Referencias

[1] Alfsen, Erik; Effros, Edward. Structure in real Banach spaces. I, II. Ann. of Math. (2) 96 (1972), 98–128; ibid. (2) 96 (1972), 129–173.

[2] Harmand, Peter; Werner, Dirk; Werner, Wend. M-ideals in Banach spaces and Banach algebras. Lecture Notes in Mathematics, 1547. Springer-Verlag, Berlin, 1993.

[3] Dimant, Verónica. M-ideals of homogeneous polynomials, preprint.

Autores: Ana Paula Madrid
Lugar: Universidad Nacional del Centro de la Provincia de Buenos Aires
Expositor: Ana Paula Madrid

Sobre estudios de dualidad en álgebras de Banach inducidas por operadores diagonales

En esta comunicación mencionamos los avances obtenidos en el estudio de álgebras de Banach generadas por operadores diagonales actuantes sobre un espacio de Hilbert subyacente. Interesa particularmente la descripción precisa del espacio bidual de estas álgebras con objeto de estudiar cuestiones de Arens regular. La determinación de propiedades de álgebras de operadores construídas a partir de un conjunto de generadores y como estas propiedades quedan determinadas por la estructura de los generadores iniciales es objeto de intensa investigación.

Entre otros tantos resultados cabe mencionar que si un operador compacto sobre un espacio de Hilbert genera un álgebra de Banach amenable el mismo debe ser similar a un operador normal (G. A. Willis: *When the algebra generated by an operator is a menable*, J. Operator Theory 34 (1995), 239-249).

Si E es un espacio de Banach reflexivo el álgebra de Banach proyectiva $E\widehat{\otimes}E^*$, el álgebra nuclear $\mathcal{N}(E)$, el álgebra de operadores compactos $\mathcal{K}(E)$ y el álgebra de operadores aproximables $\mathcal{A}(E)$ son todas Arens regulares. (N. J. Young: *Periodicity of functionals and representatios of normed algebras on reflexive spaces*, Proc. Edinburgh Math. Soc. (2),20, no. 2, 99-120, 1976/77).

El interés en el estudio de productos de Arens se ha dado pues los mismos permiten la extensión de derivaciones continuas a álgebras biduales. (H. G. Dales, F. Ghahramani and N. Gronbaek, *Derivations into iterated duals of Banach algebras*, Studia Mathematica, 128, 19-54, 1998). Para precedentes acerca de nuestras investigaciones sobre propiedades y teoremas de estructura sobre derivaciones en ciertas álgebras de Banach de operadores ver: (A. P. M. & C. C. P.: *On X-Hadamard and B-derivations*, General Maths. Vol 16, N^o 1, 41-50, 2008).

Autores: Manuel Aguirre
Lugar: Universidad Nacional del Centro de la Provincia de Buenos Aires-NUCOMPA
Expositor: Manuel Aguirre

Fórmulas para las derivadas de orden $(k-1)$ de la delta de Dirac soportada en $[a1(x1)^2 + ... + an(xn)^2]^m$

En este trabajo se introduce la function generalizada definida por

$$\left\langle V_+^\lambda, \varphi \right\rangle = \int_0^\infty V_+^\lambda, \varphi(x)\ dx$$

donde λ es un número complejo, φ es una función infinitamente diferenciable y a soporte compacto y $V(x) = a_1x_1^2 + \cdots + a_px_p^2 - a_{p+1}x_{p+1}^2 - \cdots - a_{p+q}x_{p+q}^2$ con $p+q=n$ dimensión del espacio.

Usando el residuo de $(x_1^2 + \cdots + x_p^2 - x_{p+1}^2 - \cdots - x_{p+q}^2)_+^\lambda$ en los puntos $\lambda = -k, k = 1, 2, \ldots$ y $\lambda = -n/2 - s, s = 0, 1, 2, \ldots$ se obtiene el residuo de V_+^λ, en los mismos puntos y se obtienen fórmulas nuevas para $\delta^{(k-1)}\left(V^m\right)$ y $\delta^{(k-1)}\left(V_+^m\right)$.

Estas expresiones permiten estudiar productos de distribuciones del tipo: $\delta^{(k-1)}\left(V^m\right) \cdot \delta^{(l-1)}\left(V^m\right)$ que generalizan otros resultados.

Las referencias relacionadas con este trabajo son las siguientes:

Referencias

[1] Manuel A. Aguirre T., Proportionality of k-th derivate of Dirac delta in the hypercone, New Serie, Vol.14,2000, Fasci. 3-4.

[2] M. Aguirre., The Fourier transform of $\delta^{(k-1)}(M(x_1, ..., x_n))$ and $\delta^{(k-1)}(M(x_1, ..., x_n) + c^2)$, accepted to published in International Journal of Pure and Applied Mathematics, 2010.

[3] M. Aguirre and S.E. Trione, On the distribution $\delta^{(l)}(P_+^s)^m$, preprint N293, Instituto Argentino de Matemática-CONICET, ISSN 0325-6677,2000.

[4] M. Aguirre, A generalization of the distributional $\delta^{(l)}(P_+^s)^m$, International Mathematical Journal, Vol.2, N4, 2002, pp. 351-359.

[5] I.M. Gelfand and G.E. Shilov, Generalized Functions, Volume I, Academic Press, New York, 1964.

Autores: Marta García
Lugar: Universidad Nacional del Centro de la Provincia de Buenos Aires-NUCOMPA
Expositor: Marta García

El producto distribucional de los núcleos Ns(x) . Nm(x)

Sea $\mathrm{N}_\lambda(x)$ la familia de funciones de distribuciones definidas por

$$N_\lambda(x) = \frac{\left(1-x^2\right)_+^\lambda}{\Gamma(\lambda+1)}$$

donde λ es un número complejo y $\Gamma(z)$ es la función gamma.

En este trabajo se le da un sentido al producto distribucional

$$N_\lambda(x)\ .N_\mu(x)$$

obteniendo fórmulas relacionadas con la derivada de orden $2\,n$ de la delta de Dirac soportada en x.

Para ello, primero encontramos la transformada de Fourier de $N_\lambda(x)$, teniendo en cuenta el procedimiento seguido por Gel'fand para la transformada de una función generalizada ($[1], pag$,183) y la fórmula ($[1],\ pag$,185, fórmula 2).

Usando la propiedad de Schwartz ($[2], pag$,286 $-$ $fórmula\ VII$,8,5),para funciones generalizadas f y g

$$\mathcal{F}\{f(x)*g(x)\} = (2\pi)\,\mathcal{F}\{f(x)\}\,.\mathcal{F}\{g(x)\}$$

y en particular el producto distribucional $\delta^{(k-1)}(x)\ .\ \delta^{(\ell-1)}(x)$ ($[3], pág$,168), se obtiene una expresión para el producto distribucional $N_\lambda(x)\ .N_\mu(x)$.

Referencias

[1] Gel'fand and Shilov. *Generalized Functions*- Vol. I - Academic Press - Año 1964

[2] Schwartz Laurent. *Theorie des Distributions*−Hermann, París. 1973.Section

[3] Aguirre Manuel International Journal of Pure and Applied Mathematics , Vol 53 , N^o 2, año 2009, .

Autores: Ochoa, Pablo; Ridolfi, Andrea; Vera de Serio, Virginia
Lugar: UNCuyo-ICB-FCAI-FCE
Expositor: Ridolfi, Andrea

Characterization of robust lipschitzian of the feasible solution map

We study the Lipschitzian stability of the feasible solutions map of a primal problem (P) for an optimization problem described by parameterized systems of infinitely many linear inequalities with bounded coefficients posed in a closed convex cone Q, in an arbitrary Banach space X of decision variables (which may be finite-dimensional). The constraints are indexed by an arbitrary set T. The parameter space of admissible perturbations under consideration is formed by all bounded functions on T equipped with the standard supremum norm; i.e. it is of ℓ_∞-type.

By using the computation of the coderivative of the feasible set mapping, we get characterizations of robust Lipschitzian stability of the feasible solutions map. We also analyze the exact Lipschitzian bound and the coderivative norm.

As a preceding result, and a guideline for the research methodology, we consider the corresponding properties in Cánovas et al., [1]. There, the setting of (P) is similar, but the constraint $x \in Q$ is new.

Referencias

[1] Cánovas, M. J.; López, M. A.; Mordukhovich, B. S.; Parra, J. Variational analysis in semi-infinite and infinite programming. I. Stability of linear inequality systems of feasible solutions. *SIAM J. Optim.* **20** (2009), no. 3, 1504–1526.

Autores: Ana Barrenechea
Lugar: UNCPBA-FCExactas, Departamento de Matemática; NUCOMPA
Expositor: Ana Barrenechea

Espacios de sucesiones y convergencia estocástica

Los espacios de Banach de sucesiones, entre otras tantas aplicaciones, dan un marco adecuado para el estudio de problemas de convergencia y regularidad estocàstica. El interés en estos temas radica en sus variadas aplicaciones a integración numérica, informática, resolución de ecuaciones diferenciales, cuestiones de extrapolación y aceleración de convergencia, etc.. Probablemente, una de las referencias más destacables en relación a la regularidad de procesos estocásticos vectoriales o con valores en espacios de Banach sea el trabajo inicial de H. Lavastre (Lavastre, H.: *On the stochastic regularity of sequence transformations operating in a Banach space.* Appl. Mathematicae. 22, 4, 477-484, 1995). El objeto de esta comunicación es comentar como hemos generalizado el denominado *proceso de sumación* de H. Lavastre, debiendo determinar en algunos casos la estructura de clases de operadores acotados sobre espacios de sucesiones de Banach. También se determinan condiciones precisas de convergencia y regularidad estocástica, en diferentes contextos.

---

3. Análisis Numérico

Organizan: Ricardo Durán, Claudio Padra

Conferencia Invitada
Rodolfo Rodríguez
CI^{2}MA, Departamento de Ingeniería Matemática, Universidad de Concepción, Casilla 160-C, Concepción, Chile.

Aproximación numérica del espectro del rotacional

Se denominan campos libres de fuerza (*force-free fields*) a aquellos que satisfacen $\mathbf{rot}\,\boldsymbol{H} = \lambda\boldsymbol{H}$, donde λ es un campo escalar no necesariamente constante ([6]). Este nombre proviene de la magnetohidrodinámica, ya que cuando $\boldsymbol{H}$ es el campo magnético, la fuerza de Lorentz que genera, $\boldsymbol{f} = \boldsymbol{J} \times \boldsymbol{B} = \mathbf{rot}\,\boldsymbol{H} \times (\mu\boldsymbol{H})$, es nula. En el caso en que λ es contante, el campo se denomina *lineal* o Trkaliano ([6]) y el problema está naturalmente relacionado con el espectro del operador rotacional. Las autofunciones de este problema se conocen como campos de decaimiento libre (*free-decay fields*) y juegan un rol importante, por ejemplo, en el estudio de turbulencia en física de plasmas.

El problema espectral para el operador rotacional, $\mathbf{rot}\,\boldsymbol{H} = \lambda\boldsymbol{H}$, tiene una larga tradición en la física matemática. El estudio del mismo en el ámbito de la dinámica de fluidos se remonta a Beltrami, en 1889 ([3]). Por esta razón, a sus autofunciones también se las denomina *campos de Beltrami*. La condición de contorno natural del problema en dominios acotados es $\boldsymbol{H} \cdot \boldsymbol{n} = 0$, la cual indica que la acción del campo $\boldsymbol{H}$ queda confinada al dominio, ya que este campo resulta tangencial a la frontera del mismo. Soluciones analíticas de este problema sólo se conocen bajo condiciones de simetría. Las primeras fueron obtenidas en 1957 por Chandrasekhar y Kendall ([4]) en el contexto de plasmas astrofísicos, en particular en el estudio de la corona solar.

Más recientemente se han comenzado a estudiar métodos numéricos que permiten calcular campos libres de fuerzas sin suposiciones de simetría ([2, 3]). En este trabajo proponemos una formulación variacional del problema espectral para el operador rotacional, cuya discretización conduce a un problema generalizado de autovalores bien planteado. Proponemos un método para su aproximación numérica basado en un esquema de Galerkin y elementos finitos de Nédélec de orden arbitrario ([5]). Demostramos convergencia espectral, estimaciones óptimas del error y ausencia de modos espúreos. Finalmente presentamos algunos experimentos numéricos que confirman los resultados teóricos y muestran la eficiencia del método.

Referencias

[1] E. Beltrami, Considerazioni idrodinamiche *Rend. Inst. Lombardo Acad. Sci. Let.*, **22** (1889) 122–131. (English translation: *Int. J. Fusion Energy*, **3** (1985) 53–57.)

[2] T.Z. Boulmezaud and T. Amari, Approximation of linear force-free fields in bounded 3-D domains, *Math. Comp. Model.*, **31** (2000) 109–129.

[3] T.Z. Boulmezaud and T. Amari, A finite element method for computing nonlinear force-free fields, *Math. Comp. Model.*, **34** (2001) 903–920.

[4] S. Chandrasekhar and P.C. Kendall On force-free magnetic fields, *Astrophys. J.*, **126** (1957) 457–460.

[5] J.C. Nédélec, Mixed finite elements in $\mathbb{R}^3$, *Numer. Math.*, 35 (1980) 315–341.

[6] V. Trkal, Poznámka k hydrodynamice vazkých tekutin, *Časopis pro Pěstování Mathematiky a Fysiky*, **48** (1919) 302–311.

[7] L. Woltjer, *Prod. Natl. Acad. Sci. USA*, **44** (1958) 489–491.

Autores: María G. Armentano, Claudio Padra, Rodolfo Rodriguez y Mario Scheble
Lugar: Depto. de Matemática, FCEyN - Universidad de Buenos Aires, Centro Atómico Bariloche, Argentina y Depto. de Ingeniería Matemática - Universidad de Concepción, Chile
Expositor: María G. Armentano

Un método de elementos finitos hp adaptativo para aproximar los modos de virbración de un sistema de Fluido-Estructura

En este trabajo presentamos y analizamos un método de elementos finitos *hp* adaptativo para aproximar los modos de vibración de un conjunto de tubos inmersos en un fluido incompresible contenido en una cavidad rígida.

Obtenemos estimaciones a priori y a posteriori del error e introducimos un estimador de error de tipo residual. Mostramos la confiabilidad global y la eficiencia local del estimador a partir de su equivalencia, salvo términos de mayor orden, con la norma energía del error. Si bien la constante de eficiencia local resulta ser subóptima, ya que depende del grado del polinomio en el elemento, cabe señalar que para los métodos *hp* no existen aún estimaciones de confiabilidad y eficiencia con ambas constantes independientes del grado del polinomio.

Presentamos también un algoritmo *hp* adaptativo y varios experimento s numéricos que muestran la buena perfomance del algoritmo propuesto.

Autores: Eduardo M. Garau, Pedro Morin, Carlos Zuppa
Lugar: IMAL
Expositor: Eduardo M. Garau

Aproximación adaptativa de problemas elípticos no lineales

Consideraremos ecuaciones elípticas no lineales de tipo monótono de la forma

$$\begin{cases} -\nabla \cdot [\alpha(\cdot, |\nabla u|^2)\nabla u] = f & \text{en } \Omega \\ u = 0 & \text{sobre } \partial\Omega, \end{cases}$$

donde Ω es un dominio poligonal o poliédrico con frontera Lipschitz, $f \in L^2(\Omega)$ está dada y $\alpha : \Omega \times \mathbb{R}^+ \to \mathbb{R}^+$ es una función acotada que satisface hipótesis adecuadas para garantizar la existencia y unicidad de soluciones.

Analizaremos algoritmos adaptativos para la aproximación numérica de este problema basados en métodos de elementos finitos. Por un lado, consideraremos algoritmos suponiendo la resolución *exacta* de la discretización de Galerkin en cada nivel adaptativo, y por otro lado, algoritmos *inexactos* para los que la solución discreta en cada paso es sólo una aproximación de la discretización de Galerkin correspondiente. Realizaremos un estudio de la convergencia y optimalidad de estos algoritmos.

Autores: P. Morin
Lugar: IMAL - CONICET - U.N.Litoral
Expositor: Khamron Mekchay (Tailandia), Ricardo H. Nochetto (Maryland, EEUU), Pedro Morin (IMAL - CONICET - U.N.Litoral)

Un método de elementos finitos adaptativo para el operador de Laplace-Beltrami.

Presentaremos un método de elementos finitos adaptativos de grado polinomial arbitrario para el operador de Laplace-Beltrami sobre superficies Γ que son C^1 en $\mathbb{R}^d$ ($d \geq 2$). Primero derivaremos estimadores a posteriori de tipo residual que tienen en cuenta la interacción del error en energía en $H^1(\Gamma)$ y el error de aproximación de la superficie en $W^1_\infty(\Gamma)$. Diseñamos una estrategia de marcado que reduce el estimador de error total, dado por una suma ponderada del error en energía, el error geométrico, y un error de inconsistencia. Probamos una propiedad de contracción condicional para una suma ponderada del error de energía y el estimador total. El resultado es condicional pues depende de la resolución de la superficie Γ en W^1_∞. Al finalizar se presentaremos experimentos numéricos que ilustran la teoría.

Autores: Leandro Del Pezzo, Ariel Lombardi, Sandra Martinez
Lugar: Universidad de Buenos Aires
Expositor: Sandra Martinez

Metodo de Galerkin discontinuo para el p(x)-Laplaciano

Estudiaremos un método de elementos finitos discontinuo para aproximar los mínimos de un funcional no-homogeneo.

Mas precisamente; dado $\eta \in W^{1,p(\cdot)}(\Omega)$, buscamos los mínimos de:

$$I(v) = \int_{\Omega} (|\nabla v|^{p(x)} + |v - \eta|^2)\, dx$$

con $v - u_D \in W_0^{1,p(\cdot)}(\Omega)$, donde $p(x)$ es una función suficientemente regular. $W^{1,p(\cdot)}(\Omega)$ es el espacio de Orlicz de las funciones v en $W^{1,1}(\Omega)$ con $v, \nabla v$ en $L^{p(\cdot)}(\Omega)$.

Este problema está motivado por su aplicación a problemas de procesamiento de imágenes. Daremos una breve introducción de como a parecen estos problemas variacionales en este contexto.

Construiremos un método de Galerkin discontinuo para discretizar el problema de minimización y probaremos la convergencia de los minimizantes.

Veremos un ejemplo en dimensión uno que motiva la utilización de este tipo de métodos. En dicho ejemplo tomamos una función $1 < p(x) \leq 2$ y que en ciertas regiones toma valores cercanos a uno. Mostraremos que la solución tiene derivada grande en dichas regiones y que por lo tanto, los elementos finitos conformes no son adecuados. En la práctica se necesitan mallas muy finas para obtener buenas aproximaciones. En cambio, con el método discontinuo, se logra visualizar el salto de la función tomando pocos nodos.

Autores: Domingo A. Tarzia
Lugar: Rosario
Expositor: Domingo A. Tarzia

Análisis Numérico de la Convergencia de Problemas de Control ptimo Elíptico Distribuido Respecto del Coeficiente de Transferencia de Calor

Se considera un dominio acotado D de Rn con una frontera regular compuesta de dos porciones de frontera F1 y F2. En Gariboldi - Tarzia, Appl. Math. Optim., 47 (2003), 213-230 (ver también MAT - Serie A, 7 (2004), 31-42), se considera la convergencia de una familia de problemas de controles óptimos distribuidos gobernados por ecuaciones variacionales elípticas cuando el parámetro m de la familia (el coeficiente de transferencia de calor sobre la porción de frontera F1) tiende a infinito. Se demuestra la convergencia del control óptimo, del estado del sistema y del estado adjunto de la familia de problemas de controles óptimos distribuidos (Pm) a los correspondientes de un problema de control óptimo distribuido también gobernado por una ecuación variacional elíptica (P). Se consideran, tanto para la familia de problemas de controles óptimos (Pm) como para el problema de control óptimo límite (P), las aproximaciones numéricas por el método de los elementos finitos con triángulos de Lagrange de tipo 1, siendo h el parámetro de elementos finitos. Se discretizan las ecuaciones variacionales elípticas que definen el estado del sistema y de su estado adjunto y además las funciones de costo respectivas. El objetivo del presente trabajo es el de estudiar los problemas de control óptimo discretos (Phm) (que aproxima a (Pm)) y (Ph) (que aproxima a (P)), y las convergencias de los problemas de controles óptimos distribuidos discretos (control óptimo discreto, estado del sistema discreto y estado adjunto discreto) cuando el parámetro m tiende a infinito y cuando el parámetro h tiende a cero. Se demuestra que se obtiene un diagrama conmutativo pudiéndose conmutar los límites h tendiendo a cero y m tendiendo a infinito.

Autores: V. Vampa, M. T. Martín y E. Serrano
Lugar: Facultad de Ciencias Exactas, Universidad Nacional de La Plata, Universidad Nacional de San Martín
Expositor: V. Vampa

Refinamiento de soluciones numéricas de ecuaciones diferenciales en un contexto wavelet-Galerkin

Se ha extendido en los últimos años la aplicación de métodos basados en wavelets para la resolución numérica de ecuaciones diferenciales. En ese sentido, se han desarrollado diferentes métodos que, a partir de la utilización del esquema de multirresolución, permiten obtener sucesivas aproximaciones a la solución en los espacios de escala correspondientes [1-3]. Con un apropiado tratamiento de las condiciones de borde éstas aproximaciones tienen buenas propiedades de convergencia como se ha mostrado en presentaciones anteriores [3,4].

Sin embargo estos métodos no explotan plenamente las ventajas del análisis multirresolución [5], ya que en ellos se repite el procedimiento para cada nivel de escala. En esta comunicación se presenta una técnica basada en wavelets sobre intervalos para resolver problemas de borde de segundo orden, que utilizando las propiedades de la multirresolución permite mejorar las aproximaciones con una significativa disminución del costo computacional. Se exponen resultados numéricos obtenidos en distintas aplicaciones empleando B-splines.

Autores: V. Y. González, F. D. Colavecchia y G. Gasaneo
Lugar: Universidad Nacional de Cuyo
Expositor: V. Yanina González

El Método de Cuadratura Discreta en la Ecuación de Schrödinger en coordenadas hiperesféricas

El Método de Cuadratura Discreta (MCD) se utiliza para resolver problemas de ecuaciones diferenciales lineales. Fue introducido por Shizgal y Blackmore [1,2] para resolver problemas de energía cinética y la ecuación de Fokker–Planck. El MCD se basa en discretizar las funciones de onda sobre una grilla de N puntos que coinciden con las abscisas de cuadratura de una cierta familia de polinomios ortogonales [3,4] y representar el operador derivada como una matriz finita de orden N; de esta manera, encontrar la solución de la ecuacion diferencial se reduce a un sistema de ecuaciones lineales.

En este trabajo utilizaremos el MCD para hallar una solución analítica del problema de tres cuerpos definido por la ecuación de Schrodinger en coordenadas hiperesféricas

$$[T + V]\,\Psi = E\Psi \tag{3}$$

donde el operador de energía cinética esta definido por

$$T = \frac{-1}{2\mu}\left[\frac{1}{\rho^5}\frac{\partial}{\partial\rho}\left(\rho^5\frac{\partial}{\partial\rho}\right) - \frac{\mathbf{\Lambda}^2\left(\omega_5\right)}{\rho^2}\right], \tag{4}$$

el operador momento angular

$$\mathbf{\Lambda}^2 = -\frac{1}{sen^2\alpha\cos^2\alpha}\frac{d}{d\alpha}\left(sen^2\alpha\cos^2\alpha\frac{d}{d\alpha}\right) + \frac{\mathbf{j}^2}{\cos^2\alpha} + \frac{\mathbf{l}^2}{sen^2\alpha}, \tag{5}$$

aquí $\mathbf{j}$ y $\mathbf{l}$ representan los operadores de momento angular rotacional y centrifugo, respectivamente, V el potencial del sitema, ρ el h iper-radio y ω_5 es el vector de las cinco variables angulares.

Describiremos un procedimiento para construir una base adecuada de polinomios ortogonales no-clásicos con respecto a una función dependiente del potencial V. Daremos un método analítico para hallar las abscisas y los pesos de la cuadratura determinada por dichos polinomios. Para finalizar, hallaremos la solución analítica de la ecuación 3 por medio del MCD, para casos simples del potencial V.

Referencias:

[1] B. Shizgal and R. Blackmore, J. Comp. Phys. **55**, 313-327 (1984).

[2] B. Shizgal and H. Chen, J. Chem. Phys. **104**, 4137-4150 (1996).

[3] J. Stoer and R. Bulirsch, *Introduction to Numerical Analysis*, Springer (2002).

[4] G. Szego, *Orthogonal Polynomials* , American Mathematics Soci ety (1959).

4. Análisis Real y Armónico – Teoría de Aproximación

Organizan: Héctor Cuenya, Sheldy Ombrosi, Carlos Peña

Conferencia Invitada
S. Favier
Universidad Nacional de San Luis. Instituto de Matemática Aplicada San Luis

---

A characterization of the extended best approximation operator in Orlicz spaces

Let $(\Omega, \mathcal{A}, \mu)$ be a probability space and let $\mathcal{M} = \mathcal{M}(\Omega, \mathcal{A}, \mu)$ be the set of all $\mathcal{A}$-measurable real valued functions defined on Ω. Given a C^1 strictly convex function $\phi : [0, \infty) \to [0, \infty)$ such that $\phi(0) = 0$, $\phi(t) > 0$ when $t > 0$ and $\phi'(0) = 0$, let $L^\phi = L^\phi(\Omega, \mathcal{A}, \mu)$ be the Orlicz space.

We say that a collection $\mathcal{L}$ of sets in $\mathcal{A}$ is a σ-lattice if it is closed under countable unions and intersections and contains $\emptyset$ and Ω. Given a σ-lattice $\mathcal{L}$ we denote by $\overline{\mathcal{L}}$ the σ-lattice of all the complementary sets of $\mathcal{L}$, i.e. $\overline{\mathcal{L}} = \{A^c \ : \ A \in \mathcal{L}\}$. Denote by $L^\phi(\mathcal{L})$ all $\mathcal{L}$-measurable functions in L^ϕ.

It is well known that for every $f \in L^\phi$ there exists an unique element $f_\mathcal{L} \in L^\phi(\mathcal{L})$ such that

$$\int_\Omega \phi(|f - f_\mathcal{L}|)\, d\mu = \inf_{h \in L^\phi(\mathcal{L})} \int_\Omega \phi(|f - h|)\, d\mu. \tag{6}$$

The element $f_\mathcal{L}$ it is called a best ϕ-approximation of f given $\mathcal{L}$, and we set $\mu_\mathcal{L}(.)$ for the mapping $f \to f_\mathcal{L}$ defined on L^φ which will be called the best approximation operator.

Let $f \in L^{\phi'}$, then $g = \mu^*_\mathcal{L}(f)$ is called the extended best approximation if and only if $g \in L^{\phi'}(\mathcal{L})$ and $\int_C \underline{\phi}'(f - g)\, d\mu \leq 0 \ for\ all\ C \in \mathcal{L}$ and $\int_{\{g \geq a\}} \underline{\phi}'(f - g)\, d\mu = 0 \ for\ all\ a \in \mathbb{R}$.

This operator was introduced in [2] in a monotone continuous way. Here we prove that this operator is the same as the one introduced in [1].

In this manuscript we give sufficient conditions on an operator $T : L^{\phi'} \to L^{\phi'}$ assuring that T is the extended best ϕ-approximation operator, given a suitable σ-lattice $\mathcal{L} \subseteq \mathcal{A}$, and gives a characterization of the extended best ϕ-approximation operator.

In [3] it is considered this characterization problem just in L^ϕ. We point out that our conditions are implied, by those in that paper, in the L^ϕ case.

Referencias

[1] I. Carrizo, S. Favier and F. Zó. *Extension of the Best Approximation Operator in Orlicz Spaces.* Abstract and Applied Analysis Volume 2008 (2008), Article ID 374742, 15 pages.

[2] S. Favier and F. Zó. *Extension of the best approximation operator in Orlicz space and weak-type inequalities.* Abstr. Appl. Anal., **6** (2001), 101-114.

[3] D.Landers and L. Rogge. *A characterization of best ϕ-approximants* Transaction of The Am. Math. Soc. **267** (1981), 259-264.

Autores: H.H. Cuenya
Lugar: Universidad Nacional de Río Cuarto
Expositor: H.H. Cuenya

Extensión del operador de mejor aproximación polinomial

Dado un espacio de medida finita $(\Omega, \mathcal{A}, \mu)$ y $1 \leq p < \infty$, como es usual sea L^p el espacio de funciones medibles a valores reales definidas sobre Ω tal que $\|f\|_p^p := \int_\Omega |f|^p d\mu < \infty$. Sea $\mathcal{S} \subset L^p$ el espacio de polinomios generalizados generado por el conjunto de funciones acotadas $\{\psi\}_{j=1}^s$, es decir $\mathcal{S} = \{\sum_{j=1}^s a_j \psi_j : a_j \in \mathbb{R}\}$.

Para $p > 1$ y $f \in L^p$, es bien conocido que existe un único polinomio que mejor aproxima a f desde $\mathcal{S}$, o sea $\|f - P\|_p \leq \|f - Q\|_p$ para todo $Q \in \mathcal{S}$. De esta manera tenemos definido el operador de mejor aproximación $T : L^p \to \mathcal{S}$, por $T(f) = P$. Una caracterización de P es que es el único polinomio generalizado que satisface

$$\int_\Omega |f - P|^{p-1} \operatorname{sgn}(f - P) Q d\mu = 0, \quad \text{para todo} \quad Q \in \mathcal{S}. \tag{7}$$

Si $f \in L^{p-1}$, nosotros probamos la existencia de $P \in \mathcal{S}$ satisfaciendo (7). Más aún probamos que un tal P es único. Esto permite extender el operador T al espacio L^{p-1}. También se prueba que el operador extendido es continuo.

En el caso $p = 1$, existe el mejor aproximante pero no hay unicidad en general. Nosotros extendemos aquí el operador de mejor aproximación, bajo ciertas condiciones del subespacio $\mathcal{S}$, a un espacio L_0, el cual contiene los espacios L^q, para todo $q > 0$. En el caso particular, $s = 1$ y $\psi_1 = 1$, $\mathcal{S}$ es el espacio de las funciones constantes y se puede extender el operador de mejor aproximación a un espacio más grande que L_0, que es el espacio de funciones medibles finitas en casi todo punto.

Finalmente, para s arbitario y $p = 1$, estudiamos propiedades de continuidad del operador extendido y probamos que $T(f)$ es un conjunto compacto y convexo.

Cabe mencionar que en el caso particular de mejor aproximación por constantes, ya es conocida la extensión del operador de mejor aproximación. Además varios autores han probado propiedades de un tal operador, incluso para espacios más generales que los espacios L^p.

Autores: Nicolás Cortés y Felipe Zó
Lugar: Universidad Nacional de San Luis
Expositor: Nicolás Cortés

Error Asintótico en Normas Generales para Ciertas Clases Completamente Interpolantes

Sea g una función n veces diferenciable definida en un intervalo abierto I, tal que su derivada no se anule en I. Se estudian problemas de mejor aproximación local, donde la clase aproximante es el espacio de las funciones de la forma $P \circ g$, con P perteneciente al conjunto π^m de los polinomios de grado menor o igual que m.

Esta clase resuelve el problema de interpolación de Hermite: dados k puntos $x_1, ..., x_k$, un conjunto de k enteros no negativos n_i, y una función f, n_i veces diferenciable en x_i, si $n \geq \max_{1 \leq i \leq k} n_i$, y $m + 1 = \sum_{i=1}^{k} n_i + k$, existe un único polinomio $P \in \pi^m$ tal que

$$(P \circ g)^{(j)}(x_i) = f^{(j)}(x_i), \quad i = 1, ..., k, \ j = 0, ..., n_i \ . \tag{8}$$

Consideramos entonces una norma $\| \cdot \|$ monótona, tal que $\|1\| < \infty$, donde 1 denota a la correspondiente función constante.

Para el caso de un solo punto ($k = 1$) sean $a = x_1$ y $n = n_1$, de modo que $m = n$. Denotamos por $P_{a,\ \varepsilon}$ a un polinomio en π^m que minimiza la norma $\|(f - P \circ g)_{(a+\varepsilon \cdot)}\|$ sobre π^m y por $P_{a,m}$ al único polinomio en π^m que verifica (8). Entonces, si f y g son $m+1$ veces diferenciables, analizamos la convergencia cuando $\varepsilon \to 0$ del error asintótico $\varepsilon^{-m-1} \ \|(f - P_{a,\varepsilon} \circ g)_{(a+\varepsilon \cdot)}\|$ al límite

$$\frac{|\ \phi_{a,m+1}^{(m+1)}(a)|}{(m+1)!} \ \inf_{P \in \pi^m} \|\varphi_{m+1} - P\| \ ,$$

donde $\phi_{a,m+1} = (P_{a,m+1} - P_{a,m}) \circ g$ y $\varphi_{m+1}(x) = x^{m+1}$.

Bibliografía

1. R. Macías y F. Zó. "*Weighted Best Local L^p Approximation*". J.A. Th. 42 (1984), 181-192.

2. F. Zó y H.H. Cuenya. *"Best Approximation on Small Regions. A General Approach"*. Advanced Courses of Mathematical Analysis II, Proceedings of the Second International School. World Scientific Publishing Co. (2007), 193-213.

3. C.K.Chui, H. Diamond, and L.Raphael. *"Best Local Approximation in Several Variables"*. J.A. Th. 40 (1984), 343-350.

4. H.Maehly und Ch.Witzgall. *"Tschebyscheff-Approximationen in Kleinen Intervallen I. Approximation Durch Polynome"*. Numerische Mathematik 2. (1960), 142-150.

Autores: H. H. Cuenya, F. E. Levis, C. N. Rodríguez
Lugar: Universidad Nacional de Río Cuarto
Expositor: C. N. Rodríguez

Mejor aproximación a datos distribuidos en una banda

En algunas situaciones nos encontramos con el problema de aproximar una función de origen físico la cual está contaminada por diferentes causas. Por ejemplo, él se presenta cuando recibimos una señal y observamos en la pantalla de un osciloscopio, una banda producida por ruidos u otros factores. Para resolver un problema de aproximación para datos que se presentan en una tal banda, un criterio de selección es necesario. Más precisamente, debemos elegir una medida de desvío de esa banda a una clase aproximante dada. Un camino para ello puede ser aproximar una función multivaluada con valores sobre un segmento usando la métrica de Hausdorff en el plano, otro puede ser, considerar las mejores aproximaciones simultáneas al conjunto de todas las funciones cuyos gráficos viven en una banda. En este trabajo nosotros damos una medida de desviación alternativa y establecemos una relación con la mencionada en último término.

Sea $1 \leq p < \infty$ y sea $F : [a,b] \to 2^{\mathbb{R}}$ una función multivaluada con $F(x)$ un conjunto medible Lebesgue para todo $x \in [a,b]$. Consideramos la siguiente función como medida de desviación de F a Q, donde Q es un elemento de una clase aproximante $\mathcal{S}$,

$$\Phi_{[a,b]}(F,Q) = \left(\int_a^b \int_{F(x)} |y - Q(x)|^p dydx \right)^{\frac{1}{p}}. \tag{9}$$

Dadas dos funciones $f, g : [a,b] \to \mathbb{R}$, $f \leq g$, nosotros sólo consideraremos aquí la función F definida por $F(x) = [f(x), g(x)]$ para cada $x \in [a,b]$ y $\mathcal{S}$ un subespacio vectorial de dimensión finita.

Nuestro principal objetivo es estudiar el comportamiento asintótico de aquellos Q que minimizan (9), cuando la banda se reduce de la siguiente manera :

a) El intervalo $[a,b]$ es sustituido por $[x_0 - \epsilon, x_0 + \epsilon]$, donde ϵ tiende a 0, es decir, la banda se reduce horizontalmente.

b) Las funciones f y g son reemplazadas por una familia de funciones f_ϵ, g_ϵ, donde f_ϵ, g_ϵ convergen a una función h cuando ϵ tiende a 0. Ésto es, la banda se reduce verticalmente.

El problema de aproximación en a) esta relacionado con el problema de mejor aproximación simultánea local a f y g. Con respecto al caso b) probamos que las mejores aproximaciones convergen a una mejor aproximación de h respecto a una norma pesada determinada por los datos.

Conferencia Invitada

Hugo Aimar
IMAL - Universidad Nacional del Litoral

Waveles y regularidad Besov de temperaturas

Extendemos al caso parabólico un teorema de Dahlke y DeVore [DD] sobre la mejora de la regularidad Besov de funciones armónicas. Precisamente probamos el siguiente resultado.

Teorema. *Sea D un dominio acotado y Lipschitz en $\mathbb{R}^d$. Sea $\Omega = D \times (0,T)$ el dominio cilíndrico asociado en $\mathbb{R}^{d+1}$. Si $u = u(x,t)$ es solución de $\frac{\partial u}{\partial t} = \Delta u$ en Ω y si $u \in L^p((0,T); B_p^{\lambda,p}(D))$ para algún* 10, *entonces $u \in L^\tau((0,T); B_\tau^{\alpha,\tau}(D))$ para todo α tal que $0 < \alpha < \frac{\lambda d}{d-1}$ y para $\frac{1}{\tau} = \frac{\alpha}{d} + \frac{1}{p}$.*

El resultado en [DD] sigue de este teorema parabólico.

La demostración se basa en los resultados en [AGI] y en la caracterización por medio de wavelets de los espacios de Besov.

Referencias

[AGI] Hugo Aimar, Ivana Gómez, and Bibiana Iaffei, *Parabolic mean values and maximal estimates for gradients of temperatures*, J. Funct. Anal. **255** (2008), no. 8, 1939–1956.

[DD] Stephan Dahlke and Ronald A. DeVore, *Besov regularity for elliptic boundary value problems*, Comm. Partial Differential Equations **22** (1997), no. 1-2, 1– 16.

Autores: Gustavo E. Massaccesi
Lugar: Universidad de Buenos Aires
Expositor: Gustavo E. Massaccesi

Existencia de Generadores Simétricos para Espacios Invariantes por Traslaciones Simétricos

Los *espacios invariantes por traslaciones enteras* son subespacios cerrados de $L^2(\mathbb{R}^n)$ con la propiedad de que si se toma cualquier función f en el subespacio, todas las traslaciones enteras $\mathbf{T}^\alpha(f)(x) = f(x-\alpha)$ también están en él. Si V es uno de estos espacios, decimos que $\Phi = \{\phi_1, \phi_2, \ldots, \phi_i, \ldots\}$ es un *conjunto de generadores* si V es la clausura de las combinaciones lineales de las traslaciones enteras de ϕ_i, o sea

$$V = \langle \Phi \rangle_T = \overline{\langle \mathbf{T}^\alpha \phi_i, i \in \mathbb{N}, \alpha \in \mathbb{Z}^n \rangle}.$$

Como cada espacio invariante por traslaciones tiene múltiples sistemas de generadores, es interesante buscar sistemas de generadores que tengan propiedades adicionales.

Para las aplicaciones al procesamiento de señales e imágenes es útil que los generadores sean funciones simétricas o antisimétricas en $\mathbb{R}$. Más en general, en este trabajo consideramos en $\mathbb{R}^n$, un grupo de simetrías G formado por matrices enteras de $n \times n$, con inversas enteras, que preservan la red de traslaciones enteras. En $\mathbb{R}^2$ los grupos de simetrías considerados permiten analizar, entre otras, las reflexiones de las funciones sobre los eje x ó y y también las rotaciones de 90° del plano.

Para un dado grupo de simetrías, llamamos *simétricas* a las funciones $f(x)$ tales que $f(x) = f(Ax)$, que son invariantes por la acción de todas las matrices A en este grupo. Análogamente, decimos que un espacio invariante por traslaciones enteras V es *simétrico* si para toda función $f(x)$ en el subespacio, se tiene que $f(Ax)$ también está en él para todas las matrices A en este grupo.

Probamos que para cualquier grupo de matrices como los descritos y cualquier subespacio invariante por traslaciones enteras en $\mathbb{R}^n$ que sea simétrico respecto a este grupo, existe un sistema de generadores quasi-ortonormal formado por funciones simétricas con respecto al mismo grupo.

Por ejemplo al considerar el espacio invariante por traslaciones enteras generado por la función característica del $[0,1]$ se obtiene el espacio de las funciones que son constantes sobre los intervalos enteros. Este espacio es invariante por simetría respecto al origen de coordenadas, o sea que dada una función $f(x)$ que está en este espacio, su simétrica $f(-x)$ también lo está. Sin embargo, la función generadora $\chi_{[0,1]}$ inicial no es simétrica ni antisimétrica. Con el resultado de este trabajo obtenemos que hay una función $g(x)$ que genera el mismo subespacio que es simétrica, o sea que $g(x) = g(-x)$.

Autores: Marcela Fabio y Eduardo Serrano
Lugar: UNSAM
Expositor: Marcela Fabio

Diseño de funciones elementales combinando la Transformada Wavelet y la Transformada de Hilbert

Interesa estudiar representaciones en $L^2(\mathbb{R})$ de la forma:

$$f(x) \,=\, \sum_{k\in Z} g_k(x) \,+\, r(x)$$

donde las componentes g_k son suaves, oscilantes y bien localizadas en frecuencia. En particular, se supone que poseen la estructura:

$$g_k(x) \,=\, A_k(x)\cos(\varphi_k(x)),$$

siendo A_k y φ_k el módulo y fase de la Transformada de Hilbert de g_k. La función r es un residuo, sin estructura, que puede incluir una tendencia polinomial, componentes no oscilantes o fenómenos puntuales.

En el contexto del procesamiento de señales, se pretenden especiales propiedades para las funciones g_k. En particular, que estén asociados a frecuencias instantáneas bien definidas, con amplitudes y fases suaves sobre su dominio efectivo. En otras palabras, ondas que exhiban patrones armónicos, variantes en el tiempo pero reconocibles. Tal es el caso, por ejemplo, de los chirps o de las ondas casi-monocromáticas de amplitud variable.

Las elecciones de las funciones g_k pueden ser muy diversas, como se ve en la literatura existente. Más aún, en muchos casos los métodos de representación propuestos son de naturaleza empírica.

En este trabajo expondremos un diseño de descomposición basado en una particular aplicación de la Transformada Wavelet asociada con la Transformada de Hilbert y se exhibe una clase de wavelets bien adaptadas a los propósitos arriba mencionados.

Autores: Horacio A. De Pasquale
Lugar: Universidad Nacional de Mar del Plata
Expositor: Horacio A. De Pasquale

Un espacio fraccionario del tipo BMO y sistemas afines

Se presenta un espacio de funciones fraccionario definido sobre un subconjunto abierto de $\mathbb{R}^n$ del tipo BMO y algunas de sus propiedades.

Dado un sistema afín para $L^2(\mathbb{R}^n)$ asociado a una matriz de dilatación que preserva el reticulado, la descomposición del funcional wavelet en sus partes diagonal y off diagonal, permite considerar un operador definido sobre cierto subconjunto denso de $L^2(\mathbb{R}^n)$. El espacio funcional fraccionario surge naturalmente cuando se estudian las relaciones entre las propiedades del sistema afín y el operador ya mencionado.

Algunas propiedades de tal operador relacionando los tres temas se presentan, en particular una caracterización de sistemas de Bessel afines y una caracterización de ciertos tipos de marcos afines.

Conferencia Invitada
Ezequiel Rela
Universidad de Buenos Aires

Cotas superiores para conjuntos de Furstenberg generalizados

Dado $\alpha \in (0,1]$ decimos que un conjunto compacto $E \subset \mathbb{R}^2$ está en la clase de Furstenberg F_α si para cada dirección $e \in \mathbb{S}$ existe un segmento unitario ℓ_e tal que $\dim_H(\ell_e \cap E) \geq \alpha$. Se sabe que si $\alpha \in (0,1]$ y $E \in F_\alpha$, entonces

$$\text{máx}\left\{\alpha + \frac{1}{2}; 2\alpha\right\} \leq \gamma(\alpha) \leq \frac{1+3\alpha}{2}, \qquad \alpha \in (0,1] \tag{10}$$

donde $\gamma(\alpha) = \text{ínf}\{\dim(E) : E \in F_\alpha\}$. Si consideramos la medida de Hausdorff h-dimensional $\mathcal{H}^h$ asociada a una función de dimensión h (positiva, no-decreciente, continua y con $h(0) = 0$), tenemos una manera natural de extender la noción de conjunto de Furstenberg asociado a una función de dimensión $\mathfrak{h}$. Dada $\mathfrak{h} \in \mathbb{H}$, vamos a decir que $E \in F_{\mathfrak{h}}$ si, para cada $e \in \mathbb{S}$, vale que $\mathcal{H}^{\mathfrak{h}}(\ell_e \cap E) > 0$.

En esta charla nos enfocaremos en las cotas superiores, extendiendo a este más amplio contexto la desigualdad del lado derecho de (10). Mostraremos que, en cierto sentido, la relación $\alpha \to \frac{1+3\alpha}{2}$ se traduce en $\mathfrak{h} \to \sqrt{\cdot}\,\mathfrak{h}^{\frac{3}{2}}$. Usando esta generalización de los conjuntos de Furstenberg, podemos refinar los resultados conocidos para el caso clásico. Además obtenemos un resultado ajustado para una subclase de conjuntos de Furstenberg muy chicos. Más precisamente, para elección particular de $\mathfrak{g}(x) = \frac{1}{\log(\frac{1}{x})}$, que es una función de dimensión "cero dimensional", construimos un conjunto $E \in F_{\mathfrak{g}}$ de dimensión de Hausdorff no mayor que $\frac{1}{2}$. Los resultados obtenidos en [2] muestran que $\frac{1}{2}$ es una cota inferior para la dimensión de Hausdorff de cualquier $E \in F_{\mathfrak{g}}$. Por lo tanto, con la construcción presentada aquí, el valor $\frac{1}{2}$ es el apropiado para la clase $F_{\mathfrak{g}}$. Esto puede considerarse como una extensión de (10) al caso límite $\alpha = 0$.

Referencias

[1] Katz, N. and Tao, T. Some connections between Falconer's distance set conjecture and sets of Furstenberg type. *New York J. Math.*, **7**:149–187 (electronic), 2001.

[2] Molter, U. and Rela, E. Improving dimension estimates for Furstenberg-type sets. `http://arxiv.org/abs/0904.2710`

[3] Molter, U. and Rela, E. Sharp dimension bounds for Furstenberg-type sets. `http://arxiv.org/abs/1006.4862`

[4] Tao, T. Finite field analogues of the Erdös, Falconer, and Furstenberg problems, `http://ftp.math.ucla.edu/ tao/preprints/Expository/finite.dvi.`

[5] Wolff, T. Recent work connected with the Kakeya problem. In *Prospects in mathematics (Princeton, NJ, 1996)*, 129–162. Amer. Math. Soc., Providence, RI, 1999.

Autores: Ivana Carrizo, Sigrid Heineken
Lugar: IMASL-UNSL, FCEyN-UBA
Expositor: Sigrid Heineken

Caracterización de duales generalizados a partir de un potencial de marco mixto

En un espacio de Hilbert de dimensión finita introducimos el concepto de *potencial de marco mixto*, el cual generaliza la noción de potencial de marco de Benedetto y Fickus. Caracterizamos los minimizadores de este nuevo potencial sobre un dominio restringido. Obtenemos condiciones necesarias y suficientes sobre una sucesión de números reales $\{\alpha_m\}_{m=1,...,N}$ en orden de tener marcos duales generalizados $\{f_m\}_{m=1,...,N}$, $\{g_m\}_{m=1,...,N}$ tales que $\langle f_m, g_m \rangle = \alpha_m$. Además encontramos que los elementos de los marcos duales generalizado pueden obtenerse con la norma deseada.

Autores: K. Hare, F. Mendivil, L. Zuberman
Lugar: Waterloo/Nova Scotia/Buenos Aires
Expositor: L. Zuberman

Reordenamientos de Conjuntos de Cantor

A cada conjunto de Cantor C puede asociarse la colección (numerable) de intevalos de su complemento abiertos y acotados. Un *reordenamiento* de C tiene intervalos complementarios de igual longitud pero diferente ubicación. Estudiamos la h medida de Hausdorff y packing de los reordenamientos de conjuntos de Cantor dados por una sucesión de intervalos complementarios decrecientes en longitud. Para estos conjuntos construímos un reordenamiento que tiene medida de Hausdorff maximal y premedida packing minimal para su función de dimensión (salvo constantes). También probamos que si la medida packing de uno de estos conjunto de Cantor es positiva entonces existe un reordenamiento que tiene medida packing infinita.

Autores: Aimar Hugo, Bernardis Ana y Nowak Luis
Lugar: IMAL-CONICET-UNL-UNComa
Expositor: Nowak Luis

Sobre clases de tipo Lipschitz y bases de Haar en espacios métricos con medida

La caracterización de los espacios Lipschitz usuales en el contexto euclídeo via los coeficientes de Haar es obtenida en [AB]. En dicho trabajo los autores prueban tal caracterización para métricas parabólicas definidas en $\mathbb{R}^n$. El uso de la estructura algebraica que posee $\mathbb{R}^n$, reflejada en la posibilidad de trasladar y dilatar, es una herramienta crucial para la demostración dada en ese trabajo.

Dado un espacio métrico (X, d), el espacio Λ_α con $\alpha > 0$ de las funciones de tipo Lipschitz-α sobre X es el espacio de todas las funciones f definidas sobre X tal que

$$|f(x) - f(y)| \leq Cd(x, y)^\alpha,$$

para alguna constante C y para todo par de puntos $x, y \in X$.

Sistemas de tipo Haar $\mathcal{H}$ sobre espacios de tipo homogéneo fueron definidos en [A] (ver tambien [ABI]). Para abordar el p roblema de la caracterización del espacio Λ_α via los coeficientes de Haar en el contexto general de espacios de tipo homogéneo nos encontramos con la dificultad de carecer, en principio, de estructura algebraica. Sin embargo, con un enfoque puramente geométrico probaremos que tal caracterización es posible.

Por otro lado, usando la caracterizacion antes mencionada, damos una nueva prueba de la equivalencia de las clases Λ_α y las clases de Campanato que fuera dada por Macías y Segovia en [MS].

Referencias.

[A] H. Aimar, *Construction of Haar type bases on quasi-metric spaces with finite Assouad dimension*, Anal. Acad. Nac. Cs. Ex., F. y Nat., Buenos Aires 54 (2004).

[AB] H. Aimar and A. Bernardis, *Fourier versus wavelets: a simple approach to Lipschitz regularity*, Rev. UMA 40 (1996) 219–224.

[ABI] H. Ai mar, A. Bernardis and B. Iaffei, *Multiresolution approximation and unconditional bases on weighted Lebesgue spaces on spaces of homogeneous type*, J. Approx. Theory, **148** (2007) 12–34.

[MS] R. Macias and C. Segovia, *Lipschitz functions on spaces of homogeneous type*. Adv. in Math. **33** (1979), 271-309.

Autores: Ignacio García
Lugar: Universidad Nacional de Mar del Plata
Expositor: Ignacio García

Sobre una propiedad de las premedidas packing

Un resultado de Besicovitch afirma que si $E \subset \mathbb{R}^n$ verifica que su medida de Hausdorff h-dimensional, $\mathcal{H}^h$, es nula, entonces existe una función de dimensión g *menor* que h tal que $\mathcal{H}^g(E) = 0$. Por otro lado, si E es analítico y no tiene $\mathcal{H}^h$-medida σ-finita entonces existe una función de dimensión f *mayor* que h tal que E no tiene $\mathcal{H}^f$-medida σ-finita.

En esta charla tratamos los resultados análogos correspondientes a premedidas packing. Comentaremos además qué ocurre con las medidas packing.

Conferencia Invitada
Liliana de Rosa
Universidad de Buenos Aires

Desigualdad de Fefferman-Stein para el operador maximal fraccionario lateral

C. Fefferman and E. M. Stein probaron en [2] para el operador maximal de Hardy-Littlewood M; el siguiente resultado: Para todo $p : 1 < p < \infty$; existe una constante $C > 0$ tal que dadas funciones medibles $w \geq 0$ y f vale la desigualdad,

$$\int_{R^n} Mf(x)^p w(x)dx \leq C \int_{R^n} f(x)^p Mw(x)dx$$

Usando el Lema de descomposición de Calderón-Zygmund, demuestran que M es de tipo débil $(1;1)$ con respecto al par de pesos $(w; Mw)$ y aplicando el Teorema de interpolación de Marcinkiewicz obtienen que M es de tipo fuerte $(p;p)$; $(p > 1)$ con respecto a $(w; Mw)$.

En el caso lateral, a partir del trabajo [3] de F. J. Martín-Reyes se demuestra que M^+ es de tipo fuerte $(p;p)$; $(p > 1)$ con respecto al par de pesos $(w; M^- w)$.

Con respecto al operador maximal fraccionario M_α; $(0 < \alpha < n)$; D. Cruz-Uribe, SFO en [1] obtiene el tipo fuerte $(p;p)$; $(p > 1)$ de M_α con respecto al par de pesos $(w; M_{\alpha p} w)$.

En el trabajo [4], se prueba una versión fraccionaria del Lema de descomposición de Calderón-Zygmund. Aplicando este resultado se obtiene bajo una condición adecuada sobre el par de pesos $(w; v)$ el tipo débil $(p;p)$; $(p > 1)$ del operador maximal fraccionario lateral M_α^+ con respecto a $(w; v)$.

Esta acotación de tipo débil junto con un teorema de interpolación con cambio de medidas, me permite demostrar que: Para todo $p : 1 < p < 1/\alpha$ existe una constante $C > 0$ tal que dadas funciones medibles $w \geq 0$ y f vale la desigualdad,

$$\int_R M_\alpha^+ f(x)^p w(x)dx \leq C \int_R f(x)^p M_{\alpha p}^- w(x)dx$$

References

[1] D. Cruz-Uribe, New proofs of two weight norm inequalities for the maximal operator, Georgian Math. J. 7 (2000), 33-42.

[2] C. Fefferman and E. M. Stein, Some maximal inequalities, Amer. J. Math. 93 (1971), 107-115.

[3] F. J. Martín-Reyes, New proofs of weighted inequalities for the one-sided Hardy- Littlewood maximal functions, Proc. Amer. Math. Soc. 117 (1993) 3, 691-698.

[4] L. de Rosa, Two weight norm inequalities for fractional one-sided maximal and integral operators, Comment. Math. Carolinae Vol. 47, 1, (2006), 35-46.

Autores: Ana Bernardis, Osvaldo Gorosito, Gladis Pradolini
Lugar: Santa Fe
Expositor: Osvaldo Gorosito

Acotaciones de operadores multilineales de tipo potencial

Se estudian acotaciones débiles y fuertes con pesos para operadores multilineales de tipo potencial y su correspondiente conmutador, extendiendo algunos de los resultados probados en [M] y [P] para el caso de la integral fraccionaria multilineal.

Referencias
[M] Moen, K.: "Weighted inequalities for multilinear fractional integral operators", Collect. Math. 60 (2) (2009), 213-238.
[P] Pradolini, G.: "Weighted inequalities and pointwise estimates for the multilinear fractional integral and maximal operators", J. Math. Anal. and Appl. 367, (2), (2010), 640-656.

Autores: S. Ombrosi, C. Pérez, J. Recchi
Lugar: Universidad Nacional del Sur
Expositor: J. Recchi

ACOTACIONES ÓPTIMAS PARA EL OPERADOR INTEGRAL FRACCIONARIO

Dado el Operador Integral fraccionario

$$I_\alpha f(x) = \int_{\mathbb{R}^n} \frac{f(y)}{|x-y|^{n-\alpha}} dy$$

Hemos probado que:
Si

$$\| I_\alpha f \|_{L^q(w^q)} \leq C[w]_{A_{1,q}}^{1-\frac{\alpha}{n}} \| f \|_{L^p(w^p)}$$

y esta estimación es óptima respecto a la dependencia de la constante del peso w. Un resultado similar para Operadores de Calderón-Zygmund fue obtenido por Lerner Ombrosi y Pérez en [LOP].

Por otro lado, como se puede ver en [CPSS], para un peso w cualquiera, en general la siguiente desigualdad no es válida:

$$\|I_\alpha f\|_{L^{1,\infty}(w)} \leq C \int_{\mathbb{R}^n} f(x) M_\alpha w(x) dx$$

Sin embargo, se ha probado que si w tiene cierta regularidad vale,

$$\|I_\alpha f\|_{L^{1,\infty}(w)} \leq C(w) \int_{\mathbb{R}^n} f(x) M_\alpha w(x) dx$$

También estudiamos cuán óptima puede ser la constante $c(w)$ dependiendo de la regularidad del peso.

Referencias

[CPSS] M.J. Carro, C. Pérez, F. Soria and J. Soria, *Examples and counterexamples for fractional operators*, Indiana University Mathematics Journal **54** (2005), 627-644.

[LOP] A.K. Lerner, S. Ombrosi and C. Pérez, *Sharp A_1 bounds for Calderón-Zygmund operators and the relationship with a problem of Muckenhoupt and Wheeden*, International Mathematics Research Notices **6** (2008), Art. ID rnm1 61, 11pp. 42B20.

Autores: Mauricio Ramseyer, Oscar Salinas, Beatriz Viviani
Lugar: IMAL
Expositor: Mauricio Ramseyer

Caracterización puntual de funciones en espacios de tipo Lipschitz integral con p variables

Consideremos el operador integral fraccionaria I_α, con $0 < \alpha$ el espacio $\mathfrak{L}_{\alpha,p(\cdot)}$ de las funciones $f \in L^1_{\text{loc}}$ para las cuales existe una constante C tal que

$$\frac{1}{|B|^{\frac{\alpha}{n}} \|\chi_{2B}\|_{p'(\cdot)}} \int_B |f(x) - m_B f| dx \leq C$$

para toda bola $B \in \mathbb{R}^n$ donde $p'(\cdot) = \frac{p(\cdot)}{p(\cdot)-1}$ y $\| \cdot \|_{p'(\cdot)}$ es la norma en el espacio $L^{p'(\cdot)}$ (Ver [1]).
Bajo ciertas condiciones sobre la función exponente se logra una caracterización puntual para las funciones en $\mathfrak{L}_{\alpha,p(\cdot)}$. Con ella se puede probar la acotación de una extensión adecuada del operador I_α desde $\mathfrak{L}_{\beta,p(\cdot)}$ en $\mathfrak{L}_{\alpha+\beta,p(\cdot)}$ con $0 < \beta$

Referencias

[1] O. Kováčik, J. Rákosník. *On spaces $L^{p(x)}$ and $W^{k,p(x)}$*. Czechoslovak Math. J. 41(116) (1991), 4, 592-618.

Conferencia Invitada
Gladis Pradolini
Santa Fe

Estimaciones con pesos para operadores fraccionarios multilineales

En este trabajo se estudian acotaciones con pesos y estimaciones puntuales entre la integral y la maximal fraccionaria multilineal. En particular se extienden al contexto multilineal algunos de los resultados probados en [CPSS]. Se prueban además estimaciones puntuales pesadas entre la maximal fraccionaria multilineal asociada a una función de Young B y la maximal multilineal asociada a la función de Young $\psi(t) = B(t^{1-\alpha/(nm)})^{nm/(nm-\alpha)}$, para $0 < \alpha$

Referencias

[CPSS] Carro, M. J., Pérez, C., Soria, F. and Soria, J.: *Maximal functions and the control of weighted inequalities for the fractional integral operator*, Indiana Univ. Math. J. 54 (2005), 627-64 4.

Autores: Riveros, María Silvina
Lugar: FaMAF, UNC
Expositor: Riveros, María Silvina

Extrapolación con pesos desde infinito de operadores multilineales

En el artículo de L. Grafakos y J.M. Martell [GM], se prueba una versión del Teorema de Extrapolación de Rubio de Francia para operadores multilineales, concretamente:

Sea T definido en $\prod_{j=1}^{m} L^{p_j}(w_j^{p_j})$, donde $(p_1, \ldots, p_m)$ es una m-upla de multiíndices con $1 \leq p_j < \infty$ y la m-upla de pesos $(w_1^{p_1}, \ldots, w_m^{p_m}) \in (A_{p_1}, \ldots, A_{p_m})$.
Teorema[GM] : *Supongamos que para* $1 \leq q_1, \ldots, q_m < \infty$, $\frac{1}{m} \leq q < \infty$ *tal que* $\frac{1}{q_1} + \cdots + \frac{1}{q_m} = \frac{1}{q}$ *y tal que para toda m-upla de pesos* $(w_1^{q_1}, \ldots, w_m^{q_m}) \in (A_{q_1}, \ldots, A_{q_m})$ *y funciones* $f_j \in L^{q_j}(w_j^{q_j})$ *se tiene*

$$|T(f_1, \ldots, f_m)|_{q, w_1^q \ldots w_m^q} \leq C \prod_{j=1}^{m} |f_j|_{q_j, w_j^{q_j}}. \qquad (1)$$

Entonces para toda m-upla de índices $1 < p_1, \ldots, p_m < \infty$, *y* $\frac{1}{m} < p < \infty$ *que satisfacen* $\frac{1}{p_1} + \cdots + \frac{1}{p_m} = \frac{1}{p}$, *y para toda m-upla de pesos* $(w_1^{p_1}, \ldots, w_m^{p_m}) \in (A_{p_1}, \ldots, A_{p_m})$ *existe* C *tal que la desigualdad* (1) *es válida.*

En el trabajo de E.Harboure, R. Macías y C. Segovia [HMS] se probó un resultado de Extrapolación como el de Rubio de Francia pero comenzando desde desde un extremo, es decir suponiendo que el operador satisface una desigualdad con pesos en norma infinito, para una clase de pesos determinada. En este trabajo probaremos el resultado análogo para estos operadores multilineales:

TEOREMA: *Sea* T *un operador* $m-$*sublineal definido en una clase densa* $(C_0^\infty(\mathbb{R}^n))^m$. *Supongamos que para toda m-upla de pesos* $(w_1, \ldots, w_m)$ *tal que* $w_j^{-1} \in A_1$ *(para todo* j*) tenemos:*

$$|T(f_1, \ldots f_m) w_1 \ldots w_m|_\infty \leq C \prod_{m=1}^{m} |f_j w_j|_\infty,$$

entonces para toda m-upla de índices

$$|T(f_1, \ldots, f_m)|_{p, w_1^p \ldots w_m^p} \leq C \prod_{j=1}^{m} |f_j|_{p_j, w_j^{p_j}}.$$

Usando este teorema se puede dar otra prueba para esta subclase de pesos para la acotación de operadores multilineales de Calderón-Zygmund. (Para el resultado general ver [LOPTTG].)

`Bibliografía`:

[GM] L. Grafakos, J.M. Martell. *Extrapolation of weighted norm inequalities for multivariable operators and applications.* J. Geom. Anal.14 (2004), no. 1 19-46.
[HMS] E. Harboure, R. Macías, C. Segovia. *Extrapolation results for classes of weights* American Journal of Mathematics (110) (1988), 383-397.
[LOPTTG] A. Lerner, S. Ombrosi, C. Pérez, R. Torres, R. Trujillo-González. *New maximal functions, and multiple weights for multilinear Calderón-Zygmund theory.* Adv. Math. 220 (2009), no. 4, 1222-1264.

Conferencia Invitada
Liliana Forzani
Instituto de Matemática Aplicada del Litoral, en Santa Fe

Análisis Real asociado a Funciones Convexas y regularidad de soluciones de la ecuación de Monge-Ampere

En los 90, Caffarelli introduce un enfoque geométrico al estudio de las soluciones convexas de la ecuación $detD^2\phi = \mu$, cuando la medida μ satisface una condición de duplicación. En esta charla mencionaré algo del análisis real asociado a estas ecuaciones como así también cómo este análisis real permite entender aspectos relacionados a la regularidad de esta ecuación. Esto es parte de trabajos en colaboración con Hugo Aimar, Diego Maldonado y Ricardo Toledano.

Autores: Bongioanni, Bruno; Cabral, Adrián; Chicco-Ruiz, Anibal
Lugar: Santa Fe
Expositor: Cabral, Adrián

Acotaciones en el espacio de Lebesgue extremo de la integral fraccionaria asociada al semi-grupo de Laguerre

Para $\alpha > -\frac{1}{2}$ se define el operador de Laguerre

$$L_\alpha = \frac{1}{4}\left(-\frac{d^2}{dx^2} + x^2 + \frac{1}{x^2}\left(\alpha^2 - \frac{1}{4}\right)\right), \quad x > 0,$$

con autofunciones

$$\varphi_n^\alpha(x) = \left(\frac{2n!}{\Gamma(n+\alpha+1)}\right)^{1/2} L_n^\alpha(x^2)e^{-x^2/2}x^{\alpha+\frac{1}{2}},$$

donde L_n^α es el polinomio de Laguerre de grado n.

En este contexto, encontramos acotaciones del operador integral fraccionaria

$$L_\alpha^{-\sigma} f = \int_0^\infty e^{-tL_\alpha} f\, t^\sigma \frac{dt}{t},$$

en el espacio de Lebesgue extremo L^p con $p = \frac{1}{2\sigma}$. Si bien no hay acotación a L^∞, el espacio de llegada resulta un espacio de tipo BMO, dual de un espacio de tipo Hardy definido previamente en [3]. Estas acotaciones se obtienen por medio de estimaciones para el núcleo del operador e^{-tL_α} usadas [2].

Por otro lado, buscamos estimaciones más allá del extremo $L^{\frac{1}{2\sigma}}$, en espacios Liptchitz BMO_β al estilo de [1].

Referencias

[1] Bongioanni, B. ; Harboure, E. ; Salinas, O. Weighted inequalities for negative powers of Schrdinger operators. *J. Math. Anal. Appl.* 348 (2008), no. 1, 12–27.

[2] Chicco Ruiz, Anibal; Harboure, Eleonor. Weighted norm inequalities for heat-diffusion Laguerre's semigroups. *Math. Z.* 257 (2007), no. 2, 329–354.

[3] Dziubaski, Jacek . Hardy spaces for Laguerre expansions. *Constr. Approx.* 27 (2008), no. 3, 269–287.

Autores: Pablo L. De Nápoli, Irene Drelichman, Ricardo G. Durán
Lugar: Buenos Aires
Expositor: Irene Drelichman

Desigualdades con pesos para la integral fraccionaria de funciones radiales

Las desigualdades con pesos potencias para la integral fraccionaria

$$(T_\gamma v)(x) = \int_{\mathbb{R}^n} \frac{v(y)}{|x-y|^\gamma}\, dy, \quad 0 < \gamma < n$$

(también llamadas desigualdades de Hardy-Littlewood-Sobolev con pesos) se remontan al trabajo [2] de G. H. Hardy and J. E. Littlewood en el caso unidimensional, y fueron generalizadas a $\mathbb{R}^n, n \geq 1$, por E. M. Stein and G. Weiss en [3], donde se prueba la siguiente estimación:

Sean $n \geq 1$, $0 < \gamma\beta < \frac{n}{q}, \alpha + \beta \geq 0$, y $\frac{1}{q} = \frac{1}{p} + \frac{\gamma+\alpha+\beta}{n} - 1$. Si $p \leq q < \infty$, entonces la desigualdad

$$\||x|^{-\beta} T_\gamma v\|_{L^q(\mathbb{R}^n)} \leq C \||x|^\alpha v\|_{L^p(\mathbb{R}^n)}$$

vale para cualquier $v \in L^p(\mathbb{R}^n, |x|^{p\alpha}dx)$, donde C es una constante independiente de v.

Si bien esta desigualdad es óptima para funciones en general, en [1] probamos que si nos restringimos a funciones con simetría radial es posible obtener un rango más amplio de exponentes para los que sigue valiendo. Más concretamente, la condición $\alpha+\beta \geq 0$ del teorema anterior puede ser reemplazada por $\alpha+\beta \geq (n-1)(\frac{1}{q}-\frac{1}{p})$ (en el caso $p=1$ el teorema también se puede probar siempre que valga la desigualdad estricta).

En esta charla daremos algunas ideas de la demostración de nuestro resultado y comentaremos algunas aplicaciones.

Referencias

[1] P. L. De Nápoli, I. Drelichman, R. G. Durán. *On weighted inequalities for fractional integrals of radial functions*, por aparecer en Illinoi s J. Math.

[2] G. H. Hardy, J. E. Littlewood, *Some Properties of Fractional Integrals, I*, Math. Z., **27** (1928), 565–606.

[3] E. M. Stein, G. Weiss, *Fractional integrals on n-dimensional Euclidean space*, J. Math. Mech. **7** (1958), 503–514.

Autores: Pablo L. De Nápoli, Ricardo G. Durán e Irene Drelichman
Lugar: Universidad de Buenos Aires, FCEyN
Expositor: Pablo L. De Nápoli

Multiplicadores dados por una transformada de Laplace para desarrollos en funciones de Laguerre

Consideramos los espacios L^p con pesos: $L^p_{v(\gamma)} = L^p(\mathbb{R}_+, x^\gamma\, dx)$ donde $\gamma > -1$, y las funciones de Laguerre: $l_k^\alpha(x) = \left(\frac{k!}{\Gamma(k+\alpha+1)}\right)^{1/2} e^{-x/2} L_k^\alpha(x)$ donde $L_k^\alpha(x)$ denota a los polinomios ortogonales de Laguerre $(\alpha > -1, k \in \mathbb{N}_0)$. Este sistema es una base ortonormal en $L^2(\mathbb{R}_+, x^\alpha dx)$ y para γ

$$f(x) \sim \sum_{k=0}^{\infty} a_{\alpha,k}(f) l_k^\alpha(x), \quad a_{\alpha,k}(f) = \int_0^\infty f(x) l_k^\alpha(x) x^\alpha dx$$

Si $m = (m_k)$ es una sucesión acotada, podemos asociarle un operador multiplicador $M_{\alpha,m}$ in $L^2(\mathbb{R}_+, x^\alpha dx)$ definido por

$$M_{\alpha,m} f(x) \sim \sum_{k=0}^{\infty} a_{\alpha,k}(f) m_k l_k^\alpha(x)$$

Decimos que $M_{\alpha,m}$ es un multiplicador dado por una transformada de Laplace si $m_k = m(k)$ donde la función m está dada por una transformada de Laplace-Stieljtes $m(s) = \int_0^\infty e^{-st} d\psi(t)$ para cierta función $\psi \in BV(\mathbb{R})$.

Teorema: Supongamos que existen $\delta > 0$ y $C > 0$ tales que $|\psi(t) - \psi(0)| \leq Ct^\sigma$ para $0 < t \leq \delta$ donde $0 < \sigma < \alpha+1$. Supongamos además que $1 < p \leq q < \infty$,

$a < \frac{\alpha+1}{p'}, b < \frac{\alpha+1}{q}$, $2a + 2b > \left(\frac{1}{q} - \frac{1}{p}\right)(2\alpha + 1)$ y que $\frac{1}{q} = \frac{1}{p} - \frac{\sigma - a - b}{\alpha+1}$. Entonces $M_{\alpha,m}$ puede extenderse a un operador acotado de $L^p_{v(\alpha+ap)}$ en $L^q_{v(\alpha-bq)}$ y tenemos la acotación con pesos

$$\|M_{\alpha,m}f\|_{L^q_{v(\alpha-bq)}} \leq C\|f\|_{L^p_{v(\alpha+ap)}}$$

Un ejemplo importante al cual nuestro teorema es aplicable es el de la integral fraccionaria asociada a los desarrollos de Laguerre. Nuestro trabajo generaliza y simplifica el método de [1] (si $\alpha > -\frac{1}{2}$), a la vez que obtenemos una nueva demostración de los resultados de [2]. Para obtener el resultado en el rango $-1 < \alpha \leq -\frac{1}{2}$ utilizamos un teorema de transplante.

Referencias

[1] G. Gasper, K. Stempak, W. Trebels. *Fractional integration for Laguerre expansions.* Methods Appl Anal . 2 (1995), 67-75.

[2] G. Gasper, W. Trebels. *Norm inequalities for fractional integrals of Laguerre and Hermite expansions.* Tohoku Math. J. (2) Vol. 52, No. 2 (2000), 251-260.

Autores: Sanmartino Marcela y Toschi Marisa
Lugar: Universidad Nacional de La Plata
Expositor: Toschi Marisa

SOBRE OPERADORES ELÍPTICOS SINGULARES NO ESENCIALMENTE AUTOADJUNTOS Y PROPAGACIÓN DE ONDAS

En [1] los autores analizan el buen planteo del problema de Cauchy para la propagación de ondas en algunos espacios tiempos estáticos con singularidades desnudas.

Motivados por esto caracterizan cuando el problema de Cauchy $\partial_{tt}u = Au$ en $\Omega = \mathbb{R}^n \times (0, \infty)$ está bien planteado aún cuando el operador elíptico no es escencialmente autoadjunto y no hay condiciones de borde.

En este trabajo generalizamos los resultados allí obtenidos para operadores de la forma

$$A = -\frac{1}{m}\,\mathrm{div} M\nabla$$

en $\Omega \subset \mathbb{R}^{n+1}$ un dominio acotado y regular.

Referencias

[1] R.E. Gamboa Saravi, M. Sanmartino and P. Tchamitchian. *An alternative well-posedness property and static spacetimes with naked singularities.* Submitted for publication . arXiv:0910.5439v1

---

5. Aplicaciones de la Matemática

Organizan: Elvio Pilotta, Lisandro Parente

Conferencia Invitada
Pedro Morin
Instituto de Matemática Aplicada del Litoral - Universidad Nacional del Litoral - CONICET

Un método de elementos finitos adaptativo para problemas de optimización de forma

Consideramos problemas de optimización de forma en el contexto de programación cuadrática secuencial *inexacta*. La *inexactitud* proviene de utilizar elementos finitos para aproximar la ecuación de estado, calcular el funcional geométrico, y utilizar polígonos/poliedros para aproximar las formas suaves. Presentaremos un algoritmo novedoso que equidistribuye los errores producidos por la aproximación del funcional de forma y la discretización de la ecuación de estado y la geometría. Los experimentos numéricos muestran, que como se espera, el método utiliza bajas resoluciones al principio, y aumenta la resolución a medida que nos acercamos a la forma óptima, haciendo un uso eficiente de los recursos computacionales.

Autores: Carmen Calzada Canalejo, María Emilia Castillo, Enrique Fernández-Cara, Mercedes Marín Beltrán
Lugar: IMAL-Santa Fe
Expositor: Maria Emilia Castillo

Control orientado a terapia de un modelo diferencial ordinario de crecimiento tumoral

Consideramos el problema de optimizar el protocolo de administración de una droga anticancerígena (quimioterapia citotóxica) durante un periodo dado de tratamiento, aplicada en intervalos de tiempo prefijados.

Hemos estudiado varios modelos diferenciales ordinarios de gran aceptación, debidos principalmente a R.B.Martin e Y.Liang, cuyas variables principales son el número de células tumorales N y la concentración del medicamento v (funciones de la variable temporal t). El objetivo es minimizar $N(T_f)$, donde T_f es el instante final, bajo ciertas restricciones ligadas a la toxicidad del medicamento. Presentamos experiencias numéricas obtenidas con software de optimización variado (paquetes NOMAD y CONDOR).

Autores: Agnelli J.P.*, Padra C. y Turner C.V.***
Lugar: * FaMAF, Universidad nacional de Córdoba y CIEM, CONICET – ** Centro Atómico Bariloche y CONICET
Expositor: Agnelli J.P.

Localización de tumores mediante Optimización de Formas

En el diagnóstico por medio de imágenes térmicas, se utilizan tecnologías capaces de medir la radiación infraroja emitida por un cuerpo y así obtener información sobre cualquier cambio de temperatura que exista en su superficie. Se ha determinado [1] que la presencia de un tumor, por ejemplo tumor de mamas o melanoma de piel, produce un incremento de la temperatura en las zonas que lo rodean y en la superficie corporal.

En este trabajo presentamos una metodología para estimar parámetros geométricos desconocidos asociados a un tumor, utilizando como dato mediciones de temperatura corporal en las zonas próximas al tumor. Para esto, definimos un funcional que representa la diferencia entre un perfil temperatura corporal medida experimentalmete, por ejemplo mediante termografía, y la solución de un problema trasnferencia de calor [2]. Por lo tanto, este func ional se relaciona con los parámetros geométricos a través de la solución del problema de transferencia de calor, de manera tal que encontrar el mínimo del funcional lleva a encontrar los parámetros geométricos desconocidos asociados al tumor. Para resolver el problema de optimización se implementó un método de gradiente espectral y para el cálculo del gradiente del funcional se utilizaron herramientas correspondientes a la teoría del análisis de sensibilidad, particularmente el cálculo de la derivada de forma [3].

[1]**Santa Cruz G.A.,González S.J., et all.**Dynamic infrared imaging of cutaneous melanoma and normal skin in patients treated with BNCT. Appl. Radiat. Isotopes, vol. 67,pp s54-s58, 2009.

[2]**Agnelli J.P, Barrea A.A. and Turner C.V.** Tumor location and parameter estimation by thermography. Mathematical and Computer Modelling. In pres s, 2010.

[3]**Haslinger J., and Makinen R.A.E.** Introduction to Shape Optimization: Theory, Approximation and Computation. SIAM, ISBN 0-89871-536-9. 2003

Autores: Knopoff, Damián - Torres, Germán - Turner, Cristina
Lugar: FaMAF - Univ. Nacional de Córdoba
Expositor: Knopoff, Damián

Modelo matemático para el crecimiento tumoral con quimioterapia

En este trabajo mostraremos un modelo matemático para el crecimiento de tumores con quimioterapia. Dicho modelo está planteado como un problema de frontera libre, constituida por el borde del tumor, siendo el dominio el propio tumor. Se tiene un sistema de ecuaciones diferenciales parciales para el número de celulas tumorales (n), la concentración de nutrientes (c), la velocidad del flujo de células (v) y la concentración de droga (w). Se asume un tumor esférico, con simetría radial, con lo cual nuestras variables independientes son el radio r y el tiempo t.

Las ecuaciones involucradas en el modelo son las siguientes:

$$\frac{\partial n}{\partial t} + \frac{1}{r^2}\frac{\partial (r^2 vn)}{\partial r} = f_1(n,c,w)$$

$$\frac{\partial c}{\partial t} + \frac{1}{r^2}\frac{\partial (r^2 vc)}{\partial r} - \frac{D}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}(r^2\frac{\partial c}{\partial r}) = f_2(n,c,w)$$

$$\frac{1}{r^2}\frac{\partial (r^2 v)}{\partial r} = f_3(c,n,w)$$

$$\frac{\partial w}{\partial t} + \frac{1}{r^2}\frac{\partial (r^2 vw)}{\partial r} - \frac{D_w}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}(r^2\frac{\partial w}{\partial r}) = f_4(n,c,w)$$

donde $S(t)$ es la frontera libre y las f_i son funciones que se derivan de cuestiones de cinética química y biológica.

Las condiciones iniciales son: $n(r,0) = n_i(r)$, $c(r,0) = c_i(r)$, $S(0) = S_i$ y $w(r,0) = 0$. Asimismo, las condiciones de borde son, en $r = 0$, $\frac{\partial c}{\partial r} = 0$, $\frac{\partial w}{\partial r} = 0$ y $v = 0$. En tanto que en la frontera libre $S(t)$ se tiene $\frac{dS(t)}{dt} = v(S(t),t)$, $c = c_0(t)$ y $w = w_0(t)$.

Es importante recalcar que en este modelo hay incluidos parámetros que se obti enen de datos experimentales. Para poder resolver numéricamente el sistema de EDPs se realizan algunas suposiciones en base a los mismos.

Mostraremos algunas de las simulaciones numéricas obtenidas, las cuales nos permiten analizar la capacidad del modelo para representar los fenómenos biológicos involucrados.

En un futuro se usará este modelo para poder estimar los parámetros biológicos más convenientes, vía resolución del problema inverso.

Referencias

- J.P. Ward, J.R. King, Mathematical modelling of avascular tumour growth, IMA J. Math. Appl. Med. Biol. 14 (1997) 39.
- J.P. Ward, J.R. King, Mathematical modelling of drug transport in tumour multicell spheroids and monolayer cultures, Math. Biosciences 181 (2003) 177-207.
- C. Turner, A. Barrea, A numerical analysis of a model for growth tumor, Applied Mathematics and Computation, 167 (2005), 345-354.

Autores: Andres Barrea - Matías Hernández
Lugar: UNC - Famaf - Ciem
Expositor: Matías Hernández

La quimioterapia es un tratamiento contra el cáncer basado en la administracón de drogas. Generalmente estos fármacos son suministrados al paciente siguiendo un programa consistente de n dosis en tiempos t_1, t_2,..., t_n. En el caso de tratamientos multi-drogas, cada dosis es un cóctel de d drogas con niveles de concentración C_{ij}, $i \in \{1, 2, ..., n\}, j \in \{1, 2, ..., d\}$ en el plasma sanguíneo Los conjuntos de restricciones de un tratamiento de quimioterapia varían de droga a droga así como con el tipo de cáncer. Pero estos tienen la siguiente forma general.

1. *Máxima dosis instantánea*

$$g_1(\mathbf{C}) = \{C_{max_j} - C_{ij} \geq 0, \forall i \in \{1, 2, ..., n\}, \forall j \in \{1, 2, ..., d\}\}$$

2. *Máxima dosis acumulada*

$$g_2(\mathbf{C}) = \{C_{cum_j} - \sum_{i=1}^{n} C_{ij} \geq 0, \forall j \in \{1, 2, ..., d\}\}$$

3. *Medida Máxima del tumor*

$$g_3(\mathbf{C}) = \{N_{max} - N(b_i) \geq 0, i \in \{1, 2, ..., n\}\}$$

4. *Restricción de los efectos tóxicos*

$$g_4(\mathbf{C}) = \{C_{sc_k} - \sum_{j=1}^{d} \eta_{kj} C_{ij} \geq 0, \forall i \in \{1, 2, ..., n\}, \forall j \in \{1, 2, ..., d\}\}$$

Los factores η_{kj} que aparecen en las restricciones indican el riesgo de daño sobre el órgano o tejido k por la droga j. El modelo elegido para describir la respuesta del tumor al tratamiento es dado por

$$\frac{dN}{dt} = N(t)[\lambda ln(\frac{\theta}{N(t)}) - \sum_{j=1}^{d} \kappa_j \sum_{i=1}^{n} C_{ij}\{H(t - t_i) - H(t - t_{i+1})\}]$$

donde $N(t)$ representa el número de células en el tumor.La eradicación del tumor, puede formularse como sigue:

$$\max_{\mathbf{C}} f_1(\mathbf{C}) = \int_{t_1}^{t_n} ln(\frac{\theta}{N(\tau)}) d\tau$$

El segundo objetivo consiste en prolongar el tiempo de sobrevida del paciente, denotando por T este tiempo, se tiene que el segundo objetivo adopta la forma

$$\max_{\mathbf{C}} f_2(\mathbf{C}) = \int_{t_1}^{T} \tau d\tau = T$$

En general este tipo de problemas se resuelve con métodos heurísticos, en este trabajo formulamos el problema como un problema de programación no lineal multiobjetivo resuelto a tráves del método de minimax; permitiendo incerteza en los variables y en la restricciones.

Autores: Juan Fuxman Bass, Abdul Salam Jarrah, Mercedes Pérez Millán
Lugar: Universidad de Buenos Aires, American University in Sharjah.
Expositor: Mercedes Pérez Millán

Un modelo discreto de la red regulatoria del factor nuclear NF-κB

En este trabajo desarrollamos un modelo de la red regulatoria de la vía de transducción de señales del factor nuclear κB (NF-κB) a través de un sistema dinámico discreto. Las proteínas del grupo NF-κB son un conjunto de factores de transcripción involucradas en importantes procesos celulares que incluyen respuestas inflamatorias así como también la regulación de la apoptosis. El modelo desarrollado logró reproducir una gran diversidad de resultados experimentales así como también predicciones arrojadas por modelos basados en ecuaciones diferenciales [Hoffmann *et ál.* (2002), Lee *et ál.* (2000), Lipniacki *et ál.* (2004), Yue *et ál.* (2006), etc.], sin la necesidad de determinar decenas de constantes cinéticas experimentalmente o mediante aproximaciones [Kearns y Hoffmann (2009)].

El modelo p resentado contribuye a comprender la regulación de la vía de NF-κB y permite explorar su potencial terapéutico como blanco para drogas en enfermedades inflamatorias crónicas, cáncer, infecciones y quimioterapia entre otros.

Autores: Adriana Saavedra, Cecilia Perez y Mariano Ferrari
Lugar: Facultad de Ingeniería, U. N. de la Patagonia S. J. B.
Expositor: Mariano Ferrari

Sistemas homogéneos y monótonos - Modelos poblacionales con dos sexos

Estudiamos algunos sistemas dinámicos autónomos en $(\mathbb{R}^+)^n$ inspirados en la dinámica de poblaciones con dos sexos. Tanto en el caso de tiempo discreto:

$$x(t) = f(x(t-1))\,,$$

como continuo:

$$\dot{x}(t) = f(x(t))\,.$$

Donde f es un operador homogéneo de grado 1 ($f(\alpha x) = \alpha f(x)$, para todo $\alpha \in \mathbb{R}^+$) y monótono ($x \leq y \Rightarrow f(x) \leq f(y)$, para todos $x, y \in (\mathbb{R}^+)^n$).

En el caso discreto estudiamos las consecuencias y aplicaciones del Teorema de Perron-Frobenius generalizado (Gaubert y Gunawardena 2003) y su relación con otros resultados acerca de la existencia y unicidad de autovectores (Nussbaum 1986), que corresponden a estructuras de equilibrio del sistema.

En el caso continuo generalizamos un modelo poblacional de dos sexos con uniones duraderas (Hadeler 1988) incorporando un estadío pre reproductivo.

Referencias

1. Gaubert, S. y J. Gunawardena. 2003. The Perron-Frobenius theorem for homogeneous, monotone functions. Transactions of the American Mathematical Society 356: 4931-4950.

2. Hadeler, K. P.,R. Waldstatter, y A. Worz-Busekros. 1988. Models for pair formation in bisexual populations. Journal of Mathematical Biology 26: 635-649.

3. Nussbaum, R. D. 1986. Convexity and log convexity for the spectral radius. Linear Algebra and its Applications 73: 59-122.

Autores: Juan Carlos Rosales, Hyun Mo Yang, Jorge Eduardo Garzón
Lugar: Consejo de Investigaciones de Ia Universidad Nacional de Salta. Lab-EPIFISMA IMECC, Universidade Estadual de Campinas
Expositor: Juan Carlos Rosales

Cálculo del Número Reproductivo Básico como Autovalor Dominante del Operador Próxima Generación para el Ciclo Silvestre de Transmisión de la Leishmaniasis Tegumentar Americana

A partir de un modelo con ecuaciones diferenciales ordinarias no lineales, se describe cualitativamente la dinámica del ciclo silvestre de la Leishmaniasis Tegumentar Americana. Se obtiene la expresión para el Número Reproductivo Básico como el autovalor dominante del Operador Próxima Generación. El modelo considera n reservorios silvestres. Además se introduce un refinamiento en el modelo, en la tasa de nacimiento del vector, para contemplar las influencias de las fluctuaciones climáticas estacionales, en la densidad de poblacional de la especie vector, *Lutzomyia*, mediante funciones senoidales. Estas oscilaciones, buscando las frecuencias a partir de los datos, realizando extracciones de tendencia lineal y ajustes en la base $\{1, t, cos\frac{2\pi t}{f}, sen\frac{2\pi t}{f}\}$, permitirían describir cualitativamente la situación epidémica para cada año en particular en la localidad de Hipólito Yrigoyen, en el Departamento de Orán de la provincia de Salta.

Se presentan aproximaciones numéricas que proporciona el mismo, aplicado a posibles situaciones particulares, cuando el ciclo de transmisión puede considerarse silvestre y peridoméstico, según los casos ocurridos en la localidad mencionada.

Autores: Andres Barrea
Lugar: UNC - Famaf - CIEM
Expositor: Andres Barrea

Incentivos para la investigación interdisciplinaria

Existe buena cantidad de evidencia de que la ciencia a nivel global se encamina hacia la interdisciplina. Uno de los principales motivos es el valor social de la misma, es decir los problemas concretos a resolver requieren de conocimientos de diferentes áreas. El esfuerzo de los investigadores para desarrollar este tarea supone una disminución en su nivel de especialización y por ende una pérdida de la calidad de la investigación tanto en las disciplinas puras como en las interdisciplinarias. En la literatura se puede encontrar modelos estáticos de esta situación. En este trabajo se modela como un problema de control óptimo de horizonte infinito el posible incentivo a la investigación interdisciplinaria. Las variables de estado consideradas son las $q_j(t)$ que representan la producción de conocimiento tanto especializado como interdisciplinario, las cuales cumplen un sistema de ecuaciones ordinarias con parámetros de crecimiento. Las variables de control son los $u_j(t)$ los incentivos para cada tipo de conocimiento, estamos pensando en subsidios, becas, etc. El objetivo a maximizar en este modelo son la calidad de la producción, pensada como una funcion creciente de los q_j y el valor social de cada tipo de conocimiento; ambos objetivos cumpliendo restricciones razonables y parametrizadas para permitir el análisis en diferentes escenarios. Se presentan resultados tanto analíticos como numéricos del modelo propuesto.

Conferencia Invitada
Karina Temperini
Instituto de Matemática Aplicada del Litoral (IMAL) - CONICET, Universidad Nacional del Litoral (UNL)

Saturación global para métodos de regularización espectrales con calificación óptima

En 1994, A. Neubauer ([4]) demostró que ciertos métodos de regularización espectrales para problemas inversos mal condicionados "saturan", es decir, a partir del conocimiento de un cierto grado de regularidad acerca de la solución exacta del problema, son incapaces de continuar extrayendo información sobre la misma, independientemente de las hipótesis adicionales que se conozcan o se impongan. El concepto de "saturación" está asociado al mejor orden de convergencia del error total que un método puede alcanzar independientemente de los supuestos de regularidad sobre la solución exacta y de la selección de la regla de elección de parámetros. En 2010, Herdman, Spies y Temperini ([1]) desarrollaron una teoría general de saturación global para métodos de regularización arbitrari os, dentro de la cual fue posible definir adecuadamente el concepto de saturación de un método de regularización formalizando la idea original e intuitiva del mismo.

Relacionado de una manera dual al concepto de saturación está el concepto de calificación de un método de regularización espectral, el cual fue introducido por Mathé y Pereverzev en el año 2003 ([3]). Este concepto está fuertemente asociado al orden de convergencia óptimo del error de regularización bajo ciertos supuestos "a-priori" acerca de la solución exacta. En 2009, Herdman, Spies y Temperini ([2]) generalizaron el concepto de calificación e introdujeron tres niveles jerárquicos del mismo: débil, fuerte y óptima. Se mostró que la calificación débil generaliza la definición de calificación introducida en [3].

En este trabajo se presentarán resultados recíprocos de métodos de regularización espectrales con calificación óptima, en los que propiedades de regularidad de las soluciones pueden deducirse a partir del orden de convergencia del método. Asimismo se caraterizará la saturación global de métodos de regularización espectrales que poseen calificación óptima y se mostrarán diversos ejemplos de tales métodos.

Referencias:

[1] Herdman, T.; Spies, R. D. and Temperini, K. G.; Global Saturation of Regularization Methods for Inverse Ill-Posed Problems. *Journal of Optimization Theory and Applications*, 2010, aceptado para su publicación.

[2] Herdman, T.; Spies, R. D. and Temperini, K. G.; Generalized Qualification and Qualification Levels for Spectral Regularization Methods . *Journal of Optimization Theory and Applications*, 141:547–567, 2009.

[3] Mathé, P. and Pereverzev, S. V.; Geometry of linear ill-posed problems in variable Hilbert scales. *Inverse Problems*, 19(3):789–803, 2003.

[4] Neubauer, A.; On converse and saturation results for regularization methods. In Beiträge zur angewandten Analysis und Informatik, 262–270. Shaker, Aachen, 1994.

Autores: Gisela Mazzieri, Rubén Spies y Karina Temperini
Lugar: Instituto de Matemática Aplicada del Litoral (IMAL) - CONICET, Universidad Nacional del Litoral (UNL)
Expositor: Gisela Mazzieri

Convergencia radial de regularizaciones de tipo Tikhonov-Phillips con combinaciones lineales de seminormas generadas por operadores diferenciales

En el estudio de problemas inversos mal condicionados es bien sabido que los métodos clásicos de regularización poseen la restricción de no admitir soluciones discontinuas o no regulares en general. En algunos casos (particularmente en ciertas aplicaciones a restauración de imágenes), este tipo de restricción suele ser muy indeseable, puesto que las soluciones aproximadas pierden información significativa en regiones donde la solución exacta no es regular. En estos casos es deseable el diseño de estrategias que conduzcan a métodos de regularización que permitan que las correspondientes soluciones aproximadas sean no regulares. En el contexto de la teoría general de los métodos de Tikhonov-Phillips, la utilización de penalizantes basados en esta estrategia da lugar a los llamados Métodos de regularización de Tikhonov-Phillips generalizados ([1]). En este trabajo se consideran regularizaciones obtenidas utilizando como penalizantes, combinaciones lineales de seminormas generadas por operadores diferenciales. Se demuestra la convergencia de estas soluciones regularizadas en el caso de reglas de elección de parámetro vectoriales radiales y se caracteriza la solución de mínimos cuadrados límite. Finalmente, se presentarán algunos ejemplos numéricos de problemas relacionados con el procesamiento y restauración de imágenes digitales con el objetivo de mostrar la potencialidad de los métodos desarrollados en aplicaciones concretas.

Referencia:

[1] Engl, H. W.; Hanke, M. and Neubauer, A.; Regularization of inverse problems, volume 375 of Mathematics and its Applications. Kluwer Academic Publishers Group, Dordrecht, 1996

Autores: María Beatriz Pintarelli - Fernando Vericat
Lugar: Departamento de Ciencias Básicas-Facultad de Ingeniería, Departamento de Matemática, Facultad de Ciencias Exactas- UNLP
Expositor: María Beatriz Pintarelli

Una ecuación en derivadas parciales como un problema de momentos bidimensional

Muchos problemas inversos pueden ser formulados como un problema de momentos. Consideramos aqui el problema de hallar una funcion $F(t,x)$ tal que

$$\frac{\partial F(t,x)}{\partial t} = -G(t)\frac{\partial F(t,x)}{\partial x} \qquad (t,x) \in R^+ \times R^+$$

con las condiciones de contorno

$$F(t,0) = \frac{B(t)}{G(t)} \qquad F(0,x) = F_{inicial}(x)$$

Se presentara este problema como un problema de momentos bidimensional generalizado.
Se acotara el error de la solucion regularizada utilizando las tecnicas sobre problema de momentos bidimensional generalizado en $(0,\infty) \times (0,\infty)$.

Autores: Mariel Rosenblatt, Eduardo Serrano y Alejandra Figliola
Lugar: Universidad Nacional de Gral. Sarmiento y Universidad Nacional de San Martín
Expositor: Mariel Rosenblatt

Una Entropía Local basada en Wavelet Leaders

En este trabajo introducimos una nueva medida de la información que proporciona una señal. Combinando el concepto de entropía, proveniente de la teoría de la información y de la mecánica estadística, con los coeficientes wavelet leaders definimos la 'Entropía Wavelet Leaders Local' y analizamos la relación que existe entre esta medida y la regularidad local de la señal.

Diversos cuantificadores han sido propuestos para medir la regularidad local de una función. El más simple es el exponente Hölder puntual, que se define en cada $x_0 \in Dom(f) \subseteq \mathbb{R}$, donde f es una función localmente acotada, como

$$H_f(x_0) = \sup_{0 \leq \alpha < +\infty} \{\alpha : f \in C^\alpha(x_0)\}$$

La función f está en la clase $C^\alpha(x_0)$ si existen $C > 0$ y un polinomio $P_{x_0}(x)$ de grado menor que α tales que: $|f(x) - P_{x_0}(x)|$ Los coeficientes wavelet leaders, introducidos por S. Jaffard, se calculan a partir de los supremos locales de los coeficientes wavelet de una señal $f \in L^2(\mathbb{R})$, concentrando su información y reorganizando su estructura. En 2004, S. Jaffard formuló una nueva caracterización del exponente Hölder puntual a través del estudio del decaimiento de estos coeficientes.

A partir del cálculo de los coeficientes wavelet leaders de una señal de 2^N datos, construímos, lo calmente, una distribución de probabilidades discreta P=$\{\rho_j : j = 1, .., N\}$ y usando la entropía de Shannon definimos la Entropía Wavelet Leaders Local,

$$S(P) = -\sum_{j=1}^{N} \rho_j log_2(\rho_j)$$

asociada a un intervalo temporal de cualquier tamaño.

Además mostramos una aplicación en señales naturales, comparando la evolución temporal de la Entropía Wavelet Leaders Local y del exponente Hölder puntual.

Referencias

[1] Cover, T.M.; Thomas, J.A. *Elements of Information Theory, 2nd Edition.* J. Wiley; New York, 2006.

[2] Jaffard, S. Wavelet techniques in multifractal analysis. *Proc. Sympos. Pure Math., AMS* **2004**, *72*, *2*, 91-151.

[3] Mallat, S. *A Wavelet Tour of Signal Processing, The S parse Way, 3rd Edition.* Academic Press; Burlington, 2009.

Autores: Ricardo Grossi, Virginia Quintana, Antonio Sángari
Lugar: Universidad Nacional de Salta
Expositor: Antonio Sángari

Soluciones débiles de vigas con discontinuidades intermedias mediante el uso de la teoría de Timoshenko

Al analizar el planteo y la resolución del problema de contorno y autovalores que describe el comportamiento dinámico de vigas con discontinuidades en puntos intermedios, tales como rótulas y restricciones elásticas, surge que el mismo carece de solución clásica, debiéndose determinar una solución débil. La presencia de una rótula y de restricciones elásticas en un punto intermedio genera condiciones cuyas expresiones analíticas son totalmente análogas a las de las condiciones de contorno. No obstante, el punto intermedio estudiado es un punto interior del dominio y por lo tanto las expresiones analíticas que proporciona el cálculo de variaciones, deben ser consideradas como condiciones de transición. En este trabajo se obtienen, mediante la aplicación de las técnicas del cálculo de variaciones, los problemas de contorno y autovalores que describen el comportamiento dinámico de las vigas mencionadas haciendo uso de la teoría de Timoshenko, la cual considera los efectos de las deformaciones por corte y de la inercia rotatoria dentro de la teoría clásica de Euler-Bernoulli. Luego, se determinan las soluciones débiles, en los espacios de Sobolev correspondientes y se analizan las ventajas de esas soluciones en las formulaciones correspondientes y su repercusión en la determinación de valores numéricos. Además se presentan valores de los coeficientes de frecuencias de vibración y se muestran las formas modales respectivas mediante un tratamiento moderno del método de Ritz-Galerkin para obtener los autovalores aproximados.

Autores: Claudia Denner, Ana Rosso, Juan Cesco, Jorge Pérez , Oscar Taurian
Lugar: Universidad Nacional de Río Cuarto
Expositor: Claudia Denner

El uso de funciones de Laguerre en la aproximación de ciertas integrales multicéntricas

El cálculo de la energía potencial de interacción de Coulomb electrón-núcleo $V(\overrightarrow{R})$, usando una base de funciones compuesta por orbitales 1s de Slater (STO) y 1s gaussianos (GTO), tiene la expresión

$$V(\overrightarrow{R}) = \kappa \int_0^\infty f(w) j_0(w) dw$$

donde $j_0(w) = \frac{sen(w)}{w}$ es la función esférica de Bessel de orden cero.

En este trabajo se presenta una aproximación a la energía potencial desarrollando la parte no oscilatoria del integrando, $f(w)$, por una suma finita de combinaciones lineales de funciones ortogonales de Laguerre ($\mathcal{L}_k(w)$), es decir:

$$f(w) \simeq \sum_{k=0}^{N} c_k \mathcal{L}_k(w)$$

con

$$c_k = \int_0^\infty f(w) \mathcal{L}_k(w) dw$$

y

$$\mathcal{L}_k(w) = e^w P_k(w)$$

donde $P_k(w)$ son los polinomios ortogonales de Laguerre.

Con esta aproximación se simplifica el cálculo de la energía potencial ya que:

$$V(\overrightarrow{R}) \simeq \sum_{k=0}^{N} c_k \int_0^\infty \mathcal{L}_k(w) j_0(w) dw$$

donde

$$\int_0^\infty \mathcal{L}_k(w) j_0(w) dw$$

pueden calcularse de manera exacta.

Se estudia el comportamiento del error relativo que provee la aproximación con el fin de buscar estrategias de truncamiento en el desarrollo de $f(w)$.

Conferencia Invitada
Ma. Cristina Sanziel
Fac.Cs.Exactas, Ingeniería y Agrimensura, UNR

Tratamiento Numérico de un Problema de Transferencia de Calor y Masa

Se proponen diferentes abordajes numéricos para calcular los valores de la solución aproximada de un problema de transferencia de calor y masa con cambio de fase, en un medio poroso.

Luikov [1-2] estableció la formulación matemática del problema físico, en tanto que en [3] se realiza un análisis matemático teórico que permite demostrar la existencia de solución única local en el tiempo.

En el presente trabajo se aplican tres diferentes métodos numéricos: aproximación de punto fijo, diferencias finitas con paso temporal variable y método cuasiestacionario, a fin de encontrar la solución aproximada del problema, es decir se encuentran valores de la temperatura, la humedad y la frontera libre, y se comparan los resultados obtenidos

REFERENCIAS

[1] A.V. Luikov, Heat and Mass Transfer in Capillary-porous bodies, Pergamon Press, Oxford, 1966.

[2] A.V. Luikov, Heat and Mass Transfer, MIR Publishers, Moscow, 1978

[3] E. Santillan Marcus, A. Briozzo, On freezing of a finite humid porous medium with a heat flux condition, Nonlinear Analysis 67 (2007) 1919-1937.

Autores: E.M. Mancinelli, E.A. Santillán Marcus
Lugar: FCEIA - Universidad Nacional de Rosario
Expositor: E.M. Mancinelli

Control óptimo de la frontera libre en un proceso de desublimación

Se estudia un proceso de desublimación de humedad en un medio poroso finito a través de un enfoque analítico. Este proceso se describe como un problema acoplado de Stefan a dos fases en donde se controla la evolución de la frontera libre usando condiciones de temperatura. Se minimiza un funcional de costo apropiado.

Autores: Eugenio Della Vecchia, Silvia Di Marco, Alain Jean-Marie (*)
Lugar: CONICET-UNR, Argentina; (*) INRIA-LIRMM, Francia
Expositor: Eugenio Della Vecchia

Relaciones entre iteración de valores y horizonte móvil en problemas de control óptimo estocástico

Consideramos un sistema dinámico que evoluciona según un proceso de Markov, entre un número finito de estados y con un número finitos de acciones disponibles en cada estado. Las políticas reusultantes son evaluadas a través del criterio de ganancia promedio.

Cuando se consideran problemas de horizonte finito, el principio de la programación dinámica da un mecanismo recursivo para calcular la mejor estrategia. Esto no puede ser aplicado cuando el horizonte temporal es no acotado y el cálculo de la política óptima puede ser una tarea difícil, sobre todo por el tamaño de los problemas que provienen de las aplicaciones.

Por ello los métodos de aproximación cobran vital importancia, entre ellos el procedimiento de *horizonte móvil*, muy utilizado en las aplicaciones. El mismo es un método heurístico que da una política estacionaria óptima cuya ganancia es cercana a la óptima. Uno de nuestros objetivos es analizar la convergencia del método, dar condiciones sobre los datos del problema bajo los cuales el procedimiento dé políticas cercanas a las óptimas y ofrecer una cota para el error.

Cuando el método utiliza el algoritmo de iteración de valores para el cómputo de las políticas, que es lo más común, la convergencia del método está relacionada con la convergencia de este algoritmo. Además, en todos los casos hay que diseñar una regla de parada para el mismo. Presentamos las condiciones más débiles posibles para la convergencia de algunas sucesiones computables por el algoritmo y los alcances de reglas de parada que se pueden construir a partir de ellas. Esto es de gran importancia puesto que la construcción de reglas de parada para el algoritmo de iteración de valores sin analizar previamente la e structura del proceso, es un problema abierto.

Si bien hay trabajos previos en el análisis de la convergencia del procedimiento de horizonte móvil, en este trabajo presentamos condiciones más generales que los mismos para obtener convergencia geométrica del método.

Además presentamos modificaciones al procedimiento clásico de horizonte móvil que permiten su utilización con buenos resultados sobre una gama más amplia de problemas sin que eso signifique agregar complejidad al cálculo. Más precisamente estas modificaciones lo hacen utilizable sobre problemas periódicos, sobre los que el procedimiento clásico no converge.

Autores: Eduardo Philipp, Hasnaa Zidani, Elina Mancinelli
Lugar: FCEIA-UNR
Expositor: Eduardo Philipp

Una condición suficiente sobre las restricciones de estado de un problema de control óptimo con una medida de Radon involucrada en la dinámica

Consideramos el siguiente problema de control con restricciones de estado y una medida de Radon involucrada en la dinámica:

$$(E)\begin{cases} \dot{y}_x(t) = f(t, y_x(t), \alpha(t)) + g(t, \alpha(t)) \cdot \dot{u}(t) & \text{para } t \in (\tau, T] \\ y_x(\tau^-) = x \end{cases}$$

donde

- $\alpha \in \mathcal{A}$ es la función de control.
- $\dot{u}$ es una medida de Radon.
- f, g están globalmente acotadas y son C^1 en $\mathbb{R}^n$.

Sea $\mathcal{K} \subseteq \mathbb{R}^n$ un conjunto cerrado de restricciones de estado. Para un $(x, \tau) \in \mathbb{R}^n \times [0, +\infty)$ fijo, definimos el conjunto de trayectorias admisibles:

$$S_{[\tau,T]}^{\mathcal{K}} := \{y_x \, \text{solución de} \, (E), \, y_x(s) \in \mathcal{K} \quad \forall s \in [\tau, T]\}$$

Dada $\varphi : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ una función semicontinua inferiormente y $M_0 > 0$ tal que $|\varphi(x)| \leq M_0$ para todo $x \in \mathcal{K}$. Podemos asumir sin pérdida de generalidad que $M_0 < 1$ y $\varphi \equiv 1$ en $\mathcal{K}^c$. Ahora consideramos la siguiente función valor de estado final con restricciones de estado:

$$V(x, \tau) := \begin{cases} \inf_\alpha \left\{ \varphi(y_x(T)), y_x \in S_{[\tau,T]}^{\mathcal{K}} \right\} & \text{si } S_{[\tau,T]}^{\mathcal{K}} \neq \emptyset \\ 1 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

Debido a la presencia de la medida $\dot{u}$, la definición de solución para la ecuación de estado no es clásica. Bajo condiciones adecuadas sobre las funciones involucradas, fijan do un control α en la dinámica, y sin restricciones de estado este problema

fue estudiado por Briani-Zidani (2009) y una noción satisfactoria de solución fue hallada usando la técnica de Completación del Gráfico desarrollada por DalMaso-Rampazzo (1991).
Aquí consideramos un problema simplificado con restricciones de estado y obtenemos una condición suficiente sobre $\mathcal{K}$ de tal manera que los mismos procedimientos pueden ser aplicados, aún con restricciones de estado.

Referencias

[1] O. Bokanowski, N. Forcadel, H. Zidani, *Deterministic state constrained optimal control problems without controllability assumptions.* Mathematics Subject Classification. 35B37, 49J15, 49Lxx, 49J45, 90C39. 1991.

[2] A. Briani, *A Hamilton-Jacobi equation with measures arising in* Γ*-convergence of optimal control problems.* Diff and int. equation s, 12(6):849-886, 1999.

[3] A. Briani, H. Zidani, *Characterisation of the value function of final state constrained control problems with BV trajectories*, AMS Classification: 49J15, 35F21, 34A37. 2009.

[4] G. Dal Maso y F. Rampazzo, *On systems of ordinary differential equationes with measures as controls*, Diff. and int. equations, Vol. 4. Number 4, 739-765, Julio 1991.

[5] E. Philipp, *Problemas de control óptimo con restricciones de estado para sistemas que involucran medidas de Radon*, Tesina de grado de Licenciatura en Matemáticas - FCEIA - UNR - Argentina - Marzo 2010.

Autores: F. Levstein, J. Lezama, C. Maldonado, D. Penazzi
Lugar: Universidad Nacional de Córdoba, FAMAF - CIEM-CONICET
Expositor: J. Lezama

Autoespacios del grafo de Hamming H(2n,2). Aplicaciones en compresión de imágenes

Dado un grafo $G = (X, E)$ se define la matriz de adyacencia A por:

$$(A)_{xy} = \begin{cases} 1 & \text{si son adyacentes} \\ 0 & \text{sino} \end{cases}$$

El grafo del hipercubo $H(n, 2) = (X, E)$ tiene como vértices a $X = \mathbb{Z}_2^n$, donde dos vértices $\mathbf{x} = (x_1, x_2, ..., x_n)$, $\mathbf{y} = (y_1, y_2, ..., y_n) \in X$ son adyacentes si $|\{i \ : \ x_i \neq y_i\}| = 1$.

El espacio de funciones $\mathbb{R}^X = \{f : X \to \mathbb{R}\}$ se descompone como

$$\mathbb{R}^X = \oplus_{j=0}^n V_j$$

donde $\{V_j\}_{j=0}^n$ son autoespacios de A, correspondientes a autovalores distintos.

Ordenamos la descomposición teniendo en cuenta $\lambda_0 > \lambda_1 > ... > \lambda_n$, donde λ_j es el autovalor de A en el autoespacio V_j.

Por otro lado una imagen en escala de grises se representa con una matriz de orden $m \times r$ en donde cada entrada de la matriz corresponde a un pixel dado en una escala de grises, (intensidad), representada por un entero entre 0 y 255. El color negro corresponde al 0 y el blanco al 255.

En este trabajo consideramos autoespacios de $H(2n, 2)$ para distintos valores de n y ciertas bases ortogonales de $\mathbb{R}^{2^{2n}}$ compuestas por autovectores de A, que forman una matriz ortogonal H.

Dada una matriz F, 512 x 512, correspondiente a una imagen, subdividimos F en submatrices de orden $2^n \times 2^n$. Llamemos $v \in \mathbb{R}^{4^n}$ a una de ellas. El vector Hv contiene las coordenadas de v en la base de autovectores. Guardamos con mayor precisión las coordenadas correspondientes a autoespacios asociados a los autovalores de mayor valor.

Para analizar nuestros resultados consideramos distintas imágenes y calculamos el error cuadrático medio de la imagen reconstruida con su original. El histograma de la diferencia de estas imágenes muestra una gran concentración alrededor del 0. El software utilizado en este trabajo es ENVI 4.3 con una base de datos de imágenes con distintos contrastes de grises.

Referencias

[1] V. Madisetti., D. Williams *The digital signal processing handbook*, (CRC PRESS, IEEE PRESS, 1998).

Autores: Lisandro Parente, Pablo Lotito, Aldo Rubiales
Lugar: CONICET-UNR, CONICET-UNICEN
Expositor: Lisandro Parente

Resolución de problemas de coordinación hidrotérmica con restricciones de red mediante métodos proximales

En este trabajo se aborda un problema de planificación a corto plazo de unidades de generación eléctrica en un mercado oligopólico hidrotérmico, considerando restricciones de red. Se presenta un modelo donde intervienen unidades hidráulicas de bombeo, que pueden recuperar agua en períodos de baja demanda pagando por la electricidad consumida. A partir de la teoría de equilibrio de Nash-Cournot, se obtiene una inclusión monótona que permite la aplicación de esquemas proximales. Se describe la implementación y se presentan ejemplos.

Autores: Jorgelina Walpen - Elina M. Mancinelli
Lugar: FCEIA - UNR
Expositor: Jorgelina Walpen

Un planteo binivel para el problema de la contaminación vehicular del aire

Los programas de optimización binivel son intrínsecamente difíciles dado que son, generalmente, problemas de optimización no convexos y no diferenciables. Esta clase de problemas están caracterizados por dos niveles de decisión, el nivel superior que busca optimizar una función de su variable de control y otra variable que es la reacción a la primera en el nivel inferior.

En su forma más general pueden presentarse como:

$$\begin{array}{ll} \text{mín} & f(x,y) \\ s.a. & y \in S(x) \\ & (x,y) \in K. \end{array}$$

donde x es la variable de control, y es la variable de estado, f es la función objetivo, K es un conjunto cerrado de pares (x,y) admisibles y S es una función posiblemente multivaluada. La relación $y \in S(x)$ indica que y es la solución a un problema de equilibrio parametrizado en x.

En nues tro caso específico la formulación binivel involucra un problema de optimización en el nivel inferior que resuelve el problema del equilibrio del usuario que admite solución única. Matemáticamente, dada una red de transporte urbano $G = (\mathcal{N}, \mathcal{A})$ y un conjunto de demandas $\mathcal{D}$ con orígenes $o \in \mathcal{N}$ y destinos $d \in \mathcal{N}$, el problema de asignación de tráfico consiste en determinar los flujos f_a en los arcos $a \in \mathcal{A}$ cuando el tiempo de viaje t_a en un arco a es una función del flujo f_a. Considerando un modelo estático para el cual no existe interacción entre los arcos y tratando de resolver el problema de asignación de tráfico que resulta del equilibrio del usuario propuesto por Wardrop (caso determinístico), la solución de equilibrio estará garantizada si todos los usuarios para el mismo par (o,d) viajan por rutas con iguales tiempos (óptimos) de recorrido.

El nivel superior se concentra en la minimización de los niveles de contaminación del aire en arcos específicos introduciendo un parámetro de control que modifica sus costos de viaje en vacío (flujo nulo), con la intención de desalentar el uso de tales arcos.

Introducimos una aplicación de esta formulación a un modelo de la red urbana del centro de la ciudad de Rosario. Implementamos un heurística [4] y los algoritmos disponibles en la toolbox `CiudadSim` [1], para resolver el problema y finalmente analizar los resultados numéricos.

Referencias

[1] CiudadSim: http://www-rocq.inria.fr/metalau/ciudadsim/

[2] Josefsson M., Patriksson M. (January 2007), *Sensitivity analysis of separable traffic eqilibrium equilibria, with application to bilevel optimization in network design*, Transpo rtation Research, part B: Methodological, Vol. 41, pp. 4-31.

[3] Larsson T., Patriksson M. (1992), *Simplicial Decomposition with Disaggregated Representation for the Traffic Assignment Problem*, Transportation Science, 26, pp.4-17.

[4] Lotito P., Mancinelli E., Quadrat J.P., Wynter L. (May 2002), *Bilevel Programs on Traffic Networks*, Les Journées de l'Optimisation - Optimization Days 2002. Montreal, Canadá.

[5] Patriksson M. (1994), *The Traffic Assignment Problem. Models and Methodes*, VSP BV, Utrecht.

[6] Walpen J. (March 2010), *Sobre la afectación de tráfico*, Mathematical degree thesis, FCEIA, UNR, Argentina.

Autores: Elvio A. Pilotta, Germán A. Torres
Lugar: FAMAF - Universidad Nacional de Córdoba / CIEM-CONICET
Expositor: Elvio A. Pilotta

Análisis y formulaciones de un algoritmo de restauraciíon inexacta para optimización bilevel

Los métodos de Restauración Inexacta fueron introducidos para resolver problemas de optimización no lineal [2,3]. Estos métodos pueden ser aplicados a problemas de programación *bilevel* sin reformularlos como un problema de programación no lineal de un nivel [1]. Esta estrategia evita puntos estacionarios espurios que podrían aparecer cuando se reemplaza un problema de optimización por restricciones dadas por las correspondientes condiciones de optimalidad.

En esta presentación mostraremos un estudio numérico basado en el desarrollo de un sistema computacional de un algoritmo eficiente de Restauración Inexacta aplicado a problemas de programación bilevel. Analizamos diversas formulaciones y criterios de parada, teniendo en cuenta la estructura del problema. Este sistema es altamente configurable y permite el uso de otros *solvers* disponibles para la resolución de subproblemas. Para validar este estudio se presentan resultados numéricos comparativos usando un conjunto de problemas test.

[1] R. Andreani, S. Castro, J. Chela, A. Friedlander, S. Santos, *An inexact-restoration method for nonlinear bilevel programming problems*, Comput. Optim. Appl, DOI 10.1007/s10589-007-9147-4, 2007.
[2] J. M. Martínez, *Two-phase model algorithm with global convergence for nonlinear programming*, J. Optim. Theory Appl. 96(2), 397–436, 1998.

[3] J. M. Martínez, E. A. Pilotta, *Inexact-restoration algorithm for constrained optimization*, J. Optim. Theory Appl. 104, 135–163, 2000.

Autores: P. Amster (*) C. Averbuj (*)(**)
Lugar: (*) Depto de Matemática, FCEyN-UBA (**)CIETyMA, Escuela de Economía y Negocios-UNSAM
Expositor: C. Averbuj

Problema Estacionario asociado a Ecuaciones Integro-diferenciales provenientes de modelos tipo Black-Scholes con saltos y costos de transacción

La ecuación de Black-Scholes para valuar opciones ha adquirido gran importancia en los últimos años, y ha sido estudiada por numerosos autores (ver, por ejemplo, [A], [H], [I]). En principio, este modelo supone que el activo subyacente es una acción cuyo valor sigue un movimiento geométrico Browniano, donde la variación en el precio marginal se debe esencialmente a la oferta y la demanda del respectivo activo. Asimismo, podemos considerar las posibles variaciones en el precio de la acción debido a información relevante proveniente de la propia compañía o su respectiva industria. En función de esta situación habrá momentos de "calma" y momentos en los que se producen variaciones bruscas en los precios ("saltos"). En consecuencia, podemos pensar el arribo de esta nueva información com o un proceso de punto, y en particular notar que verifica los axiomas que rigen un proceso de Poisson, por lo tanto esta componente en la valuación de la acción es modelado por un proceso de Poisson (ver [M], [AA]).

En este trabajo hemos incorporado los costos de transacción que surgen de la compra/ venta del activo subyacente, los cuales se suponen como una función lineal decreciente $f(v) = a - b\,|v|\ a, b > 0$, dependiente de la cantidad del activo necesario en cada rebalanceo. Si consideramos los dos componentes que pueden modificar el valor del activo S, se obtiene la siguiente ecuación integro - diferencial parcial en las variables t y S:

$$\frac{\partial V}{\partial t} + \ LV = \ g(t,S)V - E\left(V(SY,t) - V(S,t)\right) \tag{11}$$

donde el operador L está dado por

$$LV = \frac{1}{2}\sigma^2 S^2 \frac{\partial\,^2 V}{\partial\,S^2} - a\left|\frac{\partial\,^2 V}{\partial\,S^2}\right| \sigma S^2 \sqrt{\frac{2}{\pi\delta t}} + \left(\frac{\partial\,^2\,V}{\partial\,S\,^2}\right)^2 bS^3\sigma^2 + (r-\lambda k)\frac{\partial\,V}{\partial\,S}S \tag{12}$$

En esta ecuación r es la tasa libre de riesgo, λ es la intensidad del salto, $k = E(Y-1)$, donde $Y-1$ es la variable aleatoria que representa el cambio en el precio del activo S, si el proceso de Poisson ocurre, y E es el operador esperanza sobre la variable aleatoria Y, $g(t,S)$ es la tasa instantánea de retorno en equilibrio de la opción, para mas detalles ver [M], [AA] Bajo condiciones adecuadas, estudiaremos soluciones del problema estacionario asociado a (1)-(2) con condiciones de Dirichlet utilizando el teorema de Schauder.

Referencias:

[A] M. Avellaneda, Quantitative modeling of derivatives securities, Chapman & Hall/CRC,2000.

[AA] L. Andersen, J. Andreasen, Jump diffusion processes: volatility smilefitting and numerical methods for option pricing. Review of derivatives research, 4, 231-262, 2000.

[H] J.C. Hull, Options, Future and other Derivatives. Prentice - Hall, Inc.1997.

[I] Ikeda, S.Watanabe, Stochastic Differential Equations and diffusion processes. North - Holland,1989.

[M] R. C. Merton, Continuous - Time Finance. Blackwell, Cambridge 2000.

Autores: Juan José María Martínez
Lugar: Centro de Investigación en Economía Teórica y Matemática Aplicada - Escuela de Economía y Negocioas - Universidad Nacional de San Martín
Expositor: Juan José María Martínez

Modelo de agentes interactuantes con estrategias complejas para un mercado financiero

El uso de algoritmos computacionales permite simular el comportamiento de sistemas complejos. Enfoques actuales orientan dichas herramientas a la Economía y las Finanzas -[1], [2] -. En particular, los modelos de agentes -[3], [4], [5]- pretenden, a partir de la interacción de dichas unidades - parcialmente relacionadas, que disponen de información incompleta y con estrategias disímiles- recrear comportamientos colectivos y auto-organizados. En el caso de las Finanzas, las desviaciones de la "normalidad"frecuentemente observadas son un campo fértil para estos modelos. El modelo aquí presentado, parte de la existencia de dos tipos de agentes con comportamientos antagónicos-complementarios que compiten en un mercado. Mediante el uso de algoritmos estocásticos que simulan estrategias racionales y de racionalidad acotada se recrea la evolución del precio con un mecanismo de búsqueda de equilibrio. Las simulaciones del modelo se realizan en un software desarrollado para tal efecto.

Referencias

[1] Computational Intelligence in Economics and Finance Volume I -2006- y Volumen II -2007- Springer.

[2] Handbook of Computational Economics, Volume 2 -2006-, Elsevier.

[3] E. Samanidou, E. Zschischang, D. Stauffer , and T. Lux: Agent-based Models of Financial Markets, arXiv:physics/0701140v1 [physics.soc-ph] -2007-

[4] Voit, Johannes: The Statistical Mechanics of Financial Markets -2007- Springer.

[5] Thomas Lux: Applications of Statistical Physics in Finance and Economics -2008- Kiel Institute for the World Economy.

Autores: Esteban diTada y Eduardo Serrano
Lugar: UNIVERSIDAD DE PALERMO
Expositor: Eduardo Serrano

Modelo markoviano de un sistema logístico

Se expone un modelo markoviano a tiempo continuo de un sistema de servicio.El mismo consta de M equipos idénticos que funcionan en forma independiente y continua.

La confiabilidad de los equipos se caracteriza por una tasa media de fallas igual a $1/\lambda$. Asimismo, el sistema cuenta con stock de repuestos, con disponibilidad máxima R, que posibilita la reparación, a razón de un repuesto por equipo, en forma inmediata después de una eventual falla. Si el stock no está completo y la cantidad de repuestos r no es máxima, se genera la correspondiente demanda. La llegada de los repuestos solicitados son sucesos independientes y obedece a una tasa media de arribo igual a $1/\mu$.

Los estados del sistema se denotan (m, r), para $0 \leq m \leq M$ y $0 \leq r \leq R$, indicando la cantidad de equipos en servicio y la de repuestos disponibles. Las cantidades $P(t, m, r)$ representan las probabilidades que en el tiempo t el sistema se encuentre en el estado (m, r). Bajo apropiadas hipótesis se formula el modelo dinámico markoviano, mediante el sistema de ecuaciones diferenciales lineales:

$$\frac{dP(t, m, r)}{dt} = L_{m,r}\left(P(t, M, R), \ldots, P(t, j, k), \ldots, P(t, 0, 0)\right)$$

para cada (m, r). Se caracterizan las soluciones en el estado estacionario, en función de los parámetros M,R,λ y μ y las propiedades ergódicas del proceso. Las estimaciones de las correspondientes medias estacionarias $\bar{m}$ y $\bar{r}$ permiten diseñar acciones de previsión y control.

Autores: Cardo, Romina y Corvalan, Alvaro
Lugar: Universidad Nacional de General Sarmiento
Expositor: Cardo, Romina

Filtros no lineales en Potenciales Evocados de Redes Neuronales

Abordamos el problema de la obtención de información acerca del reconocimiento de incongruencia o incompatibilidad con patrones lógicos ya impresos de una subred de una red neuronal, ya sea cerebral, o diseñada artificialmente, mediante la medición de los potenciales evocados cerebrales o de datos univariados equivalentes en el caso sintético. El objetivo ulterior es la detección de inconsistencias lógicas del discurso, no puramente semánticas, sino del reconocimiento de frases no coherentes con una línea de relato. La posible utilización en señales asociadas a las respuestas mencionadas sugiere variadas aplicaciones como posibles pruebas objetivas de responsabilidad legal, imputabilidad, insania, entre otras. Las dificultades en la aplicación de las herramientas convencionales de análisis de series de tiempo, particularmente la identificación de los parámetros de un modelo lineal tip o ARIMA, para tratar de aislar la actividad no asociada a la respuesta a fin de extraer luego esta última no parecen conducir a ajustes demasiado exitosos, por lo que sugerimos otra línea de análisis. En este trabajo estudiamos la utilización de filtros tipo Kalman no-lineales como herramienta para estimar respuestas evocadas en el cerebro o en una red neuronal ante la aparición de estímulos no congruentes con las memorias impresas en una presunta subred destinada a tal reconocimiento, tomando la respuesta de la subred como una variable no medible directamente sino sumada a la actividad del resto de la red que contribuye en forma de perturbación de carácter no-gaussiano. En el caso cerebral la variable mensurable está constituída por las deflexiones del voltaje medido en electrodos sobre la superficie craneana, de la que se abstrae idealmente la respuesta evocada. Ensayamos previamente una emulación del problema real, simulado en redes neur onales de tipo Hopfield, donde se puede probar la consistencia del estimador del valor de la suma de la subred cuya actividad se quiere estimar, y verificamos con éxito satisfactorio la estimación de la respuesta para valores pequeños del número de ensayos en una red subdividida de tamaño moderado no saturada. Adicionalmente, se usan los resultados de los casos sintéticos para ajustar los parámetros del estimador para usarlo luego en el caso real. Se presentan adicionalmente los sugestivos resultados obtenidos hasta ahora en las mediciones sobre sujetos humanos.

[1] "Time-Varying ARMA modelling of Nonstationary EEG using Kalman Smoother Algorithm", Mika P,Perttu O,An Pasi, Proceedings of the 2001 Finnish Signal Processing Symposium, Espoo, Finland, 2001.

[2] "Identification of the response of brain and artificial neural networks in the presence of usual and inusual stimuli by means of Kalman-type filters", Cardo, Romina, y Corvalán, álvaro, accepted for publication in Revista de Matemática: Teoría y Aplicaciones. Publicación del Centro de Investigaciones en Matemática Pura y Aplicada (CIMPA) y la Escuela de Matemática de la Universidad de Costa Rica.

6. Ecuaciones diferenciales

Organizan: Noemí Wolanski, Julián Fernández Bonder

Conferencia Invitada
J.P. Pinasco
Depto Matematica, FCEN UBA

Crecimiento anómalo de autovalores en problemas singulares

En esta comunicación veremos distintos problemas singulares cuyos autovalores tienen un crecimiento asintótico anómalo. Para el problema

$$-u'' = \lambda q(x)u \qquad x \in (0, \infty)$$

con distintas condiciones de borde en 0 e infinito, algunos ejemplos fueron obtenidos por Einar Hille en [2], y redescubiertos luego por Naimark y Solomyak en [3], y en [4].

En estos trabajos las técnicas fueron muy diferentes. El método de [2] puede extenderse a problemas no lineales que involucran el p-laplaciano, mientras que el de [3] permite tratar problemas variacionales, de mayor orden pero lineales. Aquí describiremos cómo generalizar el método de [4] a distintos problemas de mayor orden, no necesariamente lineales ni variacionales, utilizando una desigualdad que demostramos en [1].

Referencias

[1] M.J. Castro and J.P. Pinasco, *An Inequality for Eigenvalues of Quasilinear Problems with Monotonic Weights*, to appear in Applied Math Letters.

[2] E. Hille, *An Application of Prufer's Method to a Singular Boundary Value Problem*, Mathematische Zeitschrift, (1959) 95-106.

[3] K. Naimark and M. Solomyak, *Regular and Pathological Eigenvalue Behavior for the Equation $-u'' = \lambda V u$ on the Semiaxis*, J. Funtional Analysis, 151 (1997) 504-530.

[4] J. P. Pinasco. *The Distribution of Non-Principal Eigenvalues of Singular Second Order Linear Ordinary Differential Equations*, Int. J. of Math. and Mathematical Sci., 2006 (2006) Article ID 29895, 1-7.

Conferencia Invitada
Pablo De Nápoli
Universidad de Buenos Aires, FCEyN

Condiciones del tipo de Lazer-Leach no asintóticas para un oscilador nolineal

Un resultado conocido de Lazer y Leach [2] establece que si $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ es continuoua y acotada con límites en infinito y $m \in \mathbb{N}$, entonces el problema resonante

$$u'' + m^2 u + g(u) = p(t) \qquad 0 < t < 2\pi$$

con $p \in L^2(0, 2\pi)$ y condiciones períodicas

$$u(0) = u(2\pi), \qquad u'(0) = u'(2\pi).$$

admite por lo menos una solución siempre que:

$$\sqrt{\alpha_m(p)^2 + \beta_m(p)^2} < \frac{2}{\pi}|g(+\infty) - g(-\infty)|,$$

donde $\alpha_m(p)$ y $\beta_m(p)$ son los m-ésimos coeficientes de Fourier del término forzante p.

En esta comunicación, presentaremos los resultados de [1] donde demostramos que, al igual que ocurre en el caso $m = 0$, la condición en g puede ser relajada, de modo que (en particular) no asumimos ningún comportamiento particular de g en el infinito.

Es un trabajo en colaboración con Pablo Amster.

Referencias

[1] P. Amster, P. De Nápoli. Non-asymptotic Lazer-Leach type conditions for a nonlinear oscillator. Aparecerá en Discrete and Continuous Dynamical Systems, Series A.

[2] A. Lazer and D. Leach, Bounded perturbations of forced harmonic oscillators at resonance, Ann. Mat. Pura Appl. 82 (1969), 49-68.

Autores: Tomás Godoy, Uriel Kaufmann, Sofía Paczka
Lugar: FaMAF, UNC
Expositor: Uriel Kaufmann

Existencia y multiplicidad de soluciones positivas para ciertos problemas superlineales

Sea $\Omega \subset \mathbb{R}^N$ un dominio suave y acotado y sean a, b, c tres funciones T-periódicas (posiblemente discontinuas y no acotadas) con $c \geq 0$. Estudiamos existencia y no existencia de soluciones positivas para problemas periódicos parabólicos de la forma

$$\begin{cases} Lu = \lambda \left(a\left(x,t\right) u^p - b\left(x,t\right) u^q + c\left(x,t\right)\right) & \text{en } \Omega \times \mathbb{R} \\ u = 0 & \text{en } \partial\Omega \times \mathbb{R} \\ u \ T\text{-periódica} & \end{cases}$$

donde $\lambda > 0$ es un parámetro real y $p > q \geq 1$. Si a y b satisfacen algunas condiciones adicionales y $p < (N+2)/(N+1)$ también se dan resultados de multiplicidad. Discutimos asimismo propiedades cualitativas de las soluciones. Las pruebas se basan en el método de sub y supersoluciones (tanto para encontrar la solución estable como para la inestable) combinado con diversos resultados sobre problemas lineales con peso de signo indefinido.

Todos los resultados permanecen válidos para los correspondientes problemas elípticos, esto es,

$$\begin{cases} Lu = \lambda \left(a\left(x\right) u^{p} - b\left(x\right) u^{q} + c\left(x\right) \right) & \text{en } \Omega \\ u = 0 & \text{en } \partial\Omega \end{cases}$$

Más aún, en este caso la restricción sobre el crecimiento es p

---

Conferencia Invitada
Leandro del Pezzo
Universidad de Buenos Aires

Un Problema de Optimizacion para la mejor constante de Sobolev en dominios con agujeros

En esta charla hablaremos acerca del la constante de traza de Sobolev para funciones definidas en un dominio $\Omega \subset \mathbb{R}^N$ que se anulan en un subconjunto abierto A. Mostraremos que esta constante es derivable respecto a ciertas pertubaciones sobre el agujero A. Como un corolario de esto mostraremos que en algunos casos, cuando Ω es una bola centrada en el origen, el agujero simetrico es critico, considerando deformaciones que preservan el volumen, pero no es optimo.

Autores: Itovich, Griselda R. y Moiola, Jorge L
Lugar: Escuela de Tecnología, Producción y Medio Ambiente - Sede Alto Valle, Universidad Nacional de Río Negro e Instituto de Investigaciones en Ingeniería Eléctrica - IIIE (UNS-CONICET) y Dpto. de Ing. Eléctrica y de Computadoras, Universidad Nacional del Sur
Expositor: Itovich, Griselda R.

Análisis de estabilidad de soluciones periódicas

Si consideramos ecuaciones diferenciales ordinarias (EDOs) o ecuaciones diferenciales con retardos temporales (EDRs) donde aparecen ciertos parámetros, es usual estudiar la estabilidad de sus soluciones de equilibrio. Cuando se trata de una solución constante, esto deriva en el análisis de las raíces de un polinomio o de un cuasipolinomio, según sea el caso de EDOs o EDRs respectivamente. Entonces, si alguna raíz cruza el eje imaginario mientras se hace variar algún parámetro se produce un cambio en la estabilidad del equilibrio. En particular, si aparece un par de raíces complejas conjugadas que cruzan del semiplano izquierdo al derecho, puede ocurrir una bifurcación de Hopf. Este fenómeno está relacionado con la aparición de nuevas soluciones de equilibrio, ahora, periódicas. La m etodología en el dominio frecuencia (Mees y Chua (1979), Moiola y Chen (1996)) permite abordar este problema localmente: detectar bifurcaciones de Hopf en EDOs y en EDRs y además dar una expresión aproximada para las soluciones periódicas emergentes. Para analizar la estabilidad de las mismas, uno debe analizar una EDO o una EDR lineal homogénea con coeficientes periódicos. Los métodos que pueden emplearse para estudiar estos sistemas son diversos: promediación, perturbación, y la teoría de Floquet junto con integración numérica, por citar algunos. La idea de este trabajo es estudiar la estabilidad de las soluciones periódicas resolviendo los sistemas anteriores mediante polinomios de Tchebyshev (Sinha y Wu, 1991). Así las soluciones de los mismos se aproximarán mediante estos polinomios y esto llevará a la resolució n de un sistema de ecuaciones lineales. Con este mismo enfoque, se puede obtener en forma simbólica la matriz fundamental de soluciones para una EDO lineal homogénea con coeficientes periódicos, donde aparecen parámetros (Sinha y Butcher, 1997). De esta forma se podrán hallar distintas curvas de bifurcaciones de ciclos a partir de la expresión simbólica del ciclo emergente de la bifurcación de Hopf.

Referencias:

Mees, A. I. y Chua, L. (1979). The Hopf bifurcation theorem and its applications to nonlinear oscillations in circuits and systems. *IEEE Trans. on Circuits and Systems*, 26(4):235-254.

Moiola, J. L. y Chen, G. (1996). *Hopf Bifurcation Analysis - A Frequency Domain Approach.* World Scientific Publishing Co, Singapur.

Sinha, S. C. y Wu, D.-H. (1991). An efficient computational scheme for the analysis of periodic systems. *J. of Sound and Vibration,* 151(1):91-117.

Sinha, S. C. y Butcher, E. A. (1997). Symbolic computation of fundamental solution matrices for linear time-periodic dynamical systems. *J. of Sound and Vibration* 206(1):61-85.

Autores: Andrea Bel, Walter Reartes
Lugar: CONICET y Departamento de Matemática, Universidad Nacional del Sur
Expositor: Andrea Bel

Ciclos periódicos en una ecuación del tipo de van der Pol con retardo

Se estudia una ecuación del tipo de van der Pol con retardo de la forma:

$$x''(t) + \epsilon(x(t)^2 - 1)x'(t) + x(t) = d\epsilon x(t - \tau),$$

con el objeto de encontrar soluciones periódicas al variar los parámetros ϵ, d y τ, estudiar su estabilidad y descubrir las dinámicas relacionadas con las mismas, como por ejemplo bifurcaciones de Hopf, Hopf dobles o de ciclos.

Se aplica un médodo de análisis homotópico [1] para encontrar expresiones analíticas de los ciclos periódicos. A partir de éstas se plantean y resuelven numéricamente ecuaciones lineales para obtener aproximaciones de los primeros multiplicadores de Floquet, que determinan la estabilidad del ciclo, mediante el uso de polinomios de Chebyshev.

Referencias

[1] Liao, Shijun. Beyond perturbation: introduction to homotopy analysis method, CHAPMAN & HALL/CRC, (2004).

Autores: P. Bonfili, A. Torresi, G. Calandrini, J. Moiola
Lugar: Universidad San Juan Bosco y Departamento de Matemática, Universidad Nacional del Sur
Expositor: P. Bonfili

Bifurcaciones degeneradas de Hopf en el dominio frecuencia

En este trabajo se determinan condiciones de definición y no degeneración para caracterizar ciertos tipos de bifurcaciones dinámicas en el dominio frecuencia, en particular bifurcaciones de Hopf degeneradas. Se utiliza un método basado en la teoría de control [5, 6, 7] para determinar órbitas periódicas y la teoría de singularidades para la clasificación de diagramas $\mathbb{Z}_2$-equivatentes [2, 3].

Sea $\mathcal{D}$ el sistema dinámico n-dimensional no lineal descripto por $\dot{x} = F(x, \mu)$, con $x \in \mathbb{R}^n$, $\mu \in \mathbb{R}$ es el parámetro de bifurcación, $F : \mathbb{R}^n \times \mathbb{R} \to \mathbb{R}^n$ es un campo vectorial suave que en el equilibrio $x = 0$ verifica $F(0, \mu) = 0$.

Eligiendo adecuadamente las variables de entrada y salida [1] y una realimentación $f : \mathbb{R}^m \times \mathbb{R} \to \mathbb{R}^l$ no lineal se pasa a la representación como un sistema autónomo $\mathcal{S}$, descripto por la ecuación $\mathcal{G}f(y, \mu) + y = 0$ donde $\mathcal{G}$ es un operador lineal entre los espacios de entrada y salida con función de transferencia racional propia $G(s, \mu)$, $y \in \mathbb{R}^m$ $m \leq n$ e $\hat{y}$ es la solución de equilibrio de $G(0, \mu)f(y, \mu) + y = 0$.

Se supone que existe una única función característica simple de la función transferencia de lazo abierto $G(i\omega, \mu)(Df)_{\hat{y}}$, que notamos $\hat{\lambda}(\omega, \mu)$, tal que para una única frecuencia ω_0, $\hat{\lambda}(\omega_0, \mu_0) = -1$, condición necesaria en el dominio frecuencia para la existencia de soluciones periódicas.

Con esta única condición y notando $L_q(\omega, \mu) = -1 + \sum_{k=1}^{q} \theta^{2k} \xi_k(\omega, \mu)$, la ecuación de bifurcación de órbitas periódicas en el dominio frecuencia es

$$\theta \left(\hat{\lambda}(\omega, \mu) - L_q(\omega, \mu) + \mathcal{O}(\theta^{2q+2}) \right) = 0, \tag{13}$$

donde las soluciones no nulas de (13) están en correspondencia uno a uno con las soluciones periódicas de pequeña amplitud θ del sistema $\mathcal{S}$ con período cercano a $2\pi/\omega_0$.

A partir de esta ecuación se obtienen condiciones de definición y no deneración que determinan cuando la ecuación de bifurcación de codimensión finita que relaciona al parámetro μ con la amplitud θ, si $z = \theta^2$, es $\mathbb{Z}_2$-equivalente a la forma normal

$$(z^m \pm \mu)\theta,$$

de codimensión $m-1$ y base para el despliegue $\{z, z^2, \cdots, z^{m-1}\}$, o a

$$(z \pm \mu^k)\theta$$

de codimensión $k-1$ y base para el despliegue $\{1, \mu, \cdots, \mu^{k-2}\}$.

Los resultados obtenidos son una generalización de los que se encuentran en [4, 7]. Las caracterizaciones en el dominio frecuencia presentan la ventaja que junto a los despliegues universales permiten modificar los tipos de bifurcaciones variando adecuadamente los parámetros distintivos y resultan de fundamental importancia en el diseño y control de los sistemas.

Referencias

[1] G. Agamennoni, G. Calandrini and J. Moiola, Some Realizations in the study of oscillations with a Frequency Method, *Dynamics of Continuous, Discrete and Impulseive Systems*, Serie B, **15** 1 (2008), 99-110.

[2] M. Golubitsky and W. F. Langford, Classification and unfoldings of degenerate Hopf bifurcation, *Journal of Differential Equations*, **41** (1981), 375-415.

[3] M. Golubitsky and D. G. Schaeffer, *Singularities and Groups in Bifurcation Theory*, **1** Springer-Verlag, Berlin, New-York, (1985).

[4] G. Itovich and J. Moiola, Characterization Of Dynamic Bifurcations In The Frequency Domain. *International Journal Of Bifurcation And Chaos*, **12** 1 (2002), 87 - 101.

[5] A. Mees, *Dynamics of Feedback Systems*, Wiley, New York, (1981).

[6] A. Mees and L. Chua, The Hopf Bifurcation Theorem and its Aplications to Nonlinear Oscillations in Circuits and Systems, *IEEE Trans. on Circ. Sys.*, **26** (1979), 235-254.

[7] J. Moiola and G. Chen, ıtHopf Bifurcation Analysis: A Frequency Domain Approach, **21** Nonlinear Science, World Scientific Co., Singapore, (1996).

Autores: Pablo Groisman y Santiago Saglietti
Lugar: FCEyN UBA
Expositor: Santiago Saglietti

Impredecibilidad del tiempo de explosión para pequeñas perturbaciones aleatorias de sistemas dinámicos

En nuestro trabajo consideramos la ecuación diferencial estocástica

$$\begin{cases} u_1' &= \frac{2}{h^2}(-u_1+u_2)+\varepsilon \dot{W}_1 \\ u_i' &= \frac{1}{h^2}(u_{i+1}-2u_i+u_{i-1})+\varepsilon \dot{W}_i \qquad \text{si } 2\leq i\leq d-1 \\ u_d' &= \frac{2}{h^2}(-u_d+u_{d-1}+h((u_d^+)^p-u_d))+\varepsilon \dot{W}_d. \end{cases}$$

donde $W=(W_1,\dots,W_d)$ es un movimiento Browniano d-dimensional, $\varepsilon>0$, $0<h\leq 1$ y $p>1$ son parámetros. Para el caso $\varepsilon=0$, el sistema determinístico que se obtiene proviene de discretizar espacialmente la ecuación del calor en el intervalo $(0,1)$ con condición de borde de Neumann dada por $u_x(1,t)=(u^+(1,t))^p-u(1,t), u_x(0,t)=0$. Este sistema cuenta con dos equilibrios, el origen y $v=(1,...,1)$. El primero de ellos es asintóticamente estable y el segundo inestable. Más aún, se tiene que para condiciones iniciales $u_0\geq v$, $u_0\neq v$ el sistema explota en tiempo finito y para $0\leq u_0\leq v$, $u_0\neq v$ el sistema está definido globalmente y converge al origen.

Consideramos entonces perturbaciones por ruido blanco de este sistema. Probamos que para condiciones iniciales en el dominio de atracción del origen las soluciones explotan en tiempo finito con probabilidad que tiende a 1 cuando $\varepsilon\to 0$. Esto muestra un comportamiento cualitativo distinto al del sistema determinístico. Sin embargo, el tiempo de explosión es de orden e^{C/ε^2} y bajo una normalización adecuada, estos tiempos tienden en distribución a una variable aleatoria exponencial. Para condiciones iniciales no negativas en la región en donde el sistema determinístico explota, mostramos también que el tiempo de explosión del sistema estocástico converge en probabilidad al tiempo de explosión determinístico.

Conferencia Invitada
Hugo Aimar
IMAL-CONICET-UNL

Sobre la desigualdad de Harnack parabólica y la dimensión del espacio tiempo

Cuando el espacio-tiempo $\mathbb{R}^{d+1}$ se lo equipa con la distancia parabólica $d((x;t);(y;s))=\max\{|x-y|,\sqrt{|t-s|}\}$ que es la naturalmente asociada a la desigualdad de Harnack para temperaturas positivas, resulta que su dimensión de Hausdorff es $d+2$.

Mostramos que esta restricción dimensional en el espacio-tiempo subsiste aún para la métrica asociada a la desigualdad de Harnack cuando la parte elíptica del operador de difusión es no homogénea ni isótropa y la elipticidad puede degenerar como pesos de Muckenhoupt.

Autores: Francisco Nicolás
Lugar: Universidad Nacional de La Plata
Expositor: Francisco Nicolás

Existencia de Inversos a derecha para operadores diferenciales lineales de primer orden

Sea Ω un abierto, conexo, acotado y con borde Lipschitz. Sea $A = ((a_{ij})) \in C^0(\overline{\Omega}, GL(d))$, una matriz no singular uniformemente continua, y $B = (b_1, \ldots, b_d) \in L^s(\Omega)^d$, $s > d$. Consideremos el operador

$$L : W_0^{1,p}(\Omega)^d \longrightarrow R(L) \subset L^p(\Omega),\ 1$$

definido por

$$Lu = \sum_{1 \leq i,j \leq d} a_{ij}\, u^i_{x_j} + \sum_{1 \leq i \leq d} b_i\, u^i.$$

Probaremos que L admite un inverso lineal a derecha acotado. Además y en particular, describiremos $R(L)$ asumiendo que $divA = (div(a_1.), \ldots, div(a_d.)) \in L^s(\Omega)^d$, $s > d$.

Como corolario de este resultado obtendremos desigualdades del tipo Poincaré. Por ejemplo, al hacer $B = divA \in L^s(\Omega)^d$, $s > d$, se deduce

$$\left\| f - \overline{f} \right\|_q \leq C\ \| A \nabla f \|_{-1,q} \quad \forall f \in L^q(\Omega),\ q > \frac{s}{s-1}.$$

Finalmente veremos que al asumir mayor regularidad en A y B se obtienen resultados análogos en espacios de mayor orden de regularidad.

Autores: Eduardo A. Santillán Marcus (+)(*) - Ma. Fernanda Natale (*)
Lugar: (+) Fac. de Cs. Exactas, Ingeniería y Agrimensura - UNR, (*) Fac. de Cs. Empresariales, Universidad Austral, Rosario
Expositor: Eduardo A. Santillán Marcus

Estudio analítico de un modelo de desublimaciń de humedad en un medio poroso finito mediante ecuaciones integrales de Volterra

Se continúan y mejoran los resultados obtenidos en Santillan Marcus Tarzia (Comp. and Appl. Math. 22 (2003) 293-311), obteniéndose analíticamente existencia y unicidad local de solución para el modelo teórico de desublimación de humedad en un medio poroso finito con condición de flujo en el borde fijo, mediante el estudio de un sistema equivalente de ecuaciones integrales de Volterra, siguiendo el método de Friedman-Rubinstein.

Conferencia Invitada
Saintier Nicolás
UBA

Comportamiento asintótico y multiplicidad para ecuaciones singularmente perturbadas con simetría

Sea (M, g) una variedad Riemaniana compacta sin borde de dimension n, y G un subgrupo cerrado del grupo de isometría $Isom_g(M)$ de (M, g) tal que $\bar{n} := n - k > 2$, donde $k := \min_{x \in M} dim\, Gx$. Estudiamos el comportamiento asintótico de una sucesión acotada (u_ε) de soluciones G-invariantes de una ecuación subcrítica singularmente perturbada de la forma

$$\varepsilon^2 \Delta_g u + u = f|u|^{p-2}u, \tag{14}$$

donde f es una función suave G-invariante positiva, y $p \in (2, 2\bar{n}/(\bar{n}-2))$ es subcrítico para las funciones G-invariantes. Como aplicación obtenemos un resultado de multiplicidad de soluciones G-invariantes positivas a (14) usando la categoría de Lyusternik-Schnirelman del espacio de las orbitas de G.

Autores: Pablo Amster y Mariel Paula Kuna
Lugar: Depto. de Matemática, FCEyN, Universidad de Buenos Aires
Expositor: Mariel Paula Kuna

Existencia de soluciones periódicas para ciertos sistemas no lineales

Estudiamos el siguiente sistema de ecuaciones no lineales

$$u'' + f(u') + g(t, u) = \overline{p} \qquad 0 \leq t \leq T \tag{15}$$

bajo condiciones periódicas:

$$u(0) = u(T), \qquad u'(0) = u'(T). \tag{16}$$

Suponemos que $f : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n$ y $g : [0, T] \times \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n$ son funciones continuas y $\overline{p}$ es un vector de $\mathbb{R}^n$. Además f es acotada y g es acotada por una función de L^2 en el siguiente sentido: existe alguna $h \in L^2(0, T)$ tal que $|g(t, x)| \leq h(t)$ para casi todo $t \in [0, T]$ y todo $x \in \mathbb{R}^n$.

Nuestro objetivo es estudiar el conjunto

$$I = \{\overline{p} \in \mathbb{R}^n / \text{ el problema } (15) - (16) \text{ tiene solución}\}$$

En este trabajo demostramos que I es un compacto, conexo y no vacío de $\mathbb{R}^n$. Más aún, empleando el método de super y sub soluciones (ver, por ejemplo, [1]), estudiamos la geometría de dicho conjunto. Nuestros resultados generalizan los obtenidos en [2] para el caso escalar, que abarcan, entre otros casos, la ecuación del péndulo forzado con fricción.

[1] C. De Coster y P. Habets, Upper and lower solutions in the theory of ODE boundary value problems: classical and recent results, en Nonlinear Analysis and

Boundary Value Problems for Ordinary Differential Equations, ed. Zanolin, CISM-ICMS courses and lec tures 371, Springer Verlag, New York 1996.
[2] P. Habets, P.J. Torres, Some multiplicity results for periodic solutions of a Rayleigh differential equation. Dynamics of Continuous, Discrete and Impulsive Systems Serie A: Mathematical Analysis 8, No. 3 (2001), 335-347.

Autores: Amster Pablo, Déboli Alberto
Lugar: Departamento de Matemática.Facultad de Ciencias Exactas y Naturales. UBA
Expositor: Déboli Alberto

Existencia de solución para un sistema con la no linealidad dependiendo de los valores de la solución en el borde

El problema de valores de borde con condiciones de Neumann homogéneas:

$$\begin{cases} y'' = f(x, y(x), y(0), y(1)), \\ y'(0) = y'(1) = 0 \end{cases} \tag{17}$$

para $f \in C([0,1] \times \mathbb{R}^3, \mathbb{R})$, $y \in C^1([0,1], \mathbb{R}) \cap C^2((0,1), \mathbb{R})$ presenta la particularidad de que la no linealidad depende de los valores de la solución sobre el borde, obviamente desconocidos.

En un trabajo reciente Amster, Kwong y Rogers [2] han demostrado, utilizando un argumento de shooting 2-dimensional, existencia de solución de (17) para el caso en el cual f representa el proceso de difusión de dos iones con idénticas valencias a través de un líquido que fluye sobre una membrana eléctricamente neutra en los reservorios [3.]

En otro trabajo reciente [1], usando grado de Leray-Schauder hemos demostrado existencia de solución de (17) para funciones f que satisfacen una condición de Landesman-Lazer no asintótica y para funciones acotadas de un solo lado o de crecimiento a lo sumo lineal.

En este trabajo demostraremos utilizando teoría de grado topológico [4] existencia de solución para el modelo correspondiente a sistemas:

$$\begin{cases} \mathbf{y}'' = \mathbf{f}(x, \mathbf{y}(x), \mathbf{y}(0), \mathbf{y}(1)), \qquad x \in (0,1) \\ \\ \mathbf{y}'(0) = \mathbf{y}'(1) = 0 \end{cases} \tag{18}$$

con $\mathbf{y} \in C^1([0,1], \mathbb{R}^n) \cap C^2((0,1), \mathbb{R}^n)$ y para $\mathbf{f} \in C([0,1] \times \mathbb{R}^{3n}, \mathbb{R}^n)$ acotada bajo las siguientes hipótesis:

H1: Existe $R > 0$ tal que para todo $\mathbf{v} \in \partial B(0, R)$

$$0 \notin co(\mathbf{f}\,([0,1] \times B(0,r) \times \{\mathbf{v}\} \times B(0,r)))$$

donde co denota la cápsula convexa y $r := |\mathbf{f}|_\infty$.

H2: $deg(\phi, B(0,R), 0) \neq 0$ donde $\phi(\mathbf{v}) := \int_0^1 \mathbf{f}(s, \mathbf{v}, \mathbf{v}, \mathbf{v}) ds$ para todo $\mathbf{v} \in \overline{B}(0,R) \subset \mathbb{R}^n$.

Referencias.
[1] Amster P., Déboli A. A nonlinear problem depending on the unknown Dirichlet values of the so lution. NoDEA (Nonlinear Differential Equations and Applications). (Submitted)
[2] Amster P., Kwong M. K. y Rogers C. On a Neumann Boundary Value Problem for Painlevé II in Two Ion Electro-Diffusion. Nonlinear Analysis, TMA.
[3] Leuchtag H. R. A family of differential equations arising from multi-ion electro-diffusion, J. Math. Phys., 22, 1317-1320 (1981).
[4] Mawhin J. Landesman-Lazer conditions for boundary value problems: A nonlinear version of resonance. Bol. de la Sociedad Española de Mat. Aplicada 16 (2000), 45-65.

7. Estadística

Organizan: Ricardo A. Maronna y Jorge G. Adrover

Conferencia Invitada
Enrique E. Álvarez
Universidad Nacional de La Plata y CONICET

Regresión Isotónica Robusta

Supóngamos que tenemos una muestra $\{x(t_j); j = 1, ..., n\}$, donde las t_j representan puntos de observación, análogas a la variable independiente en el contexto clásico de regresión lineal simple,y las variables dependientes x_j satisfacen una ecuación de tipo de regresión $x(t_j) = \mu(t_j) + u_j$, donde los u_j son perturbaciones aleatorias. En Regresión Isotónica el llamado término de tendencia $\mu(\cdot)$ está sujeto a una restricción monótona que le impone una estructura no decreciente, es decir que $\mu(t_j) \geq \mu(t_k)$ para cualquier $t_j > t_k$, pero más alla de tal restricción de orden la forma funcional de $\mu(\cdot)$ es libre. En tal contexto, el estimador clásico de $\mu(t)$ está dado por las fórmulas "min-max de los promedios móviles muestrales, es decir $\max_{(t\geq u)} \min_{(v\geq t)} \mathrm{Av}[x(t_j), u \leq t_j \leq v]$, donde Av(.) denota los promedios simples. De esta manera, el estimador clásico de regresión isotónica es una composición de tres funciones extremadamente sensibles a outliers: los mínimos, los máximos y los promedios locales muestrales.

En nuestro trabajo, proponemos una versión robusta del estimador de regresión isotónica mediante un estimador de tipo "M basado en la función de discrepancia de Huber. Desarrollamos la distribución asintótica, examinamos la función de influencia y el punto de ruptura asintótico. También ilustramos el uso de la metodología propuesta con datos reales de calentamiento global.

Autores: Juan Lucas Bali, Graciela Boente
Lugar: UBA
Expositor: Juan Lucas Bali

Función de Influencia de una propuesta robusta para la estimación de componentes principales funcionales

Li y Chen (1985) definieron estimadores robustos de las componentes principales en el caso multivariado, mediante la técnica de projection-pursuit. Los estimadores clásicos buscan las direcciones ortogonales que sucesivamente maximizan la dispersión de la proyección de los datos, la alternativa robusta consiste en considerar medidas de escala que sean resistentes a la presencia de datos atípicos. En Bali, Boente, Tyler y Wang (2010) se extendieron estas nociones al contexto de datos funcionales, es decir, cuando los datos son elementos de un espacio de Hilbert separable.

En dicho trabajo se demostró la consistencia de los diversos estimadores propuestos y se efectuaron estudios de simulación en donde se demostró la efectividad de los mismos ante la presencia de datos atípicos.

En este trabajo obtenemos medidas de robustez sobre las nuevas propues tas para poder cuantificar su efectividad. Una medida de suma utilidad es la función de influencia. Se extendieron los resultados obtenidos en el caso finito–dimensional por Croux y Ruiz-Gazen(2005) ya que se pudo calcular la función de influencia del estimador de projection-pursuit para el caso de datos funcionales.

Autores: Fraiman Ricardo, Forzani Liliana, Llop Pamela
Lugar: Departamento de Matemática, Universidad de San Andrés y CMAT, Universidad de la República, Instituto de Matemática Aplicada del Litoral (UNL-CONICET) y Universidad Nacional del Litoral, Instituto de Matemática Aplicada del Litoral (UNL-CONICET)
Expositor: Llop Pamela

Predicción y discriminación no paramétrica para datos funcionales

Sea $T \subset \mathbb{R}$ un intervalo finito y E es un espacio de funciones. Consideremos el par $(\widetilde{\mathcal{X}}(t), Y)$, con $\widetilde{\mathcal{X}}(t) \in E$ e $Y \in \mathbb{R}$ y el operador de regresión

$$r(\widetilde{\mathcal{X}}) \doteq \mathbb{E}(Y|\widetilde{\mathcal{X}}). \tag{19}$$

El objetivo de este trabajo es, dada una nueva curva $\mathcal{X}$, predecir su respuesta escalar $\widehat{y}$ mediante un estimador $\widehat{r}$ del operador de regresión (19). Más precisamente, dada $\mathcal{X}$, predecimos su respuesta mediante

$$\widehat{y} = \widehat{r}(\mathcal{X}) = \widehat{\mathbb{E}}(Y|\widetilde{\mathcal{X}} = \mathcal{X}).$$

Para ello, consideremos n pares independientes, $\{(\mathcal{X}_i(t), Y_i)\}_{i=1}^n$ distribuidos como el par $(\widetilde{\mathcal{X}}(t), Y)$, para $t \in T$, $\widetilde{\mathcal{X}}(t) \in E$ e $Y \in \mathbb{R}$. Para $\{k_n\}$ $(k_n/n < |T|)$, una sucesión de números reales que tiende a infinito, definimos la variable aleatoria $H_{n,\mathcal{X}}$ tal que, los procesos $\{\mathcal{X}_1(t), \ldots, \mathcal{X}_n(t)\}$ vivan en la banda $[\mathcal{X}(t) - H_{n,\mathcal{X}}, \mathcal{X}(t) + H_{n,\mathcal{X}}]$, k_n del tiempo. Esto es,

$$k_n = \sum_{i=1}^{n} \int_T \mathbb{I}_{\{t: |\mathcal{X}(t) - \mathcal{X}_i(t)| \leq H_{n,\mathcal{X}}\}} \, dt = \sum_{i=1}^{n} d(\mathcal{X}_i, \mathcal{X}),$$

donde

$$d(\mathcal{X}_i, \mathcal{X}) \doteq \int_T \mathbb{I}_{\{t: |\mathcal{X}(t) - \mathcal{X}_i(t)| \leq H_{n,\mathcal{X}}\}} \, dt.$$

Definimos el estimador del operador de regresión r como sigue

$$\begin{aligned}\widehat{r}(\mathcal{X}) &= \frac{\sum_{i=1}^{n} Y_i \int_T \mathbb{I}_{\{t:|\mathcal{X}(t)-\mathcal{X}_i(t)|\leq H_{n,\mathcal{X}}\}}\, dt}{\sum_{i=1}^{n} \int_T \mathbb{I}_{\{t:|\mathcal{X}(t)-\mathcal{X}_i(t)|\leq H_{n,\mathcal{X}}\}}\, dt} \\ &= \frac{\sum_{i=1}^{n} Y_i d(\mathcal{X}_i,\mathcal{X})}{\sum_{i=1}^{n} d(\mathcal{X}_i,\mathcal{X})} \\ &= \frac{1}{k_n}\sum_{i=1}^{n} Y_i d(\mathcal{X}_i,\mathcal{X}).\end{aligned}$$

Para este estimador estudiamos propiedades asintóticas y presentamos aplicaciones a conjuntos de datos reales. Además, presentamos un método de discriminación (clasificación no supervisada) funcional basado en regresión y aplicamos dicho método a conjuntos de datos reales.

Autores: Ana M. Bianco - Paula M.Spano
Lugar: CONICET - Universidad de Buenos Aires
Expositor: Paula M.Spano

Una propuesta de estimación robusta en modelos parcialmente lineales con errores en las variables

En este trabajo, consideraremos modelos parcialmente lineales, que representan una alternativa más flexible que el modelo lineal ya que tienen una componente paramétrica y otra no paramétrica. Este enfoque permite abordar relaciones complejas entre las variables, capturando características inusuales o inesperadas de la relación entre las mismas.

Más precisamente, suponemos que se observa una muestra de tamaño n donde $(Y_i, \mathbf{X}_i', T_i)'$, con $i = 1, \ldots, n$, son observaciones independientes, $Y_i \in \mathbb{R}$, $T_i \in \mathbb{R}$, $\mathbf{X}_i = (X_{i1}, \ldots, X_{ip})' \in \mathbb{R}^p$ e

$$Y_i = \boldsymbol{\beta}'\mathbf{X}_i + g(T_i) + \varepsilon_i, \qquad 1 \leq i \leq n\,,$$

siendo los errores ε_i independientes, idénticamente distribuidos e independientes de $(\mathbf{X}_i', T_i)'$. En particular, estudiaremos a estos modelos en el caso en que las covariables de la componente paramétrica son observadas con error. Es decir, en lugar de observar $\mathbf{X}_i$, observamos

$$\mathbf{V}_i = \mathbf{X}_i + \mathbf{U}_i \qquad 1 \leq i \leq n,$$

donde los errores $\mathbf{U}_i$ son independientes, idénticamente distribuidos e independientes de $(Y_i, \mathbf{X}_i', T_i, \varepsilon_i)'$. En el modelo clásico se supone, además, que $E(\varepsilon_i) = 0$, $V(\varepsilon_i) = \sigma_\varepsilon$ y que $E(\mathbf{U}_i) = \mathbf{0}$, $\Sigma_{\mathbf{U}_i} = \sigma_{\mathbf{U}}\mathbf{I}_p$.

Las propuestas existentes para este modelo son sensibles a la presencia de datos anómalos en tanto se basan en mínimos cuadrados. Nuestro objetivo es introducir estimadores robustos consistentes de las componentes paramétrica y no paramétrica de un modelo parcialmente lineal con er rores en las variables bajo condiciones generales.

A tal fin, proponemos un procedimiento de tres pasos, estudiamos la consistencia de los estimadores resultantes y mediante un estudio de Monte Carlo analizamos la performance de los mismos en muestras pequeñas, tanto contaminadas como sin contaminar.

Autores: Stella Maris Donato, Jorge Gabriel Adrover
Lugar: ICB-Universidad Nacional de Cuyo y CONICET. FAMAF-Universidad Nacional de Córdoba, CIEM y CONICET
Expositor: Stella Maris Donato

Métodos robustos para correlaciones canónicas

Correlaciones canónicas es un método que se utiliza para relacionar las variables en dos grupos. En general, esta metodología se usa cuando un conjunto de variables multivariantes puede dividirse en dos grupos homogéneos y se desea identificar y cuantificar la relación entre ambos conjuntos de variables. Clásicamente el análisis canónico se realiza obteniendo las combinaciones lineales de cada subconjunto de variables que maximizan su correlación. Sin embargo, se conoce que esta metodología es muy sensible a observaciones atípicas y en consecuencia es necesario tener alternativas robustas para realizar las estimaciones. En este trabajo se presenta una propuesta robusta y se analizan distintas metodologías robustas existentes para obtener las estimaciones de las correlaciones y variables canónicas. La performance de los distintos estimadores en consideración es comparada a través de un estudio de simulación.

Conferencia Invitada
Patricia Giménez
Departamento de Matemática. FCEYN. Universidad Nacional de Mar del Plata

---

Geometría riemanniana e influencia local en modelos de regresión

Bajo condiciones de regularidad estándares, una estructura riemanniana puede ser introducida para una familia paramétrica de distribuciones, donde el tensor métrico es dado por la matriz de información de Fisher y determina la geometría toda cuando la conexión métrica inducida es usada. Este tipo de estructura geométrica puede utilizarse para el estudio de influencia local de pequeñas perturbaciones en un modelo estadístico. Cuando un vector de perturbación, introducido para perturbar la densidad de los datos observados, causa un gran efecto, resulta importante conocer la causa (por ejemplo, observaciones influyentes o invalidez de los supuestos del modelo). Luego, es de relevancia el desarrollo de métodos estadísticos para cuantificar este efecto. Como alternativa al enfoque basado en el concepto de curvatura normal de un gráfico de influencia, propuesto por Cook (1986), recientemente se ha utilizado una estructura de variedad riemanniana para caracterizar la densidad del modelo perturbado como función del vector de perturbación. En este contexto, el tensor métrico juega un rol relevante en la selección de perturbaciones apropiadas. Luego, dada una función objetivo que represente el aspecto de inferencia de interés, medidas de influencia de primer y segundo orden puede ser definidas a partir de los términos correspondientes del desarrollo en serie de Taylor, en una versión covariante. Para una amplia clase de modelos y situaciones, los resultados de este enfoque coinciden con el más difundido basado en la curvatura normal. Sin embargo, modelos mixtos, heteroscedásticos o con réplicas son ejemplos de situaciones donde el método de Cook puede conducir a conclusiones incorrectas.

En esta charla mostramos la aplicación de conceptos básicos de geometría riemanniana en el estudio de influencia local. Presentamos las características relevantes del enfoque que resuelven algunas de las limitaciones del método basado en el cálculo de la curvatura normal. Por otra parte, describimos cómo el cálculo de las cantidades geométricas requeridas puede realizarse cuando interesa el estudio de influencia local sobre métodos de estimación que no son basados en la verosimilitud de los datos observados, para modelos de regresión con errores en las variables.

8. Física Matemática

Organizan: Javier Fernández, Osvaldo Saltillán

Conferencia Invitada
Ferraro, Sebastián
Departamento de Matemática, UNS; CONICET

Dinámica y control impulsivo de una bola simétrica no homogénea

Una bola material con dos de sus tres momentos de inercia iguales y cuyo centro de masa coincide con su centro geométrico se denomina una bola simétrica. Consideramos que la misma rueda sobre un plano horizontal, sin deslizarse ni girar sobre su eje vertical (lo que se denomina usualmente "rubber rolling"). Veremos que su dinámica libre se rige por ecuaciones de movimiento que resultan equivalentes a una ODE en $S^2 \times S^1$ [1], y que estas ecuaciones se pueden resolver explícitamente. También expondremos una estrategia para el control de la posición y orientación de la bola mediante impulsos (impactos elásticos) aplicados a la misma. Estudiaremos la velocidad de convergencia del algoritmo usando un enfoque geométrico, en términos de la curvatura de una conexión apropiada en un fibrado principal.

Referencias

[1] H. Cendra and M. Etchechoury. Rolling of a symmetric sphere on a horizontal plane without sliding or spinning. *Rep. Math. Phys.*, 57(3):367–374, 2006.

Este trabajo se hizo en colaboración con Hernán Cendra y María del Rosario Etchechoury.

Autores: Colombo Leonardo
Lugar: Departamento de Matemática-UNLP
Expositor: Colombo Leonardo

Quasivelocidades y Control Óptimo de Sistemas Mecánicos

En ingenería es frecuente encontrarse con sistemas que requieren un control si queremos que sigan un comportamiento adecuado o una planificación prefijada. En el caso de vehículos, los controles nos permiten frenarlo, acelerarlo, llevarlo por la dirección requerida... Estos controles se activan manualmente, por radio control o automáticamente, o los diseña nuestro sistema (vía feedback). Pueden actuar llevando nuestro sistema de un punto a otro o evitando desviaciones de la trayectoria que queremos seguir. En otros casos el sistema es inestable y necesitamos introducir controles para evitar grandes perturbaciones del sistema.

La aplicación no se reduce a problemas de mecánica si no que tienen un ámbito mayor de aplicación: teorías del crecimiento económico, ecología, planificación comercial, medicina, robótica.. .

Nos centraremos más en detalle en utilizar aquel control que sea "más beneficioso" para nosotros: nos permita llegar en mínimo tiempo, nos resulte más barato, consuma menos combustible, más saludable... En este caso, elegiremos entre los controles admisibles (si estos existen) aquel que minimice o maximice un cierto funcional. En definitiva debemos utilizar el control que consideramos óptimo.

En particular, nos interesan el control de sistemas mecánicos infractuados; que están caracterizados por tener menos controles que grados de libertad. Estudiaremos estos sistemas como sistemas lagrangianos de orden superior sujetos a las ligaduras inducidas, al ser el sistema infractuado. Para despejar los controles y sustituirlos en la función de coste, usaremos la técnica de quasi-coordenadas, o el uso de bases móviles, es decir, encontraremos una base de campos de vectores adaptada al sistema de control. Las técnicas diseñadas se pueden extender a otros espacios de fases, como sistemas de control infractuados definidos en álgebras de Lie. Motivado por el control de satelites y como test de nuestros desarrollos teóricos, estudiaremos el problema de controlar un cuerpo rígido, llevandolo desde un estado inicial a uno final en el menor tiempo posible y minimizando un funcional de coste. Otra utilidad futura de nuestros desarrollos, es la posibilidad de diseñar métodos numéricos geométricos para problemas de control infractuados y la posible extensión a problemas en fibrados de Atiyah y la introducción de ligaduras noholonomas y fuerzas externas.

Autores: Leonardo Colombo - David Martín de Diego - Marcela Zuccalli
Lugar: Depto. Matemática UNLP - ICEMAT - Depto. de Matemática UNLP
Expositor: Marcela Zuccalli

Sobre la discretización de problemas de control óptimo de sistemas mecánicos infractuados

Un sistema mecánico lagrangiano de control es infractuado si las variables de control son menos que la dimensión del espacio de configuraciones. Su descripción se realiza sobre una variedad diferenciable producto $Q = Q_1 \times Q_2$ tales que las fuerzas de control u^a se aplican solamente a las coordenadas q^a de Q_1 mientras que las coordenadas q^α de Q_2 quedan libres. Si $L : TQ \to \mathbb{R}$ es el lagrangiano del sistema, las ecuaciones de Euler Lagrange están dadas por

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}^a}\right) - \frac{\partial L}{\partial q^a} &= u^a \\ \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}^\alpha}\right) - \frac{\partial L}{\partial q^\alpha} &= 0 \end{aligned} \tag{20}$$

donde $a = 1, \ldots, r$ and $\alpha = r + 1, \ldots, n$.

Este sistema define un problema de control óptimo que consiste en encontrar la trayectoria $(q^a(t), q^\alpha(t), u^a(t))$ con condiciones iniciales y finales $(q^a(t_0), q^\alpha(t_0), \dot{q}^a(t_0), \dot{q}^\alpha(t_0))$, $(q^a(t_f), q^\alpha(t_f), \dot{q}^a(t_f), \dot{q}^\alpha(t_f))$ respectivamente, para minimizar el funcional costo

$$\mathcal{A} = \int_{t_0}^{t_f} C(q^a, q^\alpha, \dot{q}^a, \dot{q}^\alpha, u^a)\, dt.$$

Como puede verse en [3], bajo cierta hipótesis de regularidad, este problema de control óptimo es equivalente al problema variacional vakónomo de orden 2 que consiste en extremizar la acción

$$\widetilde{\mathcal{A}} = \int_{t_0}^{t_f} \widetilde{L}(q^a(t), q^\alpha(t), \dot{q}^a(t), \dot{q}^\alpha(t), \ddot{q}^a(t),\ \ddot{q}^\alpha(t))\, dt$$

sujeta a los vínculos

$$\Phi^\alpha(q^a, q^\alpha, \dot{q}^a, \dot{q}^\alpha, \ddot{q}^a, \ddot{q}^\alpha) = \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}^\alpha}\right) - \frac{\partial L}{\partial q^\alpha} = 0 \ \text{ con } \alpha = r+1, ..., n.$$

donde $\widetilde{L} : T^{(2)}Q \to \mathbb{R}$ está dado por

$$\widetilde{L}(q^a, q^\alpha, \dot{q}^a, \dot{q}^\alpha, \ddot{q}^a, \ddot{q}^\alpha) = C\left(q^a, q^\alpha, \dot{q}^a, \dot{q}^\alpha, \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}^a}\right) - \frac{\partial L}{\partial q^a}\right).$$

Para tratar este problema vakónomo de orden 2 se puede adaptar la formulación geométrica que hacen Skinner y Rusk para sistemas de primer orden (ver [5] [4]). Esta formulación permite determinar una condición necesaria y suficiente para garantizar la solución del problema de control óptimo equivalente.

En general, las ecuaciones diferenciales que hay que resolver para determinar las variables de control pueden ser complejas. Es por ésto que resulta de interés encontrar algún integrador que resuelva el problema.

En este trabajo consideramos un sistema lagrangiano de control infractuado y su discretización. A partir de este sistema discreto de control infractuado describimos el problema de control óptimo que él define y analizamos cómo la solución de este problema de control óptimo está dada por la solución del problema vakónomo discreto de orden 2 equivalente.

En particular, consideraremos la discretización del sistema dado por un péndulo invertido.

Referencias

[1] R. Benito, D. Martín de Diego: *Discrete vakonomic Mechanics.* Journal of Mathematical Physics 46 (8).

[2] R. Benito, M. de León, D. Martín de Diego: *Higher order discrete Lagrangian mechanics,* International Journal of Geometric Methods in Modern Physics, Vol. 3, No. 3 (2006), 421-436

[3] A.M. Bloch: *Nonholonomic Mechanics and Control,* Interdisciplinary Applied Mathematics Series, 24, Springer-Verlag, New York (2003).

[4] L. Colombo, D. Martín de Diego, M. Zuccalli: *Optimal control of Underactuated Mechanical Systems: A geometric approach.* Journal of Mathematical Physics (se publicará en julio de 2010)

[5] Skinner R., Rusk. 1983. Generalized Hamiltonian dynamics I. Formulation on $T^*Q \oplus TQ$, *Journal of Mathematical Pyhsics, 24(11), 2589-2594 and 2595-2601 .*

Autores: Santiago Capriotti
Lugar: Universidad Nacional del Sur
Expositor: Santiago Capriotti

Sistemas AKS y problemas variacionales no estándar

Los sistemas AKS [BP94, Ova03] constituyen ejemplos de sistemas mecánicos integrables cuyos espacios de fases son órbitas en el dual del álgebra de Lie de un grupo factorizable. Versiones hamiltonianas de dichos sistemas pueden hallarse en la literatura desde hace tiempo (por ejemplo, [RSTS79, RSTS81]), y dichos sistemas se vinculan con sistemas mecánicos definidos sobre el cotangente del grupo de Lie en cuestión mediante reducción. Menos conocidas son las versiones lagrangianas para estos sistemas; un ejemplo en esta dirección es el trabajo [FG02], en el cual se establece la equivalencia entre las descripciones lagrangianas y hamiltonianas a nivel de ecuaciones de movimiento. La dificultad en la demostración de la equivalencia entre las dos versiones reside en el hecho de que el lagrangiano provisto por los autores en esta referencia es singular, conteniendo multiplicadores de Lagrange encargados de inducir vínculos a nivel de las velocidades.
Utilizando un problema variacional que incluye tales vínculos en la geometría del problema, en lugar de hacerlo en el lagrangiano, estudiaremos la vinculación entre las dos descripciones para un sistema AKS desde una perspectiva novedosa, utilizando para ello la noción de problema variacional Lepage-equivalente. Ello nos permitirá, entre otras cosas, utilizar el algoritmo de Gotay, Nester y Hinds [GNH78] para construir la versión hamiltoniana usual del sistema AKS como teoría hamiltoniana asociada.

Referencias

[BP94] F. E. Burstall y F. Pedit. Harmonic maps via Adler–Kostant–Symes theory. In A. P. Fordy and J. C. Wood, editors, *Harmonic maps and integrab le systems*, volume 23 of *Aspects of Math.*, pages 221–272. Vieweg, Braunschweig, Wiesbaden, 1994.

[FG02] L. Fèher y A. Gabor. Adler-Kostant-Symes systems as lagrangian gauge theories. *Physics Letters A*, 301:58, 2002.

[GNH78] M.J. Gotay, J. M. Nester, y G. Hinds. Presymplectic manifolds and the Dirac-Bergmann theory of constraints. *J. Math. Phys.*, (19):2388, 1978.

[Ova03] Gabriela Ovando. Invariant metrics and hamiltonian systems. *preprint arXiv:math/0301332*, 2003.

[RSTS79] A. G. Reyman y M. A. Semenov-Tian-Shansky. Reduction of Hamiltonian systems, affine Lie algebras and Lax equations. *Invent. Math.*, 54:81–100, 1979.

[RSTS81] A. G. Reyman y M. A. Semenov-Tian-Shansky. Reduction of Hamiltonian systems, affine Lie algebras and Lax equations. II. *Invent. Math.*, 63:423–432, 1981.

Conferencia Invitada
J. Devoto
ITBA Departamento de Matemática, FCEyN, UBA

D-branas y variedades de Frobenius

Graeme Segal y Gregory Moore defiínieron de un modo riguroso la noción de categorias de D-branas asociada al sector abierto de una teoría topológica de campos y caracterizaron la categoría maximal de branas en términos de fibrados vectoriales sobre un espacio-tiempo finito. En nuestro trabajo conjunto con Anibal Amoreo generalizamos estos resultados al caso de familias de teorías conformes de campos modeladas por variedades de Frobenius. En este caso no solo aparecen fibrados vectoriales usuales y fibrados vectoriales torcidos correspondientes a módulos sobre álgebras de Frobenius.

`Bibliografía`

[1] G. Segal and G. Moore "D-branes and K-theory in 2D topological field theory"hep-th/0609042.

Conferencia Invitada
O. Santillán
Departamento de Matemática, FCEyN

Modelos juguete de teorías topológicas de campo

En esta charla se presentarán ciertos modelos juguete que ejemplifican las características principales de las teorías topológicas de campo: el principio de localización, el rol de la supersimetría o invariancia BRST y invariancia topológica de las funciones de correlación. La charla está dirigida a una audiencia no especialista en el tema. Al final se mencionarán en forma muy breve algunas teorías topológicas concretas como la versión doblada de super-yang-mills con N=2 supersimetrías, gravedad topológica en dos dimensiones y Chern-Simons, las cuales están asociadas a los invariantes de Donaldson, a las clases de intersecciòn de Morita-Miller y a los invariantes de nudos respectivamente.

Bibliografía

[1] Kentaro Hori. Sheldon Katz. Albrecht Klemm. Rahul Pandharipande. Richard Thomas. Cumrun Vafa. Ravi Vakil. Eric Zaslow "Mirror symmetry" vol 1 of Clay Mathematical Monographs AMS Providence RI 2003.

[2] Marcos Mariño, .Enumerative geometry and knot invariants", hep-th/0210145.

Autores: Teresita A. Rojas (1), (2). ; Bordcoch, Melina (1); Nieva, Jose Luis (1); Bizzotto, Mario Andres (1)
Lugar: (1) Universidad Nacional de Catamarca, (2) CONICET
Expositor: Bizzotto, Mario Andres

Espacios de Einstein Conforme en el Formalismo de Superficies Nulas

En este trabajo se analizarán las transformaciones conformes en variedades de dimensión n=4, considerando las condiciones necesarias y suficientes para que un espacio sea conforme a un espacio de Einstein. A partir de esto se encuentra que la anulación de un único tensor es la condición necesaria y suficiente para que una métrica sea conforme Einstein. Por otro lado, en el contexto del Formalismo de Superficies Nulas (NSF), dichas superficies están caracterizadas por una función que depende de los puntos del espacio-tiempo y de puntos sobre la esfera de direcciones nulas cuyas coordenadas son las coordenadas estereográficas complejas . El gradiente de esta función forma un vector nulo sobre la variedad, a partir del cuál se pueden calcular todas las componentes de la métrica y escribirlas con el fin de calcular el tensor de Weyl en términos de sus componentes y a partir de éste al tensor en términos de la función . De este modo se obtiene las condiciones para que una métrica sea conforme Einstein en el NSF.

Autores: J.P. Borgna, D.F. Rial
Lugar: Univ de Gral Sarmiento (UNGS), Depto. Mat. Univ de Buenos Aires (UBA)
Expositor: J.P. Borgna

Existencia de estados fundamentales para la ecuacion 1D de Schrodinger Relativista

En la década de 1920 se fue afianzando la cada vez más aceptada Mecánica Cuántica. Erwin Schrödinger formuló la ecuación lineal que describe la dinámica de una partícula, y pocos años después toda la teoría fue estructurada por Von Neumann y otros. Pero al mismo tiempo la Teoría General de la Relatividad había sido constatada experimentalmente (1922), y en este contexto diversos científicos se preguntaron por los puntos de contacto entre ambas teorías y, sobre todo, se prestó atención a fenómenos que lindan entre la Cuántica y la Relatividad Especial (formulada en 1905 por Albert Einstein).

Un primer problema que debieron afrontar fue el de hallar una ecuación que describiera la dinámica de una partícula cargada que se mueve a una velocidad muy alta, podríamos decir cercana a la de la luz. Usando una sencilla traducción del momento lineal en cuántica y de la energía cinética en relatividad, obtuvieron la ecuación Relativista de Schrödinger, que en su misma naturaleza es pseudo-diferencial, lo que resultó muy difícil de manejar para los físicos-matemáticos de esa época. Por esta razón en ese momento se buscó una simplificación de la misma, la que dio origen a la ecuación de Dirac.

En los últimos años se ha regresado a la formulación pseudo-diferencial original, en gran medida porque en los últimas cuatro décadas la matemática avanzó lo suficiente en el tratamiento, desde varios puntos de vista, de los operadores pseudo-diferenciales.

La ecuación unidimensional de Schrödinger Relativista está dada por

$$i\psi_t\,(t,x) = \left(\sqrt{m^2 - \partial_x^2} - m\right)\psi(t,x) - V'\,(x,\psi)\,\psi$$

Por consideraciones físicas, los estados fundamentales de este tipo de ecuaciones deben ser del tipo "impulsados" (en inglés "boosted") porque al estar en el terreno de la teoría de la relatividad, deben ser invariantes Lorentz. Por esta razón se buscan soluciones de la forma

$$\psi\,(t,x) = \varphi\,(x - vt)\,e^{i\mu t}$$

siendo $\mu \in \mathbb{R}$ un parámetro de fase y v la velocidad de la partícula, bajo la normalización $c = 1$ (c la velocidad de la luz).

Los trabajos previos existentes (J. Frölich, 2007) acerca de la existencia de estados fundamentales de este tipo de ecuaciones, se refieren al caso en que el potencial no lineal V' es del tipo Hartree (convolución contra un núcleo singular). Nosotros adaptamos estas técnicas al caso de una no linealidad cúbica, es decir $V' = |\psi|^2$. Se usa de manera adecuada el principio de concentración-compacidad de J.P. Lions.

Autores: Ramírez Romina, Rossini Gerardo, Sanmartino Marcela
Lugar: Universidad Nacional de La Plata
Expositor: Ramírez Romina

Operadores Toeplitz con símbolo radial

Utilizando el isomorfismo existente entre el espacio de Fock $F^2(\mathbb{C}, d\mu)$ de las funciones holomorfas de cuadrado integrable respecto de la medida gaussiana y el espacio l_2 de las sucesiones cuadrado sumables, mostraremos como los operadores de Toeplitz con símbolos radiales $\varphi = \varphi(|z|)$ y dominio denso en F^2 se simplifican drásticamente, mapeandose en operadores diagonales sobre l^2. Analizaremos condiciones suficientes y/o necesarias para que un operador Toeplitz se mapee en un operador diagonal en l^2, y la situación inversa.

Como aplicación, estudiaremos el problema abierto de la composición de operadores Toeplitz. Presentaremos una familia de símbolos radiales para los cuales la composición de sus respectivos operadores Toeplitz resulta nuevamente un operador bien definido de este tipo. Como complemento, ilustraremos la situación con ejemplos bien conocidos en Mecánica Cuántica, contexto natural de todo este trabajo.

[1] F. A. Berezin, *Covariant and contravariant symbols of operators*, Math. USSR Izv. vol 6,pp 1117-1151 (1972).

[2] S. Grudsky, N. Vasilevski, *"Toeplitz operators on the Fock space: Radial component effects."* Integral Equations and Operator Theory, v. 44, no. 1, 2002, p. 10-37

[3]L.A Coburn *"On the Berezin -Toeplitz Calculus"* Proceedings of the AMS 129 (2001) pp. 3331-3338.

Conferencia Invitada
H. Falomir
Departamento de Física, FCE, UNLP

Funciones Espectrales de Operadores Diferenciales con Coeficientes Singulares

La función $\zeta_D(s) := \mathrm{Tr}\, D^{-s}$ asociada a las extensiones autoadjuntas de un operador diferencial de la forma $D = -\partial_x{}^2 + \left(\nu^2 - 1/4\right) x^{-2}$, que presenta un término de orden cero singular en el origen, no sigue el comportamiento general que resulta de la teoría de Seeley para las trazas de potencias complejas de operadores elípticos con coeficientes regulares (cuyas singularidades son polos simples que solo dependen del orden del operador diferencial y de la dimensión de la variedad).

En efecto, mostramos que esas funciones espectrales presentan polos simples en valores que dependen del coeficiente del término singular (del parámetro ν), con residuos determinados por la extensión autoadjunta considerada. Las excepciones a este comportamiento son las extensiones autoadjuntas con dominios (localmente) invariantes de escala.

Este comportamiento se traduce, para una extensión autoadjunta genérica de ese operador, en la aparición de potencias de t dependientes del parámetro ν en el desarrollo asintótico de la traza del "heat-kernel", $\mathrm{Tr}e^{-tD}$.

`Bibliografía`

[1] H. F., M.A. Muschietti, P.A.G. Pisani and R. Seeley, J. Phys. A36: 9991-10010, 2003.
[2] H. F., M.A. Muschietti and P.A.G. Pisani, J. Math. Phys. 45: 4560-4577, 2004.

9. Geometría

Organizan: Eduardo Hulett, Carlos Olmos

Conferencia Invitada
Gabriel Larrotonda
Instituto de Ciencias de la Universidad Nacional de General Sarmiento

---

Variedades de curvatura no positiva

La noción de curvatura seccional no positiva, en el contexto Riemanniano, puede presentarse de formas que no involucran el producto interno de la variedad. Una de ellas, puramente métrica y debida a Alexandrov, tiene que ver con las nociones de comparación de triángulos geodésicos. La otra, debida a Grossman y McAlpin, se relaciona con el espectro del operador dexp, que no es otra cosa que la diferencial de la exponencial de la variedad. Veremos como estas nociones resultan transferibles a contextos no Riemannianos: la primera en espacios de métrica interior, y la segunda en variedades de Banach-Finsler. En esta charla veremos como algunos resultados clásicos (del contexto Riemanniano) se transfieren a espacios de estas clases recién mencionadas, sin limitaciones de dimensión.

Conferencia Invitada
Osvaldo Santillán
Departamento de Matemática, Universidad de Buenos Aires

Killing-Yano tensors y w-álgebras

Se discutirán propiedades generales de los tensores de Killing-Yano y su aplicación en el contexto de simetrías W en modelos sigma supersimétricos. Se describirá su relación con las llamadas simetrías exóticas.

Autores: Carlos Olmos - Silvio Reggiani
Lugar: Universidad Nacional de Córdoba - Facultad de Matemática, Astronomía y Física
Expositor: Silvio Reggiani

La unicidad de la conexión canónica en espacios naturalmente reductivos

En trabajos previos estudiamos la unicidad de la conexión canónica en espacios naturalmente reductivos compactos. En particular, a partir de este resultado uno determina completamente el grupo de isometrías de un espacio naturalmente reductivo compacto. En efecto, sea M un espacio naturalmente reductivo compacto y sea ∇^c la conexión canónica asociada (a una cierta descomposición reductiva). Asumamos que M es localmente irreducible y que no es globalmente isométrico a la esfera S^n, al espacio proyectivo $\mathbb{R}P^n$, ni a un grupo de Lie con métrica bi-invariante. Entonces ∇^c es única.

Recientemente hemos extendido este resultado al caso no compacto. Más precisamente, si M es un espacio naturalmente reductivo no compacto, simplemente conexo, localmente irreducible y no globalmente isométrico al dual simétrico de un grup o de Lie compacto, entonces la conexión canónica es única. Más aún, para el dual de la esfera, el espacio hiperbólico H^n, existe una única descomposición naturalmente reductiva.

El enfoque de este trabajo es puramente geométrico y las pruebas de nuestros resultados principales se basan en un resultado de descomposición para espacios naturalmente reductivos y en un teorema tipo Berger, el Skew-torsion Holonomy Theorem, que también probamos geométricamente.

Autores: Alfredo H. Gonzalez
Lugar: FaMAF-CIEM Universidad Nacional de Córdoba
Expositor: Alfredo H. Gonzalez

Estructuras de Poisson en el fibrado cotangente de un Grupo de Lie

El álgebra de Lie cotangente $T^*\mathfrak{g}$ de un álgebra de Lie $\mathfrak{g}$ se define como el producto semidirecto $T^*\mathfrak{g} := \mathfrak{g} \ltimes_{\mathrm{coad}} \mathfrak{g}^*$, donde coad es la representación coadjunta de $\mathfrak{g}$ en $\mathfrak{g}^*$. Si G denota el grupo de Lie simplemente conexo con álgebra de Lie $\mathfrak{g}$, el fibrado cotangente T^*G tiene una estructura natural de grupo de Lie tal que su álgebra de Lie es $T^*\mathfrak{g}$. Existe una métrica ad-invariante canónica $\langle \cdot , \cdot \rangle$ de signatura neutral en $T^*\mathfrak{g}$ definida por:

$$\langle (x, \alpha), (y, \beta) \rangle = \alpha(y) + \beta(x),$$

para $x, y \in \mathfrak{g},\ \alpha, \beta \in \mathfrak{g}^*$. Según un resultado de [1], cada estructura compleja en $T^*\mathfrak{g}$ antisimétrica con respecto a $\langle \cdot , \cdot \rangle$ determina una estructura de Poisson multiplicativa en T^*G.

En el presente trabajo consideramos las estructuras de Poisson multiplicativas en el fibrado cotangente de grupos de Lie de dimensiones bajas, partiendo de las estructuras complejas obtenidas en [2]. Estudiamos también el problema de linealización de dichas estructuras y propiedades de las foliaciones simplécticas.

Referencias

[1] A. Andrada, M. L. Barberis, G. Ovando, *Lie bialgebras of complex type and associated Poisson Lie groups*, Journal of Geometry and Physics **58** (2008) 1310-1328.

[2] L. C. de Andres, M. L. Barberis, I. Dotti, M. Fernandez, *Hermitian structures on cotangent bundles of four dimensional solvable Lie groups*, Osaka J. Math. **44** (4)(2007) 765-793.

Autores: Jorge Lauret y David Oscari
Lugar: FaMAF - Universidad Nacional de Córdoba
Expositor: David Oscari

Solitones de Ricci en grupos de Lie 2-pasos nilpotentes no singulares

La clasificación de los grupos de Lie nilpotentes que admiten una métrica Riemanniana invariante a izquierda solitón de Ricci (i.e. puntos fijos del flujo de Ricci) es todavía un problema abierto, y no se conoce ninguna condición algebraica suficiente (ver [L1]). Todo parece indicar que dicha clasificación es la parte sustancial para el entendimiento de todas las variedades homogéneas solitones de Ricci (ver [L2]).

Se describirán algunos resultados de existencia y de no existencia en el caso 2-pasos nilpotente no singular, el cual ha mostrado relevancia en varios contextos geométricos [E] y algebraicos [LT]. Hemos obtenido un clasificación completa para centro 2-dimensional, y una curva explícita que no admite solitón en toda posible dimensión. Tambi én se han encontrado varias familias de ejemplos explícitos para centro 3-dimensional. La teoría de polinomios positivos y sus invariantes juega un importante papel en este problema.

Referencias

[E] P. Eberlein, Geometry of two-step nilpotent Lie groups with a left invariant metric II, *Trans. Amer. Math. Soc.* **343** , 805-828 (1994).

[L1] J. Lauret, Einstein solvmanifolds and nilsolitons, *Cont. Math.* **491** (2009).

[L2] J. Lauret, Ricci soliton solvmanifolds, *Journal für die reine und angewandte Mathematik*, en prensa.

[LT] F. Levstein y A. Tiraboschi, Classes of 2-step nilpotent Lie algebras, *Comm. in Alg.*, **27**(5), 2425-2440 (1999).

Autores: del Barco Viviana, Dotti Isabel
Lugar: FCEIA - Univ. Nac. de Rosario, FAMAF - Univ. Nac. de Córdoba.
Expositor: del Barco Viviana

Estructuras simplécticas en nilvariedades

Una nilvariedad es una variedad homogénea compacta $M = N/\Gamma$, donde N es un grupo de Lie nilpotente simplemente conexo y Γ un subgrupo discreto. El teorema de Nomizu brinda una herramienta para calcular la cohomología de De Rham de las mismas, estableciendo un isomorfismo entre la cohomología de M y la cohomología del álgebra de Lie $\mathfrak{n}$ del grupo de Lie N.

En una variedad M de dimensión par $2n$, una estructura simpléctica es una 2-forma diferenciable ω cerrada y tal que $\omega^n \neq 0$. En el caso que M es una nilvariedad, hallar una estructura simpléctica en M equivale a encontrar $\omega \in \Lambda^2\mathfrak{n}^*$ tal que $dw = 0$ y ω sea no degenerada vista como forma bilineal y antisimétrica en $\mathfrak{n}$. Existen obstrucciones cohomológicas para que el álgebra (o la nilvariedad) admita una tal estructura. Presentaremos en este trabajo nuevas obstrucciones. Trabajaremos a nivel de álgebras de Lie nilpotentes.

Las álgebras de Lie nilpotentes tienen asociadas naturalmente una filtración de $\mathfrak{n}^*$ que da origen a una sucesión espectral $E_r^{p,q}$; la misma converge a la cohomología $H^*(\mathfrak{n})$. Llamamos al límite de la sucesión espectral *cohomología intermedia del álgebra de Lie*. En particular, el segundo grupo de cohomología de $\mathfrak{n}$ se descompone como suma de espacios vectoriales:

$$H^2(\mathfrak{n}) = \bigoplus_{p+q=2,\ p\geq 0} E_\infty^{p,q}.$$

Estudiando esta nueva cohomología determinamos una condición necesaria para que un álgebra de Lie nilpotente sea simpléctica. Se prueba además que en las álgebras de tipo H esta condición también resulta suficiente. Sin embargo analizando las álgebras dos pasos nilpotentes asociadas a grafos concluímos que la condición no es suficiente en general.

Conferencia Invitada
Adrián Andrada
CIEM-FaMAF

Estructuras complejas abelianas en grupos de Lie y aplicaciones a la geometría

Una *estructura compleja abeliana* es una estructura compleja invariante a izquierda J en un grupo de Lie que satisface la siguiente propiedad: $[JX, JY] = [X, Y]$ para todo par X, Y de campos vectoriales invariantes a izquierda en el grupo. Estas estructuras, que sólo pueden encontrarse en grupos de Lie 2-pasos solubles, poseen interesantes propiedades y aplicaciones a la geometría diferencial. En esta ocasión repasaremos algunas de estas propiedades y mostraremos nuevas relaciones con la geometría de Kähler y la geometría sasakiana.

Conferencia Invitada
Ricardo Podestá
CIEM-FaMAF

Teoría espectral del operador de Atiyah-Patodi-Singer en variedades compactas planas

Consideramos el operador diferencial de tipo-Dirac $\mathcal{D}$ definido y estudiado por Atiyah, Patodi y Singer en [1]. Éste es el operador de borde asociado al operador de signatura actuando en $2p$-formas suaves, $0 \leq p \leq 2k-1$, de una variedad Riemanniana orientable y compacta M de dimensión $n = 4k-1$. Como todo operador elíptico, $\mathcal{D}$ tiene asociada la *serie eta* de sus autovalores no nulos

$$\eta_{\mathcal{D}}(s) = \sum_{0 \neq \lambda \in Spec_{\mathcal{D}}} \text{signo}(\lambda)\, |\lambda|^{-s}, \qquad \operatorname{Re} s > n.$$

La función holomorfa definida por la serie tiene continuación meromorfa a todo $\mathbb{C}$ con polos simples en $\{n, n-1, n-2, \ldots\}$. Es un hecho no trivial que el residuo en $s = 0$ se anula y por lo tanto 0 es un valor regular. El número $\eta_{\mathcal{D}} := \eta_{\mathcal{D}}(0)$ es un invariante espectral y geométrico, llamado *invariante eta*.

En [2], usando el teorema del G-índice, Harold Donnelly obtiene, de manera indirecta, una expresión general para el invariante eta asociado a $\mathcal{D}$ para G-variedades con borde, donde G es un grupo de isometrías del borde, en términos de ciertas clases características. Esta es una familia muy grande de variedades. Sin embargo, en el caso particular de variedades planas, la fórmula de Donelly puede aplicarse en ciertos casos particulares muy específicos y que representan una familia "pequeña" dentro de las variedades planas.

En [3], calculamos el espectro de $\mathcal{D}$ para una variedad compacta plana arbitraria M_Γ, dando una expresión para las multiplicidades de los autovalores. De esta manera, usando métodos explícitos, obtenemos expresiones para $\eta_{\mathcal{D}}(s)$ asociada a M_Γ en términos de funciones zeta de Hurwitz. A su vez, esto permite calcular $\eta_{\mathcal{D}}$ por simple evaluación en $s = 0$. Para ciertas familias de variedades compactas planas (i.e. dimensión 3, $\mathbb{Z}_2^k$-variedades, $\mathbb{Z}_p$-variedades con p primo impar), $\eta_{\mathcal{D}}$ puede ser explícitamente calculado. En particular, mostraremos que nuestra fórmula coincide con la obtenida por Donnelly (en los casos en que esta última se aplica).

Referencias

[1] M. F. Atiyah, V. K. Patodi, I. M. Singer, *Spectral asymmetry and Riemannian geometry I, II, III*, Math.Proc. Cambridge Philos. Soc. **77**, (43–69) 1975; **78** (405–432) 1975; **79**, (71–99) 1976.

[2] H. Donnelly, *Eta invariants for G-spaces*. Indiana Univ. Math. J. **27**, 6, (889–918) 1978.

[3] R. J. Miatello, R. A. Podestá, *Spectral theory of the Atiyah-Patodi-Singer operator on compact flat manifolds*, 35 páginas, preprint.

Autores: Roberto Miatello, Ricardo Podestá
Lugar: FaMAF (UNC) - CIEM (CONICET)
Expositor: Ricardo Podestá

Serie e invariante eta para una familia infinita de variedades con grupo de holonomía cíclico de orden potencias de 2

En **[1]** estudiamos la teoría espectral del operador de Atiyah-Patodi-Singer $\mathcal{D}$ en variedades compactas planas de dimensión $4k-1$. Se puede pensar a $\mathcal{D}$ como la restricción del operador clásico de signatura al borde de una variedad de dimensión $4k$.

En la presente comunicación, introduciremos una familia infinita $\mathcal{F}$ de $\mathbb{Z}_{2^r}$-variedades, es decir variedades compactas planas con grupo de holonomía $F \simeq \mathbb{Z}_{2^r}$, $r > 1$, y de dimensión arbitraria $n \equiv 3\,(4)$. Para tales variedades, y usando las fórmulas generales dadas en **[1]**, calcularemos explícitamente la serie eta $\eta_{\mathcal{D}}(s)$ y el invariante eta $\eta_{\mathcal{D}}$ asociados a $\mathcal{D}$, mostrando que resultan no triviales.

Por otra parte, utilizando el teorema del G-índice, Harold Donnelly (**[2]**) obtuvo una expresión general (aunque algo complicada), para η_D. En el caso de variedades planas, esta fórmula no siempre resulta de fácil aplicación. Mostraremos que en el caso de la familia $\mathcal{F}$ esta expresión puede ser usada, y se obtienen idénticos resultados con las fórmulas de **[1]** y **[2]**. Para otras familias conocidas de variedades planas, o bien la fórmula de Donnelly no se aplica o bien $\eta_{\mathcal{D}} = 0$.

[1] Roberto Miatello, Ricardo Podestá, *Spectral theory of the Atiyah-Patodi-Singer operator on compact flat manifolds*, preprint, 36 páginas.

[2] Harold Donnelly, *Eta invariants for G-spaces*, Indiana Univ. Math. J. 27 (1978), 889 - 918.

Autores: Francisco Vittone - Carlos Olmos
Lugar: Universidad Nacional de Rosario/Córdoba
Expositor: Francisco Vittone

Sobre la distribución de nulidad de subvariedades del espacio Euclídeo o de la esfera

Dada una subvariedad Riemanniana M del espacio Euclídeo o de la esfera, se define el *subespacio de nulidad* (de la segunda forma fundamental) de M en p al subespacio

$$\mathcal{N}_p := \{v \in T_pM : \alpha(v, \cdot) = 0\} \subset T_pM$$

donde α es la segunda forma fundamental de M. Este subespacio coincide con el núcleo común del operador de forma en todas las direcciones normales de M y si $M \subset \mathbb{R}^n$, entonces $\mathcal{N}_p$ es el núcleo de la diferencial de la aplicación de Gauss en p.

La asignación $p \mapsto \mathcal{N}_p$ define una distribución autoparalela (y por lo tanto integrable) en cada componente conexa de un abierto denso en M, cuyas variedades integrales son subvariedades totalmente geodésicas de M y del espacio ambiente. Si además la dimensión de estos subespacios es constante, entonces la distribución, denominada *de nulidad*, está bien definida en todo M. Mostraremos que si M es completa, conexa e irreducible, la distribución perpendicular complementaria a $\mathcal{N}$ en M es completamente no integrable. Esto es, dos puntos cualesquiera de M pueden ser unidos por una curva perpendicular a la nulidad en todo punto.

Autores: Eduardo Hulett
Lugar: CIEM-FaMAF
Expositor: Eduardo Hulett

Inmersiones conformes de superficies de Riemann en $\mathbb{S}^4$

En este trabajo se considera la geometría de inmersiones conformes de superficies de Riemann en la 4-esfera $\mathbb{S}^4 \subset \mathbb{R}^5$ desde un punto de vista twistorial inspirado en las ideas contenidas en los trabajos de Burstall-Rawnsley [B-R] y Eells-Salamon [E-S].

La variedad de banderas $\mathcal{F} = SO_5/SO_2 \times SO_2$ se identifica con el conjunto de ternas (X_0, X_1, X_2) de lineas complejas en $\mathbb{C}^5$ mutuamente ortogonales con el producto interno hermitiano usual, en donde X_1, X_2 generan un subespacio isotrópico maximal y X_0 está generado por un vector real $u_0 \in \mathbb{R}^5$, con $\|u_0\|^2 = 1$. Si $\frac{1}{\sqrt{2}}(u_{2j-1} - iu_{2j})$ es una base unitaria de X_j, $j = 1, 2$, entonces hay una única elección de $u_0 \in \mathbb{S}^4$ tal que $\{u_0, u_1, u_2, u_3, u_4\}$ es una base ortonormal de $\mathbb{R}^5$ positivamente orientada. Esto determina unívocamente una aplicación proyección $\pi : SO_5/SO_2 \times SO_2 \to \mathbb{S}^4$ la cual es una submersión riemanniana si en $\mathcal{F} = SO_5/SO_2 \times SO_2$ fijamos la métrica normal determinada por la forma de Killing de so_5.
Dada una inmersión conforme $f : M^2 \to \mathbb{S}^4$ definimos su levantamiento a $\mathcal{F}$ por

$$\widehat{f}(p) = (\mathbb{C}f(p), \mathbb{C}[f_z(p)], \mathbb{C}[f_{zz}^{\perp}(p)]), \quad p \in M^2$$

el cual no depende de la coordenada compleja local z elegida en un entorno de $p \in M^2$. En el trabajo se muestra que la aplicación $\widehat{f} : M^2 \to \mathcal{F}$ codifica invariantes de la geometría de la inmersión f como la curvatura de la métrica inducida y la curvatura normal. Más específicamente se obtiene la siguiente caracterización de las inmersi ones conformes en $\mathbb{S}^4$ con curvatura media paralela:
Sea M^2 una superficie de Riemann y $f : M^2 \to \mathbb{S}^4$ una inmersión conforme con vector curvatura media H. Entonces f satisface $\nabla^{\perp} H = 0$ si y sólo si su levantamiento $\widehat{f} : M^2 \to (\mathcal{F}, g, \nabla^g)$ es un mapa armónico, donde g es la métrica normal y ∇^g es la conexión de Levi-Civita determinada por g.

Referencias.

[B-R] F. Burstall and J. Rawnsley, *Twistor theory for Riemannian symmetric spaces*, LNM Vol. 1424, Springer Verlag, 1990.

[E-S] J. Eells and S. Salamon, *Twistorial constructions of harmonic maps of surfaces into four-manifolds*, Ann. Scuola Norm. Sup. Pisa 12 (1985), 589-640.

Autores: Graciela M. Desideri
Lugar: Dto. de Matemática - UNS
Expositor: Graciela M. Desideri

Algunas propiedades de la curvatura total central de curvas en el 3-espacio de Lorentz

En este trabajo se presentan propiedades de la curvatura total central a partir de investigar la mencionada curvatura de ciertas curvas no nulas en el 3-espacio de Lorentz. A tal efecto, se consideran curvas geodésicas, curvas temporales Salkowski y anti- Salkowski, evolutas e involutas de curvas temporales, entre otras, y se analizan las curvas planas resultantes de aplicar la proyección central a las mismas. Se obtiene, en cada caso, la correspondiente expresión de la curvatura total central de la curva plana y a partir de ésta, propiedades de la curvatura total central de las curvas en el 3-espacio de Lorentz consideradas en un principio.

Autores: A. Andrada, M.L. Barberis, I. Dotti
Lugar: FaMAF-CIEM, Universidad Nacional de Córdoba
Expositor: M.L. Barberis

Conexiones abelianas en variedades complejas

Dada una estructura casi compleja J en una variedad M, una conexión afín ∇ en M tal que $\nabla J = 0$ se dice *abeliana* si la torsión T de ∇ es de tipo $(1,1)$ con respecto a J. Demostramos que si ∇ es una conexión abeliana en (M, J) entonces J satisface la condición de integrabilidad $N \equiv 0$, donde N es el tensor de Nijenhuis correspondiente a J:

$$N(X,Y) := [JX, JY] - [X,Y] + J\left([JX,Y] + [X,JY]\right),$$

donde X, Y son campos en M. Toda variedad hermitiana (M, g, J) admite una conexión abeliana compatible con g: en efecto, la primera conexión canónica $\bar{\nabla}$ introducida en [1] satisface

$$\bar{\nabla} g = 0, \quad \bar{\nabla} J = 0, \quad \bar{T} \text{ es de tipo } (1,1),$$

en particular, $\bar{\nabla}$ es abeliana en (M, J). Dado un grupo de Lie G con una estructura compleja abeliana invariante, la conexión ∇ en G tal que los campos invariantes a izquierda son paralelos resulta abeliana. Si Γ es un subgrupo discreto de G, ∇ induce una conexión abeliana en $\Gamma\backslash G$.

En el presente trabajo estudiamos el espacio de conexiones abelianas planas en una variedad compleja (M, J). Obtenemos el siguiente resultado general:

PROPOSICIÓN. Dada una variedad compleja conexa (M, J), $\dim_{\mathbb{R}} M = 2n$, las siguientes condiciones son equivalentes:

(i) existe una conexión abeliana con holonomía trivial en (M, J);

(ii) existen n secciones $Z_1, \ldots, Z_n$ de $T^{1,0}M$ que son linealmente independientes en cada punto de M y tales que $[Z_i, Z_j] = 0$ para todo i, j.

Demostramos que si ∇ es una conexió n abeliana con holonomía trivial (y por lo tanto plana) en (M, J) tal que ∇ es completa y su torsión es paralela, entonces $M \cong \Gamma\backslash G$ donde G es un grupo de Lie con una estructura compleja abeliana invariante a izquierda y $\Gamma \subset G$ es un subgrupo discreto. Además, ∇ es la inducida por la conexión en G cuyos campos paralelos son los invariantes a izquierda. Obtenemos ejemplos de variedades complejas (M, J) con conexiones abelianas cuya holonomía es trivial que no son de la forma $M = \Gamma\backslash G$.

Referencias

[1] A. LICHNEROWICZ, *Théorie globale des connexions et des groupes d'holonomie*, Edizioni Cremonese, Roma (1962).

Autores: Verónica S. Diaz
Lugar: FaMAF-CIEM, Univ. Nac. Córdoba
Expositor: Verónica S. Diaz

REDUCCIÓN SIMPLÉCTICA APLICADA AL FIBRADO COTANGENTE MAGNÉTICO DE UN GRUPO DE LIE

Sea G un grupo de Lie de dimensión finita y T^*G su fibrado cotangente con la forma simpléctica ω_Σ definida a partir de un dos cociclo $\Sigma : \mathfrak{g} \times \mathfrak{g} \to \mathbb{R}$, donde $\mathfrak{g}$ es el álgebra de Lie de G. La forma simpléctica ω_Σ se obtiene sumándole a la forma simpléctica canónica en T^*G un término que involucra a Σ, denominado término magnético. La variedad simpléctica (T^*G, ω_Σ) se llama fibrado cotangente magnético.

A partir de variedades simplécticas los métodos de reducción permiten construir nuevas variedades de este tipo; en particular nos interesa el método de reducción óptima, introducido por Ortega y Ratiu [OR1], ya que una de las características más importantes que tiene es que sirve para casos en los que no es posible aplicar la técnica de reducción simpléctica de Marsden y Weinstein. Este es el caso de (T^*G, ω_Σ) con la acción natural inducida por las traslaciones a izquierda, pues al aparecer el término magnético la acción en general no admite una aplicación momento estándard. En [OR2] se demuestra un teorema de reducción óptima para (T^*G, ω_Σ). En este trabajo describiremos variedades simplécticas obtenidas al aplicar este resultado para diferentes grupos de Lie G y variando el dos cociclo Σ.

Referencias

[OR1] J.-P. Ortega, T.S. Ratiu, *The optimal momentum map*, Geometry, Dynamics, and Mechanics: 60th Birthday Volume for J.E. Marsden. P. Holmes, P. Newton, and A. Weinstein, eds., Springer-Verlag, New York, 2002, arXiv.org:math.SG/0203040.

[OR2] J.-P. Ortega, T.S. Ratiu, *The reduced spaces of a symplectic Lie group action*, Annals of Global Analysis and Geometry **30** (4) (2006), 335-381.

Autores: Egüez, Cristina; Sángari, Antonio; Aramayo, Ana
Lugar: Universidad Nacional de Salta
Expositor: Egüez, Cristina

Aplicación del algoritmo de Koebe a regiones simplemente conexas

El algoritmo de Koebe consiste en generar una sucesión de funciones holomorfas biyectivas que transforma cualquier región propia del plano simplemente conexa Ω en el disco unitario abierto U. El método consiste en la construcción de regiones Ω_1,$\Omega_2,\ldots$ y de funciones $f_1, f_2, \ldots$, de modo que $f_n(\Omega_{n-1}) = \Omega_n$, y que las funciones $f_n \circ f_{n-1} \circ \cdots \circ f_1$ converjan a una transformación conforme de Ω sobre U.

Se ha implementado el método en forma computacional, aplicando iterativamente la composicion de dos transformaciones bilineales y una raiz cuadrada. Se ha observado dificultades en la convergencia del algoritmo, producido por la no holomorfía de la función raiz cuadrática en dominios que contienen el origen.

En este trabajo se ha avanzado con el estudio del algoritmo de Koebe, aplicándolo a varias geometrias de regiones simplemente conexas e investigando la convergencia de la sucesion de funciones construidas para tal fin.

Referencias

[1] Estudio de la eficiencia y robustez del algoritmo de Koebe. Eguez, Cristina y Aramayo, Ana. Comunicaciones Cientificas. UMA 2008

Autores: Formica, F. Alberto - Bressan, Juan Carlos
Lugar: Universidad Nacional de General Sarmiento - Universidad de Buenos Aires
Expositor: Formica, F. Alberto

Operadores de la Convexidad en una Geometría de Coppel con una Topología

Esta comunicación se enmarca dentro de la Convexidad Generalizada y en ella presentamos algunas características de ciertos operadores de frecuente utilización en la teoría de la convexidad como, por ejemplo, el *R-Join*, la *estrella* y las *R-estrellas pasivas y activas* entre otros.

El desarrollo del tema fue realizado en espacios de convexidad topológicos, en este caso una **Geometría lineal densa, extensible y completa** con una topología intrínseca como en [1]. Los resultados que expondremos describen características topológicas de conjuntos definidos a partir de los mencionados operadores en relación con diferentes condiciones de los conjuntos sobre los se aplican.

Presentamos a continuación las definiciones de algunos de los elementos so bre los que trabajaremos y los enunciados de varias propiedades que formarán parte de la comunicación.

Si x es un punto del espacio X y S es un subconjunto de X el *R-Join* de x a S es el conjunto $J_R(x, S) = \cup\{[x, y >: y \in S\}$, donde $[x, y >$ nota a la semirrecta de origen x que pasa por y. A su vez, se define la *R-estrella activa de x a S* como $ast_R(x, S) = \{y \in S : [x, y >\subseteq S\}$. Por otro lado, si $x \in S$, la *estrella* de x en S es $st(x, S) = \{y \in S : [x, y] \subseteq S\}$.

Algunas de las propiedades que presentamos son las siguientes:

1) Si S es un conjunto cerrado y x es un punto de S entonces $st(x, S)$ es un conjunto cerrado.

2) Si A y B son conjuntos abiertos entonces $J_R(A, B)$ es un conjunto abierto.

3) Si S es un conjunto cerrado y x es un punto de S entonces $ast_R(x, S)$ es un conjunto cerrado.

4) x es un punto internal de S si y solo si existe un subconjunto S_x de S tal que $x \in mir(S_x)$ y además $J_R(x, S_x) = X$

5) Si x es un punto internal de S entonces $J_R(x, S) = X$ y si S es convexo también vale la recíproca.

Referencias

[1] Bressan, J. C.: *Topologías intrínsecas en una geometría lineal densa, extensible y completa*, Anales de la Academia Nacional de Ciencias de Buenos Aires, T. XLII (1), 2008, 389-396 .
[2] Coppel, W. A.: *Foundations of Convex Geometry*, Cambridge University Press, 1998.
[3] Formica, A.; Rodríguez, M.: *Properties and relations between visibility and illumination operators*, Revista Notas de Matemática, Vol 3 (2) N° 259, 101-109. Venezuela 2007.

[4] Van de Vel, M. J. L. *Theory of Convex Structures.* North-Holland, Amsterdam.1993

Autores: Nicolás Capitelli, Gabriel Minian
Lugar: Dpto. de Matemática, FCEyN, Universidad de Buenos Aires
Expositor: Nicolás Capitelli

Variedades Combinatorias No Homogéneas

Las variedades combinatorias son el análogo a las variedades topológicas en el contexto PL (lineal a trozos). De sus propiedades locales se derivan importantes resultados que marcaron gran parte del desarrollo de la topología de los últimos cien años. Algunos de los resultados y aplicaciones más relevantes que involucran a las variedades combinatorias incluyen a los teoremas de entornos regulares de Whitehead, la conjetura de Zeeman y su relación con la conjetura (teorema) de Poincaré, el teorema de s-cobordismo y los teoremas clásicos de Newman y Alexander ([3], [4]).

La idea de esta charla es introducir a las Q-variedades, que son poliedros que generalizan a las variedades combinatorias en el caso no homogéneo. Estos objetos verifican muchas propiedades análogas a las de las variedades combinatorias, que permiten, entre otras cosas, extender al caso no homogéneo los conceptos de borde y colapso regular. En particular, se puede definir una noción de shellabilidad generalizada en un contexto geométrico, compatible con la desarrollada por Björner y Wachs en el contexto combinatorio ([1]).

La charla está pensada para un público matemático general.

Referencias

[1] A. Björner, M. L. Wachs. *Shellable Nonpure Complexes and Posets I.* Transactions of the American Mathematical Society, Volume 348, Number 4 (1996).

[2] N.A. Capitelli, E.G. Minian. *Non-homogeneous Combinatorial Manifolds and shellability.* Work in progress.

[3] L. Glaser. *Geometrical Combinatorial Topology - Volume I.* Van Nostrand Reinhold Company (1970).

[4] W.B.R. Lickorish. *Simplicial Moves on Complexes and Manifolds.* Geometry and Topology Monographs, Volume 2, 299- 320 (1999).

Autores: Manuela A. Cerdeiro
Lugar: Departamento de Matemática, FCEyN, UBA
Expositor: Manuela A. Cerdeiro

Pequeñas perturbaciones en espacios finitos

La relación entre espacios topológicos finitos y poliedros compactos fue investigada en los años 60 por McCord [Mc] y Stong [St] y más recientemente por Barmak y Minian [BM]. A partir de esta relación, se puede utilizar la naturaleza combinatoria de los espacios finitos para resolver y analizar problemas geométricos.

En esta charla repasaremos primero algunos de los conceptos y resultados básicos sobre espacios finitos, incluyendo su correspondencia con los conjuntos parcialmente ordenados, a partir de la cual se los puede estudiar combinatoriamente. Luego nos centraremos en estudiar los métodos de reducción de aristas, es decir, analizaremos cómo cambia la topología de un espacio finito, desde el punto de vista homotópico y homológico, al quitar una arista de su diagrama de Hasse y cómo se traduce este cambio en los poliedros asociado s al espacio.

Los resultados que expondré en esta charla son parte de mi Tesis de Licenciatura [Ce], dirigida por G. Minian y presentada en Marzo de 2010.

Referencias

[BM] J. A. Barmak, E. G. Minian, *Simple homotopy types and finite spaces*, Advances in Mathematics 218, Issue 1, pp. 87-104 (2008).

[Ce] M. A. Cerdeiro, *Pequeñas perturbaciones en espacios finitos*, Tesis de Licenciatura. Departamento de Matemática, FCEyN, UBA (2010). Disponible en http://cms.dm.uba.ar/Members/manuelacerdeiro.

[Mc] M. C. McCord, *Singular homology groups and homotopy groups of finite topological spaces*, Duke Mathematical Journal, Vol. 33, No. 3, pp. 465-474 (1966).

[St] R. E. Stong, *Finite topological spaces*, Transactions of the American Mathematical Society, Vol. 123, No. 2, pp. 325-340 (1966).

Autores: Jorge Tomás Rodríguez
Lugar: Universidad de Buenos Aires
Expositor: Jorge Tomás Rodríguez

Versiones combinatorias de la dualidad de Alexander

La versión clásica de la dualidad de Alexander dice que, si A es un subespacio triangulable de la esfera S^N, su n-ésimo grupo de homología es isomorfo al $(N-n-1)$-ésimo grupo de cohomología del complemento de A en la esfera. Lo que esta dualidad nos está diciendo es que los agujeros de dimensión n de A son como los agujeros de dimensión $N-n-1$ del complemento.

Recientemente, y en forma independiente, Barr [3] y Björner y Tencer [4] probaron una versión combinatoria de la dualidad de Alexander para complejos simpliciales. Esta demostración se basa en asignarle a cada complejo simplicial K, un complejo simplici al K^*, su *dual de Alexander,* y en relacionar los grupos de homología de K con los grupos de cohomología de K^*.

A partir de la relación entre complejos simpliciales y posets, investigada por R.E. Stong [6], M.C. McCord [5] en los sesenta y, más recientemente, por Barmak y Minian [2], en este trabajo reformulamos esta dualidad en términos de posets y, utilizando las aplicaciones i y s introducidas por Barmak [1], proponemos nuevas formulaciones combinatorias de esta dualidad, extendiendo los resultados conocidos previamente.

Este trabajo forma parte de mi tesis de Licenciatura, que fue dirigida por G. Minian y presentada en Marzo 2010.

Referencias

[1] J. A. Barmak. *Topología Algebraica de Espacios Topológicos Finitos y Aplicaciones.* Tesis Doctoral, Universidad de Buenos Aires (2009).

[2] J. A. Barmak y G. Minian. *Simple homotopy types and finite spaces.* Adv. Math. 218 (2008), Issue 1, 87-104.

[3] M. Barr. *A Duality On Simplicial Complexes.* Georgian Mathematical Journal, Volumen 9 (2002), Numero 4, 601-605.

[4] A. Björner y M. Tancer. *Combinatorial Alexander Duality - A Short And Elementary Proof.* http://arxiv.org/abs/0710.1172v3 (2008).

[5] M.C. McCord. *Singular homology groups and homotopy groups of finite topological spaces.* Duke Mathematical Journal 33(1966), 465-474.

[6] R.E. Stong. *Finite topological spaces.* Trans. Amer. Math. Soc. 123 (1966), 325-340.

10. Lógica y Computabilidad

Organizan: José Luis Castiglione, Ricardo Rodríguez

Autores: Galdeano, Patricia
Lugar: Universidad Nacional de San Luis
Expositor: Galdeano, Patricia

Juego cooperativo con uso de información

Estudiamos un problema de decisión sobre el valor de la información en un modelo cooperativo. Consideramos un mercado fijo, con n ($n \geq 2$) firmas, individuos o empresas (los usuarios) y un innovador, de modo que: El Innovador, es un jugador que participa en el mercado ofreciendo una información o tecnología a los usuarios. Los usuarios son n jugadores similares, que ingresan al mercado para realizar la misma actividad los cuales pueden adquirir o no la información (o tecnología) ofrecida por el innovador. Los jugadores pueden cooperar entre sí formando coaliciones, que llamaremos: Informadas, si el innovador pertenece a la coalición, es decir, los usuarios de ésta coalición adquieren la información. No Informadas si el innovador no es parte de la coalición, es decir, los usuarios de ésta coalición no adquieren la información. La situación entera se modela como un juego cooperativo de $(n+1)$ jugadores, definiendo explícitamente la función característica, y se estudian las propiedades de dicha función. Finalmente estudiamos el Core del juego, el cual resulta no vacío. Se da una caracterización del Core y se determina que el valor de Shapley es un punto del mismo.

Autores: Ignacio Viglizzo, Fernando Tohmé
Lugar: Universidad Nacional del Sur
Expositor: Ignacio Viglizzo

Bringing Empathy to Game Theory

A frequent criticism that game theory faces is the blind egotism that seems to drive the rational agents that the theory purportedly models. We will introduce here a new (as far as we know) tool that will allow us to model agents that care about the payoffs that the other players will receive.

We will proceed by applying the new method to a well known and problematic example: the prisoner's dilemma. Then we will draw some conclusions and will try next to generalize the method, while preserving its desirable features.

Classically, a player only regards the information they have about the other player's payoffs as a way of assessing their most likely actions, under the hypothesis that they will behave *rationally*: they will take the actions most likely to maximize their *utility*.

We will keep this notion of rational agents but we will distinguish between payoffs for an outcome in a game and their (subjective) utility. This will in fact let us describe a space of *types* of players, one we hope is wide enough to explain a range of behaviors based on the simple single assumption that players care about each other's payoff (either in a positive or negative fashion).

Conferencia Invitada
Hector Freytes
Instituto Argentino de Matemática IAM-CONICET

Extensiones modales en retículos orthomodulares

En 1936, Birkhoff and von Neumann [1] proponen una lógica no clásica para la mecánica cuántica basada en las propiedades de retículo de todos los subespacios cerrados de un espacio de Hilbert. Dichas propiedades son capturadas en la estructura de retículo orthomodular. Más tarde, el estudio algebraico de extensiones modales de la estructura orthomodular fue motivado en diferentes maneras. Una de estas consiste en extender la estructura con un cuantificador algebraico en el sentido de Halmos [5] en donde el cuantificador satisface ciertas propiedades análogas a los operadores modales sobre álgebras de Boole. Otra manera proviene de considerar inmersiones de sistemas de lógica cuántica en estructuras modales [2].

En esta charla se desarrollará una extension modal basada en una motivación estrictamente física [3, 4]. Desde un punto de vista formal, se considera la clase de los retículos orthomodulares L que satisafecen la siguiente propiedad conocida como *propiedad de cubrimiento central:* para todo $x \in L$, existe

$$e(x) = \text{máx}\{z \in Z(L) : z \leq x\}$$

donde $Z(L)$ es el centro del retículo.

Se demostrará que dicha clase conforma un discriminator variety. Además se establecerá un cálculo estilo Hilbert algebrizable en esta variedad. Finalmente se estudiaran modelos de Kripke del mencionado cálculo construidos a partir de Baer-semigroups.

Referencias

[1] G. Birkhoff, and J. von Neumann, The logic of quantum mechanics, Ann. Math. 27 (1936) 823-843.

[2] H. Dishkant, Imbedding of the quantum logic in the modal systems of Brower, J. Symbolic Logic 42 (1977) 421-328.

[3] G. Domenech, H. Freytes and C. de Ronde, Scopes and limits of modal- ity in quantum mechanics, Ann. der Physik, 15 (2006) 853-860.

[4] G. Domenech, H. Freytes and C. de Ronde, Modal type othomodular logic, Mathematical Logic Quarterly 55 (2009), 287-299.

[5] M. F. Janowitz, Quantifiers and orthomodular lattices Pacific J. Math 13 (1963) 660-676.

Autores: Víctor L. Fernández, Natalia Naccarato
Lugar: Instituto de Ciencias Básicas (Área Matemática); FFHA; Universidad Nacional de San Juan (UNSJ)
Expositor: Víctor L. Fernández

Fibrilación de Lógicas Matriciales con Identificación de Conectivos

Al combinar dos lógicas proposicionales utilizando el método conocido como Fibrilación (ver [1]), en general se genera un nuevo lenguaje que consta de todos los conectivos de cada lógica. De esta forma el nuevo lenguaje de la lógica resultante usualmente se define como la unión disjunta de los lenguajes originales. Sin embargo, algunos autores han intentado adaptar la técnica de tal forma que sea posible considerar a uno o a varios conectivos como pertenecientes a ambos lenguajes. Así, dos conectivos, inicialmente considerados diferentes, son identificados por un único símbolo del nuevo lenguaje. Esta adaptación, conocida como *fibrilación con conectivos compartidos*, usualmente ha sido expresada en lenguaje de Teoría de Categorías para la Combinación de Lógicas (ver [4], por ejemplo).

Esta comunicación pretende da r una nueva adaptación del método de fibrilación, en donde ciertos conectivos de diferentes lógicas son consiserados el mismo, pero evitando el formalismo categorial. Se intenta en cambio utilizar una técnica mas simplificada, conocida como *Fibrilación por Funciones*, aplicada particularmente a lógicas definidas por matrices.

Sintéticamente, la Fibrilación por Funciones procede del siguiente modo (ver [1] y [2]): dadas dos lógicas con lenguajes C_1 y C_2, definidas por matrices lógicas $M_1 = (A_1, D_1)$ y $M_2 = (A_2, D_2)$, se define en la unión disjunta $C_1 \uplus C_2$ una nueva relación de consecuencia, mediante un par de funciones (λ, μ), donde $\lambda : A_1 \longrightarrow A_2$ y $\mu : A_2 \longrightarrow A_1$. Estas funciones "traducen" los valores de verdad de una matriz a la otra, y viceversa.

En este método usualmente no se establecen restricciones en las funciones λ ni μ. En esta comunicación se brindarán diversas condiciones sobre λ y μ para que el mismo proceso pueda ser aplicado a la unión (no disjunta) de lenguajes, $C_1 \cup C_2$ y, por lo tanto, pueda utilizarse en la Identificación de Conectivos. Además, se verán diversos ejemplos que motivan este tipo de análisis, basados sobre todo en lógicas inducidas por t-normas, siguiendo la línea de lo expuesto en [3].

Referencias

[1] W.A. Carnielli; M.E. Coniglio; D. Gabbay; P. Gouveia; C. Sernadas. *Analysis and Synthesis of Logics. How to Cut and Paste Reasoning Systems.* Volume 35 in the Applied Logic Series, Springer, 2008.

[2] M.E. Coniglio; V.L. Fernández. Plain fibring and direct union of logics with matrix semantics. *In: Proceedings of the 2nd Indian International Conference on Ar tificial Intelligence (IICAI 2005).* Ed. Bhanu Prasad, pp. 1590-1608. Pune, India, 2005.

[3] V.L. Fernández; N. Naccarato. Fibring por funciones aplicado a Lógicas Inducidas por t-normas (Abstract). Libro de Resúmenes de la LIX Reunión de la UMA. Universidad Nacional de Mar del Plata, 2009.

[4] A. Sernadas, C. Sernadas; C. Caleiro. Fibring of Logics as a Categorial Construction. *Journal of Logic and Computation*, 9 (2): 149 - 179, 1999.

Autores: Diego Castaño, J. Patricio Díaz Varela, Antoni Torrens
Lugar: UNS - INMABB
Expositor: Diego Castaño

Indescomponibilidad de Álgebras libres en algunas subvariedades de reticulados residuados y sus subreductos implicativos acotados

Un reticulado residuado es un reticulado acotado que tiene además una estructura de monoide conmutativo y una operación binaria $\rightarrow$ que satisface la condición de residuación: $x \odot y \leq z \Leftrightarrow x \leq y \rightarrow z$. Utilizando cálculos de secuentes asociados con ciertas subvariedades de reticulados residuados, obtenemos la indescomponibilidad de las álgebras libres en dichas subvariedades. Esto sucede para la variedad de los reticulados residuados, la variedad de los reticulados residuados involutivos, la variedad de las álgebras de Heyting, etc.

Posteriormente extendemos dichos resultados en dos direcciones. Por un lado, probamos la indescomponibilidad de las álgebras libres en ciertas variedades relacionadas a las anteriores. Así resulta la indescomponibilidad de las álgebras libres para las BL-álgebras y los reticulados residuados de Glivenko.

Finalmente, estudiamos la indescomponibilidad de las álgebras libres en subreductos implicativos acotados. Por ej., probamos la indescomponibilidad de las álgebras libres para BCK-álgebras acotadas, BCK-álgebras involutivas y BCK-álgebras acotadas básicas.

Referencias

[1] N. Galatos, P. Jipsen, T. Kowalski, H. Ono, *Residuated Lattices. An Algebraic Glimpse at Subestructural Logics*, Studies in Logic vol 151, Eselvier. Amsterdam, 2007.

[2] J. Gispert, A. Torrens, Boolean representation of bounded BCK-algebras, *Soft Computing* **12** (10), 2008, 941-954.

[3] V. N. Grišin, Predicate and set-theoretic calculi based on Logic without contractions, *Math. USSR Izvestija* **18** n.1, 1981, 41-59.

[4] Y. Komori, H. Ono, Logic without contraction rule, *Journal of Symbolic Logic*, **50** (1985), 169-2001.

[5] T. Kowalski, H. Ono, The Variety of Residuated Lattices is Generated by its Finite Simple Members, *Reports on Math. Logic* **34**, 2000, 59-77.

[6] T. Kowalski, H. Ono, *Residuated Lattices: An algebraic glimpse at logics without contraction*, Japan Advanced Institut of Science and Thechnology, March 2001.

Autores: Castiglioni, José Luis y San Martín, Hernán Javier.
Lugar: Dto. de Matemática, Fac. de Ciencias Exactas, UNLP - Conicet.
Expositor: San Martín, Hernán Javier

Completud local afín de retículos residuados.

Sea $\mathbf{A}$ un álgebra con universo A. Sean $x, y \in A$ y $\theta_{x,y}$ la congruencia generada por el par (x, y). Si $f : A \to A$ es una función,

$$f \text{ es compatible} \iff \forall x, y \in A : (fx, fy) \in \theta_{x,y}.$$

Utilizando esta observación es posible dar una descripción para las funciones compatibles n-arias en términos de las congruencias principales del álgebra dada. Por esta razón, estudiando las congruencias principales de un álgebra se pueden determinar condiciones necesarias y suficientes para que una función resulte compatible. Para las álgebras de ciertas variedades la condición de que un par de elementos pertenezca a una congruencia principal puede ser expresada a través de ecuaciones o de enunciados de primer orden que involucren ecuaciones. Por ejemplo, si $\langle H, \wedge, \vee, \to, 0, 1\rangle$ es un álgebra de Heyting entonces $(z, w) \in \theta_{x,y}$ sii $x \leftrightarrow y \leq z \leftrightarrow w$, siendo $x \leftrightarrow y = (x \to y) \wedge (y \to x)$ (ver Lema 2.1 de [2]); en el caso de que el álgebra $\langle L, \wedge, \vee, \, . \,, \to, e\rangle$ sea un retículo residuado conmutativo se tiene que $(z, w) \in \theta_{x,y}$ sii existe un número natural n tal que $s(x, y)^n \leq s(z, w)$, siendo $s(x, y) = ((x \to y) \wedge e).((y \to x) \wedge e)$ (ver Teorema 1 de [3]). Notemos que el último resultado generaliza al dado para las álgebras de Heyting. Utilizando las descripciones para operadores compatibles obtenidas fue probada la completud local afín de las álgebras de Heyting y de los retículos residuados conmutativos, respectivamente.

En el presente trabajo daremos una caracterización para los operadores compatibles en la variedad de retículos residuados utilizando congruencias principales ([1], [4]) y aplicacaremos este resultado para probar que todo retículo residuado es localmente afín completo. Finalmente presentaremos varios ejemplos de operadores compatibles que resultan una generalización de las familias de operadores considerados en [3].

Referencias

[1] Blount K. and Tsinakis C., *The Structure of Residuated Lattices.* Internat. J. Algebra Comput. 13 (4), 437-461, 2003.

[2] Caicedo X. and Cignoli R., *An algebraic approach to intuitionistic connectives.* Journal of Symbolic Logic, 66, Nro. 4, 1620-1636, 2001.

[3] Castiglioni J.L, Menni M. and Sagastume M, *Compatible operations on commutative residuated lattices.* JANCL, vol 18, 413-425, 2008.

[4] Jipsen P. and Tsinakis C., *A Survey of Residuated Lattices. Ordered algebraic structures*, 19-16, Dev. Math., 7, Kluwer Acad. Publ., Dordrecht, 2002.

Autores: Pedro Sánchez Terraf
Lugar: CIEM-FaMAF, UNC
Expositor: Pedro Sánchez Terraf

Indemostrabilidad de la Caracterización Lógica de la Bisimulación

Revisaremos los Procesos Etiquetados de Markov (PME), la noción de bisimulación y su caracterización por una lógica modal en el caso de espacios analíticos (J. Desharnais, *Labelled Markov Processes*, 1999). Mostraremos con un ejemplo que este resultado no se puede generalizar a espacios medibles generales y es relativamente consistente con ZFC que falle incluso para espacios que son proyecciones de un espacio coanalítico (más aún, Δ^1_1).

Autores: Sergio Celani, Daniela Montangie
Lugar: Universidad Nacional del Centro de la Provincia de Buenos Aires - Universidad Nacional del Comahue
Expositor: Daniela Montangie

H-álgebras con operador $\Diamond$

En [1] estudiamos la álgebras de Hilbert con supremo, o $H^{\vee}$-álgebras, como álgebras $\langle A, \to, \vee, 1\rangle$ del tipo $(2,2,0)$ donde $\langle A, \to, 1\rangle$ es un álgebra de Hilbert, $\langle A, \vee, 1\rangle$ is a $\vee$-semiretículo con último elemento, y $a \to b = 1$ si y sólo si $a \vee b = b$, para todo $a, b \in A$. No es difícil comprobar que esta clase de álgebras es una variedad. En esta comunicación vamos a definir las $H^{\vee}$-álgebras con un operador de posibilidad, o *$H^{\vee}\Diamond$-álgebras,* como álgebras $\langle A, \vee, \to, \Diamond, 0, 1\rangle$ donde $\langle A, \vee, \to, 1\rangle$ es un $H^{\vee}$-álgebra, $0 \to a = 1$ para todo $a \in A$ y además se verifican las siguientes condiciones:

1. $\Diamond 0 = 0$,
2. $\Diamond(a \vee b) = \Diamond a \vee \Diamond b$.

Vamos a extender la representación topológica obtenida para las $H^{\vee}$-álgebras [1] al caso de las $H^{\vee}\Diamond$-álgebras. Para ello introducimos la noción de $H^{\vee}\Diamond$-espacios como $H^{\vee}$-espacios dotados de una relación binaria. Probamos que la categoría de las $H\Diamond$-álgebras con semi-homomorfismos de Hilbert que preservan $\vee$ y $\Diamond$, es dualmente equivalente a la categoría de los $H^{\vee}\Diamond$-espacios con ciertas relaciones llamadas fuertemente irreducibles.

Referencias

[1] S. A. Celani and D.Montangie, Hilbert Algebras with supremun, enviado a publicar.

Autores: Sergio A. Celani
Lugar: Departamento de Matemáticas. Facultad de Ciencias Exactas. Universidad Nacional del Centro
Expositor: Sergio A. Celani

Propiedad de Hennessy-Milner en modelos monótonos

Los marcos monótonos (o marcos minimales monótonos) son una generalización de los marcos de Kripke que sirven para analizar semánticamente a las lógicas modales monótonas (ver [3]). Un modelo monótono es una estructura $\mathcal{M} = \langle X, R, V \rangle$, donde $R \subseteq X \times \mathcal{P}(X)$ tal que para cada $x \in X$ el conjunto $R(x) = \{Y \subseteq X \mid (x, Y) \in R\}$ es creciente, y V es una valuación definida en X.

Una clase de modelos de Kripke $\mathbf{M}$ tiene la propiedad de Hennessy–Milner si la equivalencia modal entre modelos de $\mathbf{M}$ es una bisimulación. Por ejemplo, la clase de los modelos de Kripke modalmente saturados tiene la propiedad de Hennessy–Milner. En [1] se introdujo una adecuada noción de modelos mon ótonos modalmente saturados, diferente a la dada por Hansen en [2] y [3], que permite dar una versión de este resultado. En este trabajo continuamos con el estudio de propiedades de saturación en modelos monótonos. En particular vamos a probar que la extensión por valuaciones $\boldsymbol{V}_e(\mathcal{M})$ de un modelo $\mathcal{M}$ es una imagen homomórfica de cualquier modelo compacto y modalmente saturado. También vamos a demostrar que la clase de todos los modelos compactos y modalmente saturados es una clase de Hennessy-Milner maximal.

Referencias

[1] S. A. Celani, Saturated neighbourhood models of monotonic modal logics, Revista de la Unión Matemática Argentina, Vol. 49, No 1, (2008), pp. 111–121.

[2] H. H. Hansen and C. Kupke. A Coalgebraic Perspective on Monotone Modal Logic, Electronic Notes in Theoretical Computer Science, 106, pages 121-143, Elsevier, 2004.

[3] H. H. Hansen, Monotonic modal logic (Master's thesis). Preprint 2003-24, ILLC, University of Amsterdam, 2003.

Conferencia Invitada
Santiago Figueira
Departamento de Computacion. FCEyN-UBA

Cómputo de bisimulaciones y descripciones en algunos fragmentos de la lógica modal

En ciencias de la computación, una bisimulación es, a grandes rasgos, una relación binaria entre modelos que asocia aquellos que se comportan de la misma manera. Así, dos modelos son bisimilares cuando no pueden ser distinguidos mutuamente por un observador. La noción de bisimulación es ampliamente empleada en varias áreas como la lógica modal, la teoría de concurrencia, la teoría de conjuntos, la verificación formal, etc. En particular, en el contexto de la verificación formal se usa para atacar el problema del llamado problema de explosión de estados. La idea de las bisimulaciones surge como una herramienta teórica, principalmente para probar equivalencias. El costado algorítmico aparece en su aplicación a autómatas finitos: los algoritmos de minimización (algunos conocidos ya en la década de 1950) están simplemente calculando el cociente del autómata por su autobisimulación máxima. Los mejores algoritmos para calcular bisimulaciones y minimizaciones módulo autobisimilaridad son variaciones del algoritmo de Paige y Tarjan para calcular la partición más gruesa de un grafo. Desde un punto de vista lógico, no existe una única noción de bisimulación. A cada lenguaje le corresponde una noción de bisimulación distinta. Mostraremos cómo calcular bisimulaciones (en ciertos contextos llamadas simulaciones) para la lógica modal básica y para algunos de sus fragmentos sub-booleanos. Adaptaremos estos algoritmos al problema de la descripción: dado un modelo finito y un elemento de ese modelo, obtener (en caso de que exista) una fórmula lógica que sea verdadera únicamente en el elemento dado. Estos resultados tienen aplicaciones directas al problema de la generación de expresiones referenciales, una tarea básica en el área de la generación de lenguaje natural. Analizaremos la complejidad de los algoritmos presentados y daremos ajustadas cotas superiores e inferiores para la longitud de las formulas obtenidas en relación al tamaño del modelo.

Autores: Ariel Arbiser
Lugar: Dpto. de Computación, Facultad de Ciencias Exactas y Naturales, Universidad de Buenos Aires
Expositor: Ariel Arbiser

Sistemas de tipos intersección puros

Introducimos una generalización del sistema de tipos intersección $\lambda\cap$ para el λ-cálculo (Barendregt, Coppo, Dezani, Honsell, Longo, Veneri), con tipos dependientes y siguiendo los lineamientos de los sistemas de tipos puros (PTSs, de Barendregt, Berardi, Geuvers, Nederhof, Terlouw), paramétricamente a partir de axiomas, reglas de formación de tipos y sub tipado.

Dado un conjunto de constantes $\mathcal{C}$ y otro infinito numerable de variables $\mathcal{V}$, los términos están dados por $T \ ::= \ v \mid c \mid TT \mid \lambda v.T \mid T \to T \mid T \cap T$, con $c \in \mathcal{C}$ y $v \in \mathcal{V}$. Un *sistema de tipos intersección puros* (IPTS) para esos términos es una cuaterna $\lambda\mathcal{S} = (\mathcal{S}, \mathcal{A}, \mathcal{R}, \mathcal{R}', \leq)$ con $\mathcal{S} \subseteq \mathcal{C}$ un conjunto de *sorts*, $\mathcal{A}$ un con junto de *axiomas* o pares $c : s$ con $c \in \mathcal{C}$ y $s \in \mathcal{S}$, $\mathcal{R}$ y $\mathcal{R}'$ ambos subconjuntos de $\mathcal{S} \times \mathcal{S} \times \mathcal{S}$, y $\leq$ un cuasi orden parcial sobre los términos (del que usualmente se requerirán ciertas propiedades). Un contexto Γ es un conjunto finito de pares *variable-término* en donde no se repite ninguna variable del lado izquierdo, notando $dom(\Gamma) = \{x \mid \exists A \ (x : A) \in \Gamma\}$. La relación de derivación (o inferencia) $\vdash_{\lambda\mathcal{S}}$ está dada por las siguientes reglas:

$$
\begin{array}{ll}
(c : s) \in \mathcal{A} \Rightarrow \ \Gamma \vdash c : s & \Gamma \vdash A : s, x \notin dom(\Gamma) \Rightarrow \Gamma, x : A \vdash x : A \\
\Gamma \vdash M : A, \Gamma \vdash B : s, x \notin dom(\Gamma) \Rightarrow \Gamma, x : B \vdash M : A & \Gamma \vdash \omega : s \Rightarrow \Gamma \vdash A : \omega \text{ (donde } \ \omega \in \mathcal{C} \text{ fijo)} \\
\Gamma \vdash A : s_1, \Gamma \vdash B : s_2, (s_1, s_2, s_3) \in \mathcal{R} \Rightarrow \Gamma \vdash A \to B : s_3 & \Gamma \vdash F : A \to B, \Gamma \vdash M : A \Rightarrow \Gamma \vdash FM : B \\
\Gamma \vdash A : s_1, \Gamma \vdash B : s_2, (s_1, s_2, s_3) \in \mathcal{R}' \Rightarrow \Gamma \vdash A \cap B : s_3 & \Gamma, x : A \vdash M : B, \Gamma \vdash A \to B : s \Rightarrow \Gamma \vdash \lambda x.M : A \to B \\
\Gamma \vdash M : A \cap B \Rightarrow \Gamma \vdash M : A & \Gamma \vdash M : A \cap B \Rightarrow \Gamma \vdash M : B \\
\Gamma \vdash M : A, \Gamma \vdash M : B, \Gamma \vdash A \cap B : s \Rightarrow \Gamma \vdash M : A \cap B & \Gamma \vdash M : A, \ \Gamma \vdash B : s, A \leq B \Rightarrow \Gamma \vdash M : B
\end{array}
$$

Este marco expresa muchos cálculos diferentes, incluyendo el simplemente tipado (Curry) al tomar $\mathcal{S} = \{*\}$, $\mathcal{A} = \{* : * \}$, $\mathcal{R} = \{(*, *, *)\}$, $\mathcal{R}' = \emptyset$ y $\leq$ la igualdad, así como $\lambda\cap$ al tomar $\mathcal{S} = \{*\}$, $\mathcal{A} = \{* : *, \omega : *\}$, $\mathcal{R} = \mathcal{R}' = \{(*, *, *)\}$ y $\leq$ dada por ciertos axiomas.

En los IPTSs (con ciertas hipótesis para la relación $\leq$) valen las siguientes propiedades, análogas a las de los PTSs.

Sustitución: si $\Gamma \vdash A : B$ entonces $\Gamma[x = C] \vdash A[x = C] : B[x = C]$ (donde $\bullet[x = \bullet]$ denota sustitución). Transitividad: si $x_1 : A_1, \ldots, x_n : A_n \vdash A : B$ y $\Gamma \vdash x_i : A_i$ para $1 \leq i \leq n$ entonces $\Gamma \vdash A : B$. Monotonía o *thinning*: si $\Delta \supseteq \Gamma \vdash A : B$ entonces $\Delta \vdash A : B$. Lema de generación para términos (pseudo inversión de las reglas de tipado). Corrección del tipado: el tipo de todo término será un sort o bien de algún sort, más prec isamente, si $\Gamma \vdash A : B$ entonces $B \in \mathcal{S}$ o $\exists s \in \mathcal{S} \ \Gamma \vdash B : s$.

Se prueba además que todos los IPTSs son consistentes (y como consecuencia hay PTSs que no son IPTSs). Numerosos IPTSs cumplen la preservación de tipos bajo reducción. Algunos son fuertemente normalizantes, aunque queda abierta la búsqueda de una posible caracterización de ellos, el uso de patrones para las abstracciones en los términos, y eventualmente una presentación que combine IPTSs con PTSs.

Referencias

[1] H. P. Barendregt. Lambda Calculi with Types. Handbook of Logic in Computer Science, Vol II, chapter 2. Clarendon Press, Oxford, 1992.

[2] M. H. B. Sörensen, P. Urzyczyn. Lectures on the Curry-Howard Isomorphism. newblock University of Copenhagen and University of Warsaw, 1998.

Autores: Diego Castaño, J. Patricio Díaz Varela, Antoni Torrens
Lugar: UNS - INMABB
Expositor: J. Patricio Díaz Varela

Descomponibilidad de álgebras libres en variedades de reticulados residuados pseudocomplementados

Un reticulado residuado es un reticulado acotado que tiene además una estructura de monoide conmutativo y una operación binaria $\rightarrow$ que satisface la condición de residuación: $x \odot y \leq z \Leftrightarrow x \leq y \rightarrow z$. Definiendo $\neg x := x \rightarrow 0$, decimos que un reticulado residuado es pseudocomplementado si vale la identidad $x \wedge \neg x = 0$, en cuyo caso $\neg x$ es el pseudocomplemento de x.

Dada una variedad de reticulados residuados pseudocomplementados, probamos que las álgebras libres en esa variedad son descomponibles si y sólo si la variedad es de Stone, es decir, satisface la identidad $\neg x \vee \neg\neg x = 1$. Para ello, damos primero una caracterización de los reticulados residuados pseudocomplementados como aquellos reticulados residuados cuya álgebra de elementos regulares es un álgebra de Boole.

También probamos que la variedad de reticulados residuados de Stone es cos-plitting dentro de la variedad de las álgebras de Heyting.

Referencias

[1] Cignoli, R., Free algebras in varieties of Stonean residuated lattices, *Soft Comput.* **12** (2008), 315-320.

[2] Cignoli, R. and Torrens, A., Free Stone algebras, *Discrete Math.***222** (2002), 251-257.

[3] N. Galatos, P. Jipsen, T. Kowalski and H. Ono *Residuated Lattices. An Algebraic Glimpse at Subestructural Logics.* Studies in Logic vol 151, Eselvier. Amsterdam 2007

Autores: Aldo V. Figallo, Gustavo Pelaitay y Claudia Sanza
Lugar: Universidad Nacional del Sur y Universidad Nacional de San Juan
Expositor: Gustavo Pelaitay

Una dualidad discreta para las álgebras de Heyting simétricas temporales

En esta nota, continuamos el estudio de las álgebras de Heyting simétricas temporales (o TSH–álgebras) introducidas en [1], las cuales constituyen una generalización de las álgebras de Boole temporales ([3]). Más precisamente, describimos una dualidad discreta para las TSH–álgebras teniendo en cuenta la obtenida en [2] para álgebras de Heyting. Además, introducimos un cálculo proposicional y probamos que tiene como contrapartida algebraica las TSH–álgebras. Finalmente, la dualidad antes mencionada nos permitió mostrar el teorema de completud para este cálculo.

Referencias

[1] A.V. Figallo, G. Pelaitay y C. Sanza, *Operadores temporales sobre álgebras de Heyting simétricas*, LIX Reunión Anual de la Unión Matemática Argentina. Universidad Nacional de Mar del Plata, 2009.

[2] E. Orłowska and I. Rewitzky, *Discrete Dualities for Heyting Algebras with Operators*, Fund. Inform. 81 (2007), 275–295.

[3] T. Kowalski, *Varieties of tense algebras*, Rep. Math. Logic. 32 (1998), 53–95.

Autores: Juan Manuel Cornejo
Lugar: Depto. de Matemática - UNS
Expositor: Juan Manuel Cornejo

Lógica semi-Intuicionista

En [1], Sankappanavar introdujo una nueva clase ecuacional de álgebras, que denominó álgebras de semi-Heyting, como una abstracción de las álgebras de Heyting.

Un álgebra $\mathbb{L} = \langle L, \vee, \wedge, \to, 0, 1\rangle$ es un álgebra de semi-Heyting si se satisfacen las siguientes condiciones:

$(SH1)$ $\langle L, \vee, \wedge, 0, 1\rangle$ es un reticulado con 0 y 1.

$(SH2)$ $x \wedge (x \to y) \approx x \wedge y$.

$(SH3)$ $x \wedge (y \to z) \approx x \wedge [(x \wedge y) \to (x \wedge z)]$.

$(SH4)$ $x \to x \approx 1$.

Toda álgebra de semi-Heyting $\mathbb{L}$ es un reticulado distributivo pseudocomplementado, las congruencias sobre $\mathbb{L}$ están determinados por los filtros y la variedad de las álgebras de semi-Heyting es aritmética, extendiendo los resultados correspondientes de las álgebras de Heyting. Además, las álgebras de semi-Heyting comparten con las álgebras de Heyting otras propiedades significativas.

Considerando que las álgebras de Heyting representan la semántica para el cálculo proposicional intuicionista, el objetivo de este trabajo es definir una nueva lógica $\mathcal{SI}$ llamada lógica semi-Intuicionista de modo que las álgebras de semi-Heyting resulten ser su respectiva interpretación semántica. Para lograr el objetivo propuesto se introducirá una lista de axiomas y una nueva regla de inferencia, se desarrollará el álgebra de Lindembaum correspondiente, se demostrarán teoremas clásicos como el de completitud y deducción y finalmente se estudiará relaciones con la lógica intuicionista siendo ésta una extensión axiomática de $\mathcal{SI}$.

[1] H.P. Sankappanavar, *Semi-Heyting Algebras: An Abstraction From Heyting Algebras.* Actas del IX Congreso A. Monteiro, Bahía Blanca, 2007.

Conferencia Invitada
Rafael Grimson

Sobre Cuantificadores de Henkin y la Lógica de Información Imperfecta

Los cuantificadores de Henkin fueron introducidos por Leon Henkin en 1959, en su trabajo "Some Remarks on Infinitely Long Formulas". La lógica basada en dichos cuantificadores posee interesantes propiedades desde el punto de vista epistemológico y ha sido usada para estudios formales de los lenguajes naturales.

Su poder expresivo se situa entre la lógica de primer y segundo orden. Daremos la definición de dichos cuantificadores y mostraremos algunos ejemplos clásicos incluyendo la sentencia que afirma que el universo de interpretación es infinito, que un grafo es tres coloreable y el cuantificador de Rescher, $Qx\phi(x)\psi(x)$, que afirma hay al menos tantos x que satisfacen ϕ como ψ.

Pasaremos luego a descutir algunos detalles de la definición, incluyendo el rol que juega el axioma de elección. Terminaremos presentado los resultados conocidos relacionados con el poder expresivo de dicha lógica.

En la segunda parte de la charla, nos concentraremos en la lógica de información imperfecta (IF-logic, information friendly logic). Luego de discutir su relación con los cuantificadores de Henkin, de definir la sintaxis y estudiar la definición tradicional de su semántica, discutiremos algunos problemas que pueden encontrarse en la literatura debido a un fenómenos denominado *signaling.*

Discutiremos el poder expresivo de dicha lógica y presentaremos una semántica alternativa, basada en juegos, que resulta composicional y que coincide con la semántica original en el caso de fórmulas denominadas regulares. Esta nueva semántica permite resolver los problemas que aparecían con la semántica original.

Por último, consideraremos el operador $\downarrow$ introducido por Hodges con el fin de obtener la negación clásica dentro de ésta lógica. Motraremos cómo definir correctamente la semántica del lenguaje así obtenido y estudiaremos su poder expresivo. Terminaremos la charla planteando algunos problemas abiertos relacionado con lo expuesto.

Autores: Aldo V. Figallo y Claudia M. Gomes
Lugar: Instituto de Ciencias Básicas. Facultad de Filosofía, Humanidades y Artes. Universidad Nacional de San Juan
Expositor: Claudia M. Gomes

Sobre las Df2-Álgebras finitas

Las álgebras cilíndricas libres de elementos diagonales de dimensión dos, también llamadas $\mathbf{Df}_2-$álgebras, fueron introducidas por A. Tarski, L. Chin y F. Thompson en [2] (ver también [1]) con el objeto de proveer un modelo algebraico adecuado para el estudio del cálculo de predicados de primer orden con dos variables. Es bien conocido que por medio de los espacios de Halmos se obtiene una representación topológica para las $\mathbf{Df}_2-$álgebras, y a partir de esta dualidad es posible describir importantes conceptos algebraicos de esta variedad de álgebras.

Nosotros en esta nota, estudiamos el conjunto ordenado de los E_1E_2-saturados del espacio dual $(X(B_n), E_1, E_2)$ de una $\mathbf{Df}_2-$álgebra finita $(B_n, \exists_1, \exists_2)$ y su relación con los $\mathbf{Df}_2-$ideales. Los result ados obtenidos nos han permitido establecer propiedades del retículo de las congruencias $Con_{\mathbf{Df_2}}(B_n)$ de $(B_n, \exists_1, \exists_2)$. En particular hemos establecido que $Con_{\mathbf{Df_2}}(B_n)$ es un álgebra de Boole.

Referencias

[1] M. Figallo; *Una contribución sobre la variedad de las álgebras cilíndricas de dimensión dos libres de elementos diagonales* Tesis de Magíster. Universidad Nacional del Sur.

[2] B. Jónsson y A. Tarski, *Boolean algebras with operators, Parts I and II*, American Journal of Mathematics, 73 (1951), 891-939, and 74 (1952), 127-162.

Autores: E. Pick, A. Figallo, S. Saad
Lugar: Instituto de Ciencias Básicas - UNSJ
Expositor: E. Pick

---

ml-BCK-ÁLGEBRAS DE SUBINTERVALOS

Un álgebra $\langle A, \to, \wedge, \vee, *, 0, 1\rangle$ de tipo $(2, 2, 2, 2, 0, 0)$ es una *ml-BCK*-álgebra si verifica las condiciones siguientes:

(i) El reducto $\langle A; \wedge, \vee, 0, 1\rangle$ es un retículo acotado,

(ii) $\langle A; *, 1\rangle$ es un semigrupo conmutativo en el que $1 * x = x$,

(iii) Se satisfacen las condiciones siguientes:

(B1) $x \to (y \to x) = 1$,
(B2) $x \to (y \to z) = y \to (x \to z)$,
(B3) $(y \to z) \to ((x \to y) \to (x \to z)) = 1$,
(B4) $x * (x \to y) = x \wedge y$,
(B5) $((x \wedge y) * z) \to (x \wedge (y * z)) = 1$.

En esta nota consideramos los intervalos $[a, b]$ en álgebras de una subvariedad $\mathcal{V}$ de *ml-BCK*-álgebras, definimos las operaciones $\to_a^b$, $*_a^b$ y $\vee_a^b$, por medio de las fórmulas

$$x \to_a^b y = b * (x \to y),$$

$$x *_a^b y = (x * (b \to y)) \vee a,$$

$$x \vee_a^b y := (b * (b * (x \to y) \to y)) \wedge (b * (b * (y \to x) \to x)),$$

y probamos que $\langle [a,b], \rightarrow_a^b, *_a^b, \vee_a^b, \wedge, a, b\rangle$ pertece a $\mathcal{V}$.

Autores: M. Cristina Canals Frau
Lugar: Instituto de Ciencias Básicas. Universidad Nacional de San Juan
Expositor: M. Cristina Canals Frau

Congruencias en los semi retículos implicativos modales (n+1)-valuados

En [2] se introdujo la clase ecuacional de los semi retículos implicativos modales $(n+1)-$valuados (ver también [1]). Ahora, en esta nota se obtiene resultados de interés sobre el retículo de las congruencias. En particular se prueba que en esta variedad se satisfacen las siguientes afirmaciones:

1. Las congruencias principales son ecuacionalmente definibles.
2. Posee la propiedad de extensión de congruencias y de congruencias principales.
3. Es a congruencias regulares y distributivas.
4. El retículo de las congruencias principales coincide con el de las compactas.

Referencias

[1] M. Canals Frau, A.V. Figallo, $(n+1)$ *valued Hilbert modal algebras*, Notas de la Sociedad Matematica de Chile, vol.X, Nro 1, S antiago de Chile 1991, 143-149.

[2] M. Canals Frau, A.V. Figallo, $(n+1)$*-valued modal implicative Semilattices* , Proceedings of the twenty second international symposium on multiple valued Logic, Sendai, Japon,1992, 190-196.

Autores: Carina Murcian, Fernando Ramos
Lugar: Instituto de Ciencias Básicas, Universidad Nacional de San Juan
Expositor: Fernando Ramos

Estructuras ω-Twist para las Lógicas infinito-valente de Gödel

La presentación algebraica alternativa conocida como *Semántica de Estructuras Twist* (o Estructuras Torcidas), se está estudiando con mayor profundidad en los últimos años (ver [3] y [4]). En particular, ya se ha podido adaptar al caso de las Lógicas n-valentes de Gödel (ver [2]).

La presente comunicación generaliza los resultados mencionados obteniendo nuevas semánticas alternativas, en este caso para la Lógica *infinito valente* de Gödel, la cual es un caso particular de lógica definida por una t-norma (ver [1]).

Esta nueva construcción se basa en una técnica más general que la usual de Estructuras Twist ya conocidas, y ya ha sido utilizada en [4] con el nombre de *Semántica de estructuras ω-Twist.* Sintéticamente, en vez de definir las estructuras Twist sobre productos finitos de álgebras, se utilizan p roductos numerables.

Referencias

[1] P. Hájek. *Metamathematics of Fuzzy Logic.* Kluwer Academic Publishers, 1998.

[2] C. Murciano; F. Ramos. Semántica de Estructuras Twist para las Lógicas n-valentes de Gödel. Comunicación en la sesión de Lógica y Computabilidad *Reunión Anual UMA.* 2009.

[3] S. Odintsov. On Axiomatizing Shramko-Wansings Logic. *Studia Logica*, vol. 91: 407-428. 2009.

[4] F. Ramos; V. Fernández. Twist-structures semantics for the logics of the hierarchy I^nP^k. *Journal of Applied Non-Classical Logics*, vol. 19 - No.2. Págs. 183-209. 2009.

Autores: Marina Lattanzi, Alejandro Petrovich
Lugar: Departamento de Matemática, Facultad de Ciencias Exactas y Naturales de la Unlpam; Departamento de Matemática, Facultad de Ciencias Exactas y Naturales de la UBA
Expositor: Marina Lattanzi

Interdefinibilidad de Cuantificadores Existenciales en las Álgebras de Lukasiewicz Trivalentes

En [2] hemos introducido una noción alternativa de cuantificador existencial en las álgebras de Lukasiewicz Trivalentes. Este cuantificador $\exists$ se caracteriza por la propiedad que si f es una función proposicional definida en un conjunto no vacío X con valores en el álgebra de Lukasiewicz trivalente con tres elementos $\{0, \frac{1}{2}, 1\}$ entonces $\exists f$ toma el valor $\frac{1}{2}$ si y sólo si $f(x) = \frac{1}{2}$ para algún $x \in X$. En [2] hemos dado un sistema de axiomas para estos cuantificadores en el lenguaje de las álgebras de Lukasiewicz Trivalentes con un símbolo de operación unario $\exists$ y por lo tanto determinan una variedad a la que notamos con V_E. En este trabajo mostramos que este cuantificador es interdefinible con el cuantificador existencial definido por Luiz Monteiro en [1]. Como consecuen cia importante de esto, se deduce entre otras cosas que V_E y V_{EM} tienen las mismas álgebras libres, donde V_{EM} es la variedad de las álgebras de Lukasiewicz Trivalentes monádicas desarrolladas por Luiz Monteiro. También desarrollamos una dualidad topológica para las álgebras de la variedad V_E.

Referencias

[1] L. Monteiro, *Álgebras de Lukasiewicz trivalentes monádicas*, Notas de Lógica Matemática, UNS, 113 páginas, 1974.

[2] A. Petrovich, *An alternative definition of quantifier in three valued logics*, comunicación presentada en el XIV Simposio Latinoamericano de Lógica Matemática, Paraty, Rio de Janeiro, 11 al 17 de Mayo de 2008.

Autores: Carlos Gallardo, Alicia Ziliani
Lugar: U.N.S Bahía Blanca
Expositor: Carlos Gallardo

La implicación débil en las m-álgebras de Lukasiewicz generalizadas de orden n

En [4], se definieron las $m-$álgebras de Łukasiewicz generalizadas de orden n (o L_n^m-álgebras) como una generalización de las álgebras de Łukasiewicz de orden n y como un caso particular de las álgebras de Ockham. Algunos resultados sobre estas álgebras también fueron obtenidos en [2,3]. En esta nota, introducimos una operación implicación en las L_n^m-álgebras, a la que denominamos implicación débil, que generaliza a la considerada en [1] para las álgebras de Łukasiewicz de orden n. Los sistemas deductivos asociados a esta implicación nos permitieron establecer un isomorfismo entre el ret ículo de las congruencias de una L_n^m-álgebra y el retículo de todos los sistemas deductivos de ésta. Este resultado nos permitió caracterizar a las congruencias principales de manera más simple que la obtenida en [5].

Referencias

[1] R. Cignoli, *Moisil Algebras*, Notas de Lógica Matemática 27, Univ. Nacional del Sur, Bahía Blanca, Argentina, 1970.

[2] C. Gallardo y A. Ziliani, *Sobre las m-álgebras de Lukasiewicz generalizadas de orden n*, LVIII Reunión Anual de Comunicaciones Científicas de la UMA, U.N. de Mendoza, Argentina, 2008.

[3] C. Gallardo y A. Ziliani, *La variedad discriminadora de las m-álgebras de Lukasiewicz generalizadas de orden n*, LIX Reunión Anual de Comunicaciones Científicas de la UMA, U.N. de Mar del Plata, Argentina, 2009. ¡br¿

[4] J. Vaz De Carvalho and T. Almada, *A generalization of the Łukasiewicz algebras*, Studia Logica 69 (2001), 329-338.

[5] J. Vaz De Carvalho, *On the variety of $m-$generalized Łukasiewicz algebras of oreder n*, Studia Logica 94 (2010), 291-305.

Autores: Abad Manuel, Cimadamore Cecilia Rossana y Díaz Varela José Patricio
Lugar: Departamento de Matemática, UNS; INMABB CONICET-UNS.
Expositor: Cimadamore Cecilia Rossana

Equivalencia natural entre MV-álgebras monádicas y l-grupos monádicos con unidad fuerte

En [2] Mundici definió el funtor Γ de la categoría de los l-grupos abelianos a la categoría de las MV-álgebras, y estableció una equivalencia natural entre MV-álgebras y l-grupos con unidad fuerte de orden. Anteriormente, Chang había asociado un grupo abeliano a una MV-álgebra pero su trabajo se restringía al caso totalmente ordenado ([1]).

En este trabajo definimos el concepto de l-grupo monádico, esto es un l-grupo (abeliano) $\mathbf{G}$ enriquecido con un operador unario $\exists\colon \mathbf{G} \to \mathbf{G}$ que satisface ciertos axiomas. Nuestro resultado principal consiste en una equivalencia entre la categoría de los l-grupos monádicos y la categoría de las MV-álgebras monádicas. Estas álgebras fueron definidas por Rutledge en [3]. La equivalencia obtenida extiende la equivalencia determinada por el funtor Γ para las MV-álgebras.

También estudiamos las congruencias de un l-grupo monádico y las caracterizamos por medio de ciertos l-ideales que hemos llamado l-ideales monádicos. Probamos que el retículo de l-ideales monádicos de un l-grupo monádico $\mathbf{G}$ es isomorfo al retículo de l-ideales de $\exists\mathbf{G}$. Demostramos además que todo l-grupo monádico es producto subdirecto de una familia de l-grupos monádicos $\{\mathbf{G}_i : i \in I\}$ donde $\exists G_i$ es una cadena para todo $i \in I$.

Por último, damos algunas aplicaciones de la equivalencia obtenida. Entre ellas, demostramos que si $\mathbf{G}$ es un l-grupo monádico con unidad fuerte de orden u, y consideramos la MV-álgebra monádica cuyo universo es el segmento $[0, u]$ entonces existe un isomorfismo de orden entre el conjunto de los ideales monádicos del álgebra y el conjunto de los l-ideales monádicos de $\mathbf{G}$, ambos ordenados por inclusión.

Referencias

[1] Chang, C. C., *A new proof of the completeness of the Łukasiewicz axioms*, Trans. Amer. Math. Soc., Transactions of the American Mathematical Society, Vol. 93, pág. 74-80, 1959.

[2] Mundici, Daniele, *Interpretation of AF C^*-algebras in Łukasiewicz sentential calculus*, J. Funct. Anal., Journal of Functional Analysis, Vol. 65, Nro. 1, pág. 15-63, 1986.

[3] Rutledge, J.D., *A preliminary investigation of the infinitely many-valued predicate calculus*, Phd. Thesis, Cornell University, 1959.

[4] Abad, M., Cimadamore, C. R., y Díaz Varela, J. P., *Monadic MV-álgebras are equivalent to monadic l-groups with strong unit*, to appear.

Autores: M. Campercholi y D. Vaggione
Lugar: FaMAF - UNC
Expositor: M. Campercholi

Funciones algebraicas y endoprimalidad

Sea $\mathbf{A}$ un álgebra, y sean $t_i(x_1, ...x_n, z_1, ..., z_m), s_i(x_1, ...x_n, z_1, ..., z_m),\ i = 1, ..., k$, términos tales que el sistema de ecuaciones

$$\begin{gathered} t_1(\overline{x}, \overline{z}) = s_1(\overline{x}, \overline{z}) \\ \vdots \\ t_k(\overline{x}, \overline{z}) = s_k(\overline{x}, \overline{z}) \end{gathered}$$

tiene una única solución $\overline{b} \in A^m$ para cada $\overline{a} \in A^n$. Un sistema con estas propiedades define implicitamente m funciones $f_1, ..., f_m : A^n \to A$, donde $(f_1(\overline{a}), ..., f_m(\overline{a}))$ es el único $\overline{b} \in A^m$ que cumple

$$t_i(\overline{a}, \overline{b}) = s_i(\overline{a}, \overline{b}),\ i = 1, ..., k.$$

Una función $f : A^n \to A$ será *algebraica* en $\mathbf{A}$ si es posible definirla implicitamente por un sistema de ecuaciones en la manera arriba descripta. Las funciones algebraicas en $\mathbf{A}$ son cerradas bajo composición, i.e., forman un clon.

La naturaleza sintáctica de la definición hace que en general el problema de determinar las funciones algebraicas de un álgebra pueda ser muy complicado. Sin embargo hay, dependiendo de propiedades particulares sobre el álgebra, condiciones semánticas sobre una función que garantizan que sea algebraica. En nuestra comunicación expondremos resultados que caracterizan las funciones algebraicas en terminos semánticos.

Un álgebra $\mathbf{A}$ se dice *endoprimal* si toda función que preserva los homomorfismos internos de $\mathbf{A}$ es representable por un término. Mostraremos también en nuestra charla como las técnicas que permiten estudiar los funciones algebraicas, en algunos casos, permiten también caracterizar las álgebras endoprimales de una variedad.

11. Matemática Discreta

Organizan: Valeria Leoni, Liliana Alcón

Conferencia Invitada
Marcelo Mydlarz
UNGS

---

40 años de coloreo equitativo en 40 minutos

A un coloreo de los nodos de un grafo se lo llama *equitativo* si los tamaños de las clases de color difieren a lo sumo en uno. En 1970 Hajnal y Szemerédi demostraron la siguiente conjetura de Erdös: un grafo tal que ninguno de sus nodos tenga grado mayor que r admite un coloreo equitativo con $r+1$ colores.

En esta charla visitaremos algunos de los trabajos que tienen origen en aquel famoso teorema, repasando resultados y problemas abiertos.

Autores: Mariana Escalante y Pablo Fekete
Lugar: FCEIA, Universidad Nacional de Rosario - CONICET
Expositor: Pablo Fekete

Sobre la Conjetura N0-N a partir de la relajación clique

Una forma de abordar el problema de la descripción de las facetas de la cápsula convexa de los puntos enteros de un poliedro $P \subset [0,1]^n$, P_I, es mediante los llamados ¡¿.

Ellos se representan usualmente con un operador definido sobre el espacio de los politopos. Su reiterada aplicación a partir de P genera una secuencia de politopos, cada uno incluído en el anterior, que converge a P_I en a lo sumo n pasos.

En el presente trabajo, nos concentramos en dos de estos operadores, definidos por Lovász y Schrijver en [3], denominados N_0 y N. Para cualquier $k \in \mathbb{N}$, $N_0^k(P) = N_0(N_0^{k-1}(P))$, siendo $N_0^0(P) = P$. El *rango* N_0 de P es $r_0(P) = \min\{k : N_0^k(P) = P_I\}$. Análogamente se definen $N^k(P)$ y el *rango* N de P, $r(P)$.

Dado un grafo $G = (V, E)$, indicamos con $STAB(G)$ a la cápsula convexa de los vectores característicos de los conjuntos estables en G. Consideramos como relajación inical a la llamada relajación por arcos $FRAC(G)$.

Lovász y Shrijver probaron en [3], que $N_0(FRAC(G)) = N(FRAC(G))$, para cualquier grafo G. Este resultado motivó a Lipták y Tunçel a formular, en [2], las siguientes conjeturas:

Conjetura N_0**-**N: $N_0^k(FRAC(G)) = N^k(FRAC(G))$, $\forall k \in \mathbb{N}$ y cualquier grafo G.

Conjetura de los rangos: $r_0(FRAC(G)) = r(FRAC(G))$ para cualquier grafo G.

En [1], Au y Tunçel probaron la falsedad de la Conjetura N_0-N, mientras que la segunda permanece abierta, habiendo sido verificada sólo para familias particulares de grafos.

En nuestro trabajo consideramos la Conjetura N_0-N pero partiendo de la relajación clique de $STAB(G)$. Probamos que también esta conjetura es falsa utilizando resultados sobre la subdivisión impar de un grafo.

Nos proponemos continuar analizando el comportamiento de los operadores sobre grafos obtenidos por subdivisión estrella de un nodo y subdivisión impar de un arco.

Referencias

[1] Y. Au, L. Tunçel, *On the polyhedral lift-and-project methods and the fractional stable set polytope.* Discret Optim. **6** (2009), pp. 206–213.

[2] L. Lipták, L. Tunçel, *The stable set problems adn the lift-and-project ranks of graphs.* Mth. Programming **B** 98(2003), pp. 319–353.

[3] L. Lovász, A. Schrijver, *Cones of matrices and set-functions and* $0-1$ *optimization.* Siam J. Optim. **1** (1991), pp. 166–190.

Autores: Bianchi Silvia; Escalante Mariana, Montelar M. Susana
Lugar: CONICET y FCEIA, (UNR)
Expositor: Escalante Mariana

ÍNDICE DE PROFUNDIDAD DE FACETAS PARA PROBLEMAS DE CUBRIMIENTO EN MATRICES CIRCULANTES

Dada una matriz M de entradas $0,1$, consideramos el poliedro $Q(M) = \{x \geq 0 : Mx \geq 1\}$. La cápsula convexa de las soluciones enteras en $Q(M)$, $Q^*(M)$, es el *poliedro de cubrimiento de conjuntos* de M. En el caso que todos los puntos extremos de $Q(M)$ sean enteros, la matriz M se llama *ideal*. Si bien las matrices ideales no han sido aún completamente caracterizadas, los operadores lift-and-project proveen una forma de clasificar cuán *lejos* de la idealidad se encuentra una matriz $0,1$. Partiendo de un poliedro $Q \subseteq [0,1]^n$, estos operadores obtienen la descripción de la cápsula convexa de las soluciones enteras en Q, Q^*, a través de a lo sumo n iteraciones. Entonces, se define el *rango* de un operador como el menor número de iteraciones necesarias para obtener Q^* a partir de Q.

Balas, Ceria y Cornuéjols presentan en [1] el operador disyuntivo, un operador lift-and-project, que preserva la estructura combinatoria del problema original.

En [2] definimos la profundidad de facetas de acuerdo al operador disyuntivo para poliedros de cubrimiento asociados a matrices $0,1$. En particular, estudiamos $Q^*(M)$ cuando M es una matriz circulante C_n^k: la matriz con n columnas y cuyas filas son los vectores de incidencia de los conjuntos $\{i, i+1, \ldots, i+k-1\}$ para $i \in \{1, \ldots, n\}$, donde $2 \leq k \leq n-2$ y la suma es módulo n. También en [2] identificamos las facetas de mayor profundidad para el poliedro de cubrimiento definido por las matrices C^k_{sk} cuando $s \geq k+1$. Por otra parte, Goemans definió en [3] una medida de profundidad de facetas en el contexto de algoritmos de planos de corte. En [2] obtuvimos que las facetas de má xima profundidad para ambas medidas, son las mismas cuando consideramos las matrices C^k_{sk} y $s \geq k+1$.

En este trabajo completamos los resultados anteriores hallando el rango disyuntivo del poliedro de cubrimiento asociado a las matrices C^k_{sk} para $s \leq k$. También en este caso pudimos comprobar que las facetas de máxima profundidad son las mismas de acuerdo a las dos medidas consideradas.

Referencias

[1] Balas, E., S. Ceria, and G. Cornuéjols, *A lift-and-project cutting plane algorithm for mixed 0-1 programs*, Mathematical Programming **58** (1993), 295–324.

[2] Bianchi S., Escalante M., Montelar M.S., *Lift-and-project rsnks of the set covering polytope of circulant matrices*, preprint (2010).

[3] Goemans M., *Worst-case comparison of Valid Inequalities for the TSP*, Mathematical Programm ing **69** (1995), 335–349.

Autores: Liliana Zaragoza
Lugar: Universidad Nacional de Cuyo
Expositor: Liliana Zaragoza

Convergencia de Conos y Conjuntos convexos en la Estabilidad de Sistemas de inecuaciones lineales semi-infinitos

Un posible enfoque para la estabilidad de sistemas de inecuaciones lineales es a partir del estudio del espacio de parámetros. El conjunto de todos los sistemas en Rn puede ser analizado a partir de la convergencia de los conos característicos y conjuntos convexos asociados con los sistemas. En este contexto es indispensable el análisis de la convergencia de una sucesión de conos y de conjuntos convexos. Dichas convergencias poseen características especiales:

Para una sucesión de conos de Rn los límites interior, superior y el límite, si existe, es un cono. Además si cada cono de la sucesión es no nulo el límite superior es no nulo.

Para una sucesión de conjuntos convexos el límite interior y el límite, si exite, es un conjunto convexo, pero no necesariamente el límite superior.

Conferencia Invitada
Graciela Nasini
UNR

Instancias polinomiales del problema del conjunto estable de peso máximo: una clase que contiene estrictamente a los grafos perfectos

El *Problema del Conjunto Estable de Peso Máximo* (PCE) es uno de los problemas de optimización combinatoria NP-difíciles más estudiados en el área. En 1981, M. Grötschel, L. Lovász y A. Schrijver prueban la polinomialidad del PCE sobre grafos perfectos. De esta manera, los grafos perfectos resultan una de las clases más amplias sobre las cuales el problema es polinomial.

La prueba de Grötschel et al. se basa en la formulación del PCE en grafos perfectos como problema de programación *semidefinida positiva* (SDP), un área de la matemática que parecía tener muy poca intersección con la optimización combinatoria. Sorprendentemente, pasados 30 años, no han surgido algoritmos polinomiales alternativos de naturaleza más combinatoria y que prescindan de la programación SDP. Este hecho revaloriza el rol de las relajaciones SDP de problemas combinatorios.

En particular en este trabajo, se consideran las relajaciones SDP obtenidas a partir del operador N_+ definido por L. Lovász y A. Schrijver. El comportamiento de este operador sobre la relajación por arcos del politopo de conjuntos estables permite probar la polinomialidad del PCE sobre otras clases infinitas de grafos no perfectos: grafos near-bipartitos, t-perfectos y a-perfectos.

En esta charla se presenta una clase de grafos $\mathcal{G}$ sobre la cual el PCE es polinomial y que contiene estrictamente a todas las clases mencionadas (perfectos, near-bipartitos, t-perfectos y a-perfectos). Los grafos en $\mathcal{G}$ son aquellos para los cuales todas las desigualdades que definen facetas de su politopo de conjuntos estables tienen un grafo soporte near-bipartito.

Esta nueva familia abre numerosas preguntas entre las que se encuentran la caracterización a través de menores prohibidos, la complejidad computacional de su problema de reconocimiento, la determinación de familias infinitas de grafos contenidas en $\mathcal{G}$, entre otras. Los estudios preliminares indican que las respuestas a estas nuevas preguntas requerirán fuertemente resultados provenientes tanto desde la teoría de grafos como desde la combinatoria poliedral.

Autores: Gabriela Argiroffo, Graciela Nasini, Pablo Torres
Lugar: Universidad Nacional de Rosario-CONICET
Expositor: Pablo Torres

Coloreo de empaquetamiento en ciertas familias de árboles

Numerosos problemas, como asignaciones de vuelos, asignaciones de frecuencias y problemas de almacenamiento, pueden ser modelados como problemas de coloreo en grafos. En general, la naturaleza de cada aplicación impone restricciones adicionales, dando lugar a diferentes clases de coloreos (ver, por ejemplo, [3] y [6]).

En particular, un *k-coloreo de empaquetamiento* de un grafo G es una asignación de los colores $\{1, 2, \ldots, k\}$ a sus vértices de manera tal que dos vértices pueden compartir el color i si la distancia entre ellos es al menos $i+1$. El *número p-cromático* de G, que notamos $\chi_p(G)$, es el mínimo k tal que G admite un k-coloreo de empaquetamiento.

Si bien existen algoritmos polinomiales para calcular $\chi_p(G)$ en grafos split [5] y grafos P_4-tidy [1], el problema es NP-difícil, aún en familias particulares de grafos como los árboles [4]. Sin embargo, se conocen subfamilias de árboles donde el problema es polinomial. En particular, Sloper [7] probó que es menor que 7 para árboles de máximo grado a lo sumo 3, pero es no acotado para árboles de máximo grado a lo sumo 4.

En este trabajo hallaremos nuevas familias de árboles donde el cálculo de $\chi_p(G)$ es polinomial.

Referencias

[1] G. Argiroffo, G. Nasini, P. Torres: *The packing coloring problem on P_4-tidy graphs.* Anales de ALIO-INFORMS Joint International Meeting.

[2] B. Courcelle, *The monadic second-order logic of graphs iii: tree decompositions, minors and complexity issues*, ITA 26 (1992) pp. 257–286.

[3] J. Dunbar, D. Erwin, T.W. Haynes, S. M. Hedetniemi, S. T. Hedetniemi, *Broadcast in graphs*, Discrete Applied Mathematics 154 (2006) pp. 59–75.

[4] J. Fiala, P. Golovach, *Complexity of the packing coloring problem of trees*, Discrete Applied Mathematics 158 (7) (2010) pp. 771–778.

[5] W. Goddard, S. M. Hedetniemi, S. T. Hedetniemi, J. Harris, D. Rall, *Broadcast Chromatic Numbers of Graphs*, Ars Combinatoria 86 (2008) pp. 33–49.

[6] J. R. Griggs, R. K. Yeh, *The L(2,1)-labelling problem on graphs*, SIAM Journal on Discrete Mathematics 9 (1996) pp. 295–377.

[7] C. Sloper, *An eccentric coloring of trees*, Austalas. J. Combin. 29 (2004) pp. 309–321.

Autores: Adrián Pastine, Daniel A. Jaume
Lugar: Universidad Nacional de San Luis
Expositor: Daniel A. Jaume

A condition of Hamiltonicity over Cayley digraphs on generalized dihedral groups

The *Cayley digraph* on a group G with generating set S, denoted $\overrightarrow{Cay}(G;S)$, is the digraph with vertex set G, and arc set containing an arc from g to gs whenever $g \in G$ and $s \in S$ (if we ask $S = S^{-1}$ and $e \notin S$, we have just a Cayley graph). Cayley (di)graphs of groups have been extensively studied and some interesting results have been obtained (see [3]). In particular, several authors have studied the following folk conjecture: every Cayley graph is Hamiltonian (see [4]). Another interesting problem is to characterize which Cayley digraphs have Hamiltonian paths. These problems tie together two seemingly unrelated concepts: traversability and symmetry on (di)graphs.

Both problems had been attacked for more than fifty years (started with [5]), yet not much progress has been made and they remain open. Most of the results proved thus far depend on various restrictions made either on the class of groups dealt with or on the generating sets (for example one can easily see that Cayley graphs on Abelian groups have Hamilton cycles). The class of groups with cyclic commutator subgroups has attracted attention of many researchers (see [2]). And for many technical reasons the key to proving that every connected Cayley Graphs on a finite group with cyclic commutator subgroup has a Hamilton cycle very likely lies with dihedral groups.

Given a finite abelian group H, the generalized dihedral group over H is

$$D_H = \left\langle H, \tau : \tau^2 = e \qquad \tau h \tau = h^{-1} \quad \forall h \in H \right\rangle$$

Recently (2010) in [1], working on generalized dihedral groups, was proved that every Cayley graph on the dihedral group D_{2n} with n even has a Hamilton cycle. We prove in this work, via a recursive algorithm, that if $S \cap H \neq \emptyset$, then $\overrightarrow{Cay}(D_H, S)$ is Hamiltonian.

Referencias

[1] B. Alspach, C. C. Chen & M. Dean. *Hamilton paths in Cayley graphs on generalized dihedral groups.* ARS Mathematica Contemporanea 3(2010) 29-47.

[2] B. Alspach, & Zhang C-Q. *Hamilton cycles in cubic Cayley graphs on dihedral groups.* ARS Combinatorica 28(1989), pp.101-108.

[3] N. Biggs, *Algebraic Graph Theory.* Cambridge University Press, Cambriedge, 1993.

[4] S. J. Curran & J. A. Gall ian. *Hamiltonian cycles and paths in Cayley graphs and digraphs-A survey. Discrete Mathematics 156 (1996) 1-18.*

[5] E. Rapaport-Strasser. *Cayley color groups and Hamilton lines.* Scripta Math. 24 (1959) 51-58.

Autores: Patricia Dobson, Valeria Leoni y Graciela Nasini
Lugar: Universidad Nacional de Rosario - CONICET
Expositor: Valeria Leoni

Reducciones polinomiales entre los problemas de empaquetamientos limitados y de conjuntos dominantes en grafos

Dado un grafo $G = (V, E)$ y un entero no negativo k, un subconjunto P de V es un *k-empaquetamiento limitado de G* si en la vecindad cerrada de todo vértice hay **a lo sumo** k elementos de P [2]. Similarmente, si en la vecindad cerrada de todo vértice hay **al menos** k elementos de P, decimos que P es una *k-upla dominante de G* [3].

Estos conceptos proveen de modelos a muchos problemas de ubicación de servicios como pueden ser, respectivamente, la ubicación de contenedores de basura en las esquinas de una ciudad, o de sensores de seguridad de una red de vigilancia. Para G y k dados, nos interesa hallar un k-empaquetamiento limitado de cardinal máximo y una k-upla dominante de cardinal mínimo.

Ambos problemas son NP-difíciles sobre grafos generales. En particular, cuando $k = 1$, el problema de dominancia es el conocido Probl ema del Conjunto Dominante, y su complejidad computacional ha sido extensamente estudiada en numerosas clases de grafos. Para k general, los resultados para ambos problemas son más escasos. Sin embargo, resulta notoria la similitud de los mismos desde el punto de vista de la complejidad computacional.

En este sentido, se sabe que los dos problemas son polinomiales en grafos fuertemente cordales ([1] y [4]) y en grafos P_4-tidy [2], mientras que ambos son NP-difíciles en grafos split ([1] y [4]). Hasta el momento no se conoce una clase de grafos donde uno de los problemas resulte polinomial y el otro NP-difícil, ni tampoco una prueba de equivalencia de los mismos. Por otra parte, en [4] se probó que sobre grafos bipartitos, el problema de dominancia es NP-difícil mientras que la complejidad del problema del empaquetamiento limitado era desconocida.

En este trabajo presentamos una reducción polinomial del problema del empaqueta miento al problema de dominancia y también una reducción polinomial del problema de dominancia al problema del empaquetamiento. De esta manera, ambos problemas resultan equivalentes sobre clases de grafos que son cerradas bajo ambas tranformaciones. En particular, estas transformaciones nos permiten demostrar que el problema del empaquetamiento limitado en grafos bipartitos es también NP-completo.

Referencias:

[1] M. P. Dobson, V. Leoni and G. Nasini, *The k-limited packing and k-tuple domination problems in strongly chordal, P_4-tidy and split graphs*. Short Communication in ENDM (2010). To appear. http://combinatoria.fceia.unr.edu.ar/pdf/limitedpackingISCO.pdf

[2] R. Gallant, G. Gunther, B. Hartnell and D. Rall, *Limited Packings in graphs*, Electronic Notes in Discrete Mathematics **30** (2008), 15–20, and to appear in DAM.

[3] F. Harary and T. W. Haynes, *Double domination in graphs*, Ars Combinatoria **55** (2000), 201–213.

[4] C. Liao and G. J. Chang, *k-tuple domination in graphs*, Inform. Process. Letters, **87** (2003), 45-50.

Conferencia Invitada
Min Chih Lin
UBA

Reconocimiento de Grafos Arco-Circulares Unitarios

Un grafo arco-circular (CA) G es el grafo interección de arcos sobre un círculo. El círculo y los arcos conforman un modelo arco-circular de G. Un grafo arco-circular unitario (UCA) es un grafo CA que admite un modelo llamado UCA donde los arcos tienen el mismo tamaño. Un grafo arco-circular propio (PCA) es un grafo CA que admite un modelo llamado PCA donde ningún arco puede contener al otro. Tucker en 1974, había probado que los grafos UCA son exactamente los grafos PCA que no contienen como subgrafos inducidos cierta familia de grafos llamados $CI(n, k)$. El reconocimiento de los grafos UCA fue desarrollado mucho más reciente: a) Durán, Gravano, McConnell, Spinrad y Tucker (2006) propusieron el primer algoritmo de reconocimiento de tiempo polinomial ($O(n^2)$) que no provee ningún tipo de certificados; b) Lin y Szwarcfiter (2008) dieron el primer algoritmo lineal que además brinda un modelo UCA como certificado positivo. Este algoritmo utiliza un tipo de estructura llamada segment digraphs; c) Kaplan y Nussbaum (2009) presentaron otro algoritmo lineal que provee un certificado negativo cuando el grafo en cuestión es PCA pero no UCA. Este certificado no es precisamente un subgrafo inducido $CI(n, k)$ como uno esperaría sino otras estructuras relacionadas llamadas (m, l)-independent set maximal y (p, q)-circuit minimal que verifican $\frac{m}{l} = \frac{p}{q}$. En este trabajo, realizamos un estudio más profundo sobre los segment digraphs y los resultados obtenidos permitieron extender el algoritmo propuesto en (b) de manera tal que es capaz de encontrar un subgrafo inducido $CI(n, k)$ cuando el grafo pertenece a PCA$\setminus$UCA. El nuevo algoritmo sigue siendo de tiempo lineal y no requiere utilización de estructuras adicionales.

Autores: Flavia Bonomo, Guillermo Durán, Luciano Grippo, Martín Safe
Lugar: CONICET, FCEN, Universidad de Buenos Aires, Universidad de Chile e ICI
Expositor: Luciano Grippo

Caracterización de grafos probe de bloques por subgrafos prohibidos

Dada una familia de grafos $\mathcal{G}$, se dice que un grafo G es probe $\mathcal{G}$ si sus vértices pueden ser particionados en dos conjuntos: P (vértices probe) y un conjunto independiente N (vértices no probe), de forma tal que al conjunto independiente N se le puede agregar aristas de modo que el grafo resultante pertenezca a la clase $\mathcal{G}$. Los grafos probe $\mathcal{G}$ han sido estudiados para diferentes clases de grafos $\mathcal{G}$. En este trabajo estudiamos los grafos probe de bloques, clase que posee un reconocimiento en tiempo polinomial [2] y es una subclase de los grafos probe cordales estudiados en [1]. Para dicha clase presentamos una caracterización por subgrafos prohibidos.

Referencias

[1] M.C. Golumbic and M. Lipshteyn. Chordal probe graphs. *Discrete Applied Mathematics*, 143, 2004, 221–237.

[2] M-S. Shang, L-J. Hung, T. Kloks and S-L. Peng. Block-graph witdth *Lecture Notes in Computer Science*, 5532, 2009, 150–157.

Autores: Liliana Alcón, Luerbio Faria, Celina M. H. de Figueiredo, Marisa Gutierrez
Lugar: Universidad Nacional de La Plata- Universidad Federal de Río de Janeiro
Expositor: Liliana Alcón

Reconocimiento de grafos clique en la clase de grafos split

Un *clique* de un grafo es un subconjunto maximal de vértices mutuamente adyacentes. Varios problemas relacionados con los cliques de un grafo han sido estudiados en las últimas décadas [2].

Un grafo G se dice un *Grafo Clique* si es el grafo intersección de los cliques de algún grafo H. En [1], se probó que el problema de reconocimiento de los grafos clique es NP-completo. Poco se sabe sobre clases no triviales de grafos en las cuales este problema sea polinomial. Los ejemplos conocidos son subclases de la clase de grafos clique Helly la cual está contenida en la clase de los grafos clique. Un grafo es clique Helly si la familia de sus cliques tiene la propiedad de Helly.

Un grafo es *split* si su conjunto de vértices puede particionarse en un conjunto estable (vértices mutuamente no adyacentes) y un completo (vértices mutuamente adyacentes). La clase de los grafos split no está contenida en la clase de los grafos clique ni contiene a la clase de los grafos clique Helly.

En este trabajo comenzamos el estudio del problema de reconocimiento de los grafos clique restringido a la clase de los grafos split.

Referencias

[1] L. Alcón, L. Faria, C. M. H. de Figueiredo and M. Gutierrez, The complexity of clique graph recognition, *Theoretical Computer Science*, 410, (2009), pp 2072–2083.

[2] J. L. Szwarcfiter, A survey on Clique graphs, *Recent Advances in Algorithmic Combinatorics*, C. Linhares-Sales and B. Reed, eds.,Springer-Verlag, 2002.

Autores: Flavia Bonomo, Mitre C. Dourado, Guillermo Durán, Luerbio Faria, Luciano N. Grippo y Martín D. Safe
Lugar: CONICET, FCEN, Universidad de Buenos Aires, NCE, Universidade Federal do Rio de Janeiro, FCFM, Universidad de Chile e ICI, Universidad Nacional de General Sarmiento
Expositor: Martín D. Safe

Caracterización de los grafos arista-perfectos por subgrafos prohibidos

Un subgrafo por aristas es un subgrafo inducido que se obtiene quitando un conjunto de aristas junto con sus extremos. Un grafo es arista-perfecto [1] si en cada uno de sus subgrafos por aristas el número matching coincide con el número transversal. Recientemente, se ha probado que el reconocimiento de los grafos arista-perfectos es un problema NP-difícil [2]. En este trabajo caracterizamos los grafos arista-perfectos por subgrafos por aristas prohibidos.

Referencias

[1] M. Escalante, V. Leoni, and G. Nasini. A graph theoretical model for total balancedness of combinatorial games. Enviado, 2009.

[2] V. Leoni, M. Dobson, and G. Nasini. The computational complexity of the Edge-Perfect Graph and the Totally Balanced Packing Game recognition problems. *Electronic Notes in Discrete Mathematics*, 36, 2010. En prensa.

Conferencia Invitada
Irene Loiseau
UBA

Problemas de optimización combinatoria en el diseño de redes de comunicación

Desde que se introdujo la tecnología de fibra óptica a comienzos de los 90 se formularon nuevos problemas de optimización para modelar el diseño y ruteo en redes de comunicaciones. Algunos de ellos son problemas de optimización combinatoria muy difíciles de resolver y es interesante seguir estudiándolos a pesar de los cambios en las tecnologías. Una red de comunicaciones se llama "superviviente"(survivable) si se pueden reestablecer las comunicaciones entre los puntos que conecta a través de caminos alternativos cuando alguna de sus componentes falla. Diseñar una red que sobreviva a cualquier número o tipo de fallas simultáneas es muy caro, pero como se considera que es poco probable que ocurran fallas que afecten a más de un link o nodo al mismo tiempo se considera que una topología 2-conexa provee suficiente seguridad. Dado que la solución óptima a este problema podría ser un circuito hamiltoniano, y esto puede implicar que el número de links que debe atravesar el tráfico de comunicaciones entre dos puntos sea muy grande se agrega la restricción de que todos los links estén incluídos en ciclos de longitud acotada. La tecnología llamada Self Healing Rings permite implementar, entre otras, una red con esta topología.

En términos de grafos parte del problema de diseñar este tipo de redes de anillos a costo mínimo se traduce en el problema de determinar el cubrimiento de costo mínimo de los ejes de un grafo por ciclos de longitud acotada (BCCP; Bounded Cycle Cover Problem). En esta charla presentaremos una revisión de algunos algoritmos exactos y heurísticos para el problema de diseñar este tipo de topología de anillos y para el BCCP.

Se presentará también un modelo de programación lineal entera para el problema de diseñar una red usando la estrategia de p-ciclos para la restaurar la red. Esta tecnología incorpora características de los anillos y de las tradicionales redes de malla.

Autores: Damián Fernández
Lugar: FaMAF - UNC
Expositor: Damián Fernández

Convergencia del método del Lagrangeano aumentado a soluciones degeneradas

La complejidad de los modelos matemáticos actuales han puesto en evidencia la carencia de métodos para resolver problemas degenerados [1, 3]. La mayoría de los métodos computacionales presentes en la literatura garantizan convergencia solo para problemas no degenerados, i.e., aquellos donde la (localmente única) solución del problema posee *un único* multiplicador de Lagrange asociado.

En [2], se ha demostrado que el método de programación cuadrática secuencial estabilizado (sSQP), es eficiente para resolver problemas degenerados. La estabilización, puede verse como una regularización tipo proximal del problema dual. Así, su comparación con el método del Lagrangeano aumentado resulta inevitable (cf. [4]).

En este trabajo mostraremos que el método del Lagrangeano aumentado también es efectivo para la resolución de problemas degenerados. Además, de este análisis obtenemos que el método sSQP es un método de Lagrangeano aumentado *inexacto.*

Referencias

[1] M. Anitescu. A superlinearly convergent sequential quadratically constrained quadratic programming algorithm for degenerate nonlinear programming. *SIAM J. Optim.*, 12(4):949–978, 2002.

[2] D. Fernández and M. V. Solodov. Stabilized sequential quadratic programming for optimization and a stabilized Newton-type method for variational problems. *Math. Program.* DOI 10.1007/s10107-008-0255-4.

[3] A. Fischer. Local behavior of an iterative framework for generalized equations with nonisolated solutions. *Math. Program.*, 94(1, Ser. A):91–124, 2002.

[4] R. T. Rockafellar. Lagrange multipliers and optimality. *SIAM Rev.*, 35(2):183–238, 1993.

Autores: María C. Maciel, Sandra A. Santos, Graciela N. Sottosanto
Lugar: Universidad Nacional del Sur, Universidad Estadual de Campinas (Brasil), Universidad Nacional del Comahue
Expositor: Graciela N. Sottosanto

Condiciones de optimalidad basadas en arcos para problemas de optimización multiobjetivo

En programación no lineal, las calificaciones sobre las restricciones del problema, juegan un rol preponderante cuando se derivan condiciones necesarias de primer y segundo orden del tipo Karush-Kuhn-Tucker. Si bien optimización multiobjetivo puede ser vista como una extensión de optimización escalar, la pregunta obvia es de qué manera los resultados obtenidos para el caso escalar pueden extenderse al caso multiobjetivo.
Este trabajo se focaliza sobre las condiciones de optimalidad para el problema de optimización multiobjetivo con restricciones de igualdad y desigualdad. La diferencia entre calificaciones de las restricciones y regularidad se establece claramente. La propiedad de conjuntos de gradientes positivo lineal dependientes se utiliza para presentar una clasificación de puntos que satisfacen las ecuaciones de Fritz-John. Para asegurar la existencia de multiplicadores asociados a soluciones del problema se presentan condiciones de primer y segundo orden basadas en la existencia de arcos factibles.
Similitudes y diferencias entre los casos escalar y multiobjetivo, con respecto a las condiciones necesarias de optimalidad de segundo orden, se ponen de manifiesto.

Conferencia Invitada
Nélida Echebest
UNLP

Regularización implícita de Cuadrados Mínimos en Reconstrucción de Imágenes

En muchas aplicaciones, en particular en problemas de reconstrucción de imágenes, los sistemas discretizados son inconsistentes y muy frecuentemente de rango deficiente.

En varios problemas de reconstrucción tomográfica de imagen la limitación del rango de los rayos determina que el modelo discretizado resulte indeterminado, mal condicionado y de rango deficiente. El espacio nulo es no trivial y la solución de mínima norma puede estar lejos de la verdadera imagen.

El objetivo de este trabajo es mejorar la eficiencia del algoritmo IOP, que usa proyecciones oblicuas imcompletas para resolver el problema de cuadrados mínimos, introduciendo la regularización del problema mediante un procedimiento implícito en el mismo. Este procedimiento realiza conjuntamente la optimización de la norma del residuo y de la función de regularización. Se analizarán las propiedades teóricas del nuevo algoritmo y se presentarán experiencias numéricas que comparan su comportamiento en relación al de otras versiones previas y al algoritmo RAMLA. Los problemas testeados provienen de problemas de reconstrucción simulados en geotomografia electromagnética y otros de tomografia computada del sistema SNARK. Estos resultados muestran que el nuevo algoritmo mejora la calidad de las imágenes reconstruidas.

12. Teoría de Lie

Organizan: Alejandro Tiraboschi y Tim Bratten

Conferencia Invitada
Nicolás Andruskiewitsch
Universidad de Córdoba

Súper Álgebras de Hopf punteadas

Una súper álgebra de Hopf es un álgebra de Hopf en la categoría simétrica de súper espacios vectoriales, esto es munidos de una graduación sobre $\mathbb{Z}/2$. Se explicará la relación entre las súper álgebras de Hopf y las álgebras de Hopf, que permite reducir el problema de la clasificación de las primeras al de las segundas. En el contexto de las álgebras de Hopf punteadas, el problema de la clasificación contiene como una de las cuestiones más arduas a la determinación de las álgebras de Nichols de dimensión finita [AS]. Un importante resultado es la clasificación de las trenzas de tipo diagonal cuyas álgebras de Nichols de dimensión finita [H]. Sucintamente, se puede partir el conjunto de soluciones en 3 clases:

- Las trenzas de tipo estándar [A], cuyo invariante principal es una matriz de Cartan (de tipo finito).
- Las trenzas de tipo súper, relacionadas heurísticamente con cuantizaciones de súper álgebras de Lie [Y1, Y2].
- Un conjunto finito de trenzas de tipo diagonal cuya interpretación aún no fue dilucidada.

Se espera que el estudio sistemático iniciado en [AAY] de las súper álgebras de Hopf punteadas permita explicar la segunda clase y obtener una presentación eficiente de las correspondientes álgebras de Nichols.

Referencias

[AAY] N . Andruskiewitsch, I. Angiono e H. Yamane, en preparación.

[A] I. Angiono, *On Nichols algebras with standard braiding.* Algebra and Number Theory Vol. **3**, No. 1, 35-106 (2009).

[AS] N. Andruskiewitsch and H.-J. Schneider, *Pointed Hopf algebras.* En *Recent developments in Hopf algebra Theory*, MSRI Publications 43 (2002), 1-68, Cambridge Univ. Press.

[H] I. Heckenberger, *Classification of arithmetic root systems.* Adv. Math. **220**, 59–124 (2009).

[Y1] H. Yamane, *Quantized enveloping algebras associated with simple Lie superalgebras and their universal R-matrices.* Publ. Res. Inst. Math. Sci. **30**, No.1, 15-87 (1994).

[Y2] ______, *On defining relations of affine Lie superalgebras and affine quantized universal enveloping superalgebras.* Publ. Res. Inst. Math. Sci. **35**, No. 3, 321-390 (1999).

Conferencia Invitada
P. Tirao
FAMAF(UNC)- CIEM

La cohomología de la sombra nilpotente de un Álgebra de Lie soluble

Sea $\mathfrak{s}$ un álgebra de Lie soluble de dimensión finita sobre un cuerpo k algebraicamente cerrado de característica cero y sea $\Lambda(\mathfrak{s}) = \{\lambda \in \mathfrak{s}^* : \lambda|_{\mathfrak{s}'} = 0\}$ el conjunto de caracteres de $\mathfrak{s}$. Para cada $\lambda \in \Lambda(\mathfrak{s})$, sea $H^*(\mathfrak{s}, \lambda)$ la cohomología de $\mathfrak{s}$ con coeficientes en el módulo k_λ. Además del interés intínseco, el cálculo de la cohomología de álgebras de Lie solubes tiene importantes conexiones con la geometría (ver por ejemplo [4], [5]).

Dado un $\mathfrak{s}$-módulo M de dimensión finita, sea $\chi(M) \subset \Lambda(\mathfrak{s})$ el conjunto de pesos de M. Si $\Lambda(\mathfrak{s})_0 = \{\lambda \in \Lambda(\mathfrak{s}) : H^*(\mathfrak{s}, \lambda) \neq 0\}$ no es difícil probar que $\Lambda(\mathfrak{s})_0 \subset \chi(\Lambda^*\mathfrak{s})$ y en particular $\Lambda(\mathfrak{s})_0$ es un conjunto finito. En el trabajo [2] definimos la "Cohomología Total"de $\mathfrak{s}$ como

$$TH^p(\mathfrak{s}) = \bigoplus_{\lambda \in \Lambda(\mathfrak{s})_0} H^p(\mathfrak{s}, \lambda)$$

y estudiamos propiedades básicas de estos espacios. Es claro que si $\mathfrak{s}$ fuera nilpotente, entonces $TH^p(\mathfrak{s}) = H^p(\mathfrak{s})$ pues $\Lambda(\mathfrak{n})_0 = 0$. En general, probamos que $TH^*(\mathfrak{s})$ comparte muchas de las propiedades que tienen los grupos de cohomología de las álge bras de Lie nilpotentes y en particular, satisfacen la propiedad de la dualidad de Poincaré $TH^p(\mathfrak{s}) = TH^{n-p}(\mathfrak{s})$, con $n = \dim(\mathfrak{s})$.

Más aún demostramos que para cada álgebra de Lie soluble $\mathfrak{s}$ existe un álgebra de Lie nilpotente $\mathfrak{n}_\mathfrak{s}$ tal que $TH^p(\mathfrak{s}) = H^p(\mathfrak{n}_\mathfrak{s})$ para todo p. La prueba de este resultado es de caracter existencial, y por lo tanto es natural preguntarse cómo obtener la estructura de (alguna) $\mathfrak{n}_\mathfrak{s}$ a partir de la de $\mathfrak{s}$.

Sea $\mathfrak{h} \subset \mathfrak{s}$ una subálgebra de Cartan de $\mathfrak{s}$ y sea $\mathfrak{h}_0 \subset \mathrm{End}(\mathfrak{s})$ el espacio vectorial generado por la parte semisimple de $\mathrm{ad}(X)$ con $X \in \mathfrak{c}$. Por un teorema de Zassenhauss (ver [3]) se ve que $\mathfrak{h}_0$ es una subálgebra de Lie abeliana de $\mathrm{Der}(\mathfrak{s})$. Resulta que el nilradical $\mathfrak{n}(\mathfrak{s})$ de $\mathfrak{h}_0 \ltimes \mathfrak{s}$ es un álgebra de Lie nilpotente de la misma dimensión de $\mathfrak{s}$ y estamos trabajando en la prueba de que $TH^p(\mathfrak{s}) = H^p(\mathfrak{n}(\mathfrak{s}))$ para todo p. En la literatura aparecen construcciones análogas a la de $\mathfrak{n}(\mathfrak{s})$ en el contexto de grupos solubles y es natural llamarle a $\mathfrak{n}(\mathfrak{s})$ la *sombra nilpotente* (nilshadow) de $\mathfrak{s}$ (ver [1]).

Referencias

[1] Auslander, J. and Tolimieri, R. *Splitting Theorems and the Structure of Solvmanifolds*, Ann. of Math., Vol. **92**, pp. 164–173.

[2] Cagliero, L. and Tirao, P., *On the cohomologgy of th e nilshadow of a solvable Lie algebra*, En preparación.

[3] Jacobson, N., *Lie algebras*, Courier Dover Publications, 1961.

[4] Millionshchikov, D. V., *Cohomology of solvable Lie algebras, and solvmanifolds*, translation in Math. Notes **77** (2005), no. 1-2, 61–71.

[5] Mostow, G. D. *Cohomology of topological groups and solvmanifolds*, Ann. of Math. (2) **73** 1961 20–48.

Autores: María Alejandra Álvarez, Paulo Tirao
Lugar: CIEM - FaMAF - UNC
Expositor: María Alejandra Álvarez

Homología Adjunta de una familia de nilradicales 2-pasos nilpotentes

Dada una subálgebra parábolica $\mathfrak{p} \subset \mathfrak{g}$ con $\mathfrak{g}$ álgebra de Lie semisimple compleja de dimensión finita, se tiene $\mathfrak{p} = \mathfrak{g}_1 \ltimes \mathfrak{n}$ donde $\mathfrak{n}$ es el nilradical y $\mathfrak{g}_1$ es el factor de Levi de $\mathfrak{p}$. La (co)homología $H(\mathfrak{n}, V)$ donde V es una representación irreducible de $\mathfrak{g}$ restringida a $\mathfrak{n}$ es un $\mathfrak{g}_1$-módulo y su estructura fue determinada por Kostant en [K]. La representación adjunta de $\mathfrak{n}$ no es restricción de una representación de $\mathfrak{g}$ y por lo tanto el caso (co)homología adjunta $H(\mathfrak{n}, \mathfrak{n})$ no está contenido en los casos de Kostant. Hasta el día de hoy, determinar la estructra de $\mathfrak{g}_1$-módulo de $H(\mathfrak{n}, \mathfrak{n})$ sigue siendo un problema abierto. En [CT1] y [CT2] dicha estructura es determinada para dos casos: el álgebra de Lie de Heisenberg y el álgebra de Lie 2-pasos nilpotente libre. En este trabajo describimos la homología adjunta de una familia de nilradicales 2-pasos nilpotentes de subálgebras parábolicas de $\mathbb{A}_n$.

Referencias

[AT] Álvarez, M. A.; Tirao, P., *Adjoint homology of a family of 2-step nilpotent nilradicals*. In preparation.

[CT1] Cagliero, L.; Tirao, P., *The cohomology of the cotangent bundle of Heisenberg groups*, Adv. Math. **181** No.2, (2004), 276-307.

[CT2] Cagliero, L.; Tirao, P., *The adjoint homology of the free 2-step nilpotent Lie algebra*, Q. J. Math. **53**, No.2, (2002), 125-145.

[K] Kostant, B., *Lie algebra cohomology and the generalized Borel-Weil theorem*, Ann. Math. (2) **74** , (1961), 329-387.

Autores: Lina Jimenez, Amelia Barrionuevo
Lugar: San Miguel de Tucumán
Expositor: Lina Jimenez

Estructuras de Hom-Lie Algebras sobre $sl(2,\mathbb{C})$

Sea $\mathfrak{g}$ un álgebra no asociativa tal que su producto [,] es antisimétrico, y sea $\sigma : \mathfrak{g} \longrightarrow \mathfrak{g}$ un homomorfismo de álgebras. Decimos que $(\mathfrak{g}, \sigma)$ es una Hom-Lie álgebra si el producto cumple la identidad de Jacobi deformada por σ (o identidad de Jacobi "σ-deformada") es decir si:

$$[\sigma(x), [y, z]] + [\sigma(y), [z, x]] + [\sigma(z), [x, y]] = 0.$$

para todo $x, y, z \in \mathfrak{g}$ (Este concepto fue introducido en [1] para estudiar deformaciones de las álgebras de Witt y Virasoro).

De esta definición se deduce fácilmente que las álgebras de Lie son Hom-Lie Algebras tomando $\sigma = Id$ en la igualdad anterior y por ello las Hom-Lie algebras son consideradas "deformaciones de las álgebras de Lie por un homomorfismo σ". En la comunicación presentada el año pasado se determinaron las estructuras de Hom-Lie algebras sobre el álgebra de Lie de Heisenberg de dimensión 3 y se realizó una clasificación de las mismas.

En este trabajo encontramos todas las estructuras de Hom-Lie Algebras sobre el álgebra de Lie $\mathfrak{sl}(2,\mathbb{C})$ y su clasificación.

Al igual que lo realizado para el trabajo anterior, el criterio de clasificación utilizado se establece de acuerdo a la definición de Hom-Lie Algebras isomorfas introducida en [2].

Referencias

[1] J. T. Hartwig, D. Larsson, S. D. Silvestrov: "Deformations of Lie Algebras using σ-derivations", *J. Algebra* 295 (2006), 314-361.

[2] Q. Jin, X. Li: "Hom-Lie algebra structures on semi-simple Lie algebras", *J. of Algebra* 319 (2008), 1398-1408

Autores: José Araujo y Tim Bratten
Lugar: UNCPBA, Tandil
Expositor: Tim Bratten

El teorema de Kostant para U(n,1)

Consideramos el grupo $G_0 = U(n,1) \subseteq G = GL(n+1,\mathbb{C})$. Fijamos el subgrupo compacto maximal $K_0 = U(n) \times U(1) \subseteq G_0$ y sea $K = GL(n,\mathbb{C}) \times GL(1,\mathbb{C}) \subseteq GL(n+1,\mathbb{C})$ su complexificación. Sea T_0 el toro maximal de K_0 dado por el subconjunto de las matrices diagonales. Introducimos la variedad bandera X de subgrupos de Borel de G. Para cada $x \in X$ sea $B_x \subseteq G$ el subgrupo de Borel correspondiente. Supongamos que Q es uno de los $n+1$ K-órbitas cerrados en X. Entonces Q está contenido en una G_0-órbita abierto $S \supseteq Q$. El estabilizador en G_0 de un punto $x \in Q$ (que es el normalizador en G_0 de B_x) es el toro T_0. Supongamos que

$$\chi : T_0 \to \mathbb{C}^*$$

es un cáracter. Entonces χ determina un fibrado holomorfo cuyos haz de secciones denotamos con $\mathcal{O}(\chi)$. Sea ρ la mitad de la suma de las raices positivas con respeto al punto x y asumimos que la derivada de χ menos ρ es regular y antidominante. Denotamos q para la codimensión de Q en X. Entonces el grupo de cohomología con soporte compacto, en grado q

$$M = H^q_{\mathrm{c}}(S, \mathcal{O}(\chi))$$

es una representación irreducible de G_0. Sea $y \in X$ y llamamos

$$\mathfrak{n}_y = [\mathfrak{b}_y, \mathfrak{b}_y]\,.$$

En este trabajo calculamos las $\mathfrak{n}_y$-grupos de homología

$$H_p(\mathfrak{n}_y, M).$$

En el caso de $p = 0$ nuestro trabajo determina las imersiones de M en series principales.

Referencias

• Beilinson, A. y Bernstein,J.; *A generalization of Casselmanś submodule theorem.* Birkhäuser, Progress in Math. 40, Boston, 1983, pp. 35-52.

• Hecht, H. y Taylor, J.; *Analytic localization of group representations.* Adv. Math., 79 (1990), pp. 139-212.

Autores: Leandro Roberto Cagliero, Elda Graciela Canterle
Lugar: FaMAF - Facultad de Ciencias Exactas, U. N. Salta
Expositor: Elda Graciela Canterle

La homología de extensiones abelianas de la subálgebra de Borel de $\mathfrak{sl}(2,\mathbb{C})$

Sea $\mathfrak{b}$ la subálgebra de Borel de $\mathfrak{sl}(2,\mathbb{C})$, es decir el álgebra de Lie con base $\{H, E\}$ y con corchete $[H,E] = 2E$. Para cada n, sea V_n la representación irreducible de $\mathfrak{sl}(2,\mathbb{C})$ de peso máximo n. Haciendo actuar $\mathfrak{b}$ en V_n definimos el producto semidirecto $\mathfrak{b}_n = \mathfrak{b} \ltimes V_n$. Es claro que $\mathfrak{b}_n$ es un álgebra de Lie soluble tal que $\mathfrak{b}'_n$

es el álgebra de Lie filiforme estandard de dimensión $n+2$. Para cada carácter $\lambda : \mathfrak{b}_n \to \mathbb{C}$ de $\mathfrak{b}_n$, sea $H_*(\mathfrak{b}_n, \lambda)$ la homología de $\mathfrak{b}_n$ con coeficientes en el módulo $\mathbb{C}_\lambda$. El objetivo de este trabajo es calcular $H_*(\mathfrak{b}_n, \lambda)$ para todo λ y comparar el resultado global con homología (a coeficientes triviales) del álgebra de Lie filiforme estandard $H_*(\mathfrak{b}'_n)$.

En esta charla presentamos una fórmula para la dimensión de $H_k(\mathfrak{b}_n, \lambda)$ para $\lambda = 0$ y todo k, n. Esta fórmula se obtiene a partir de la clásica fórmula de Cayley-Sylvester para el carácter de $\bigwedge^j V_n$ como $\mathfrak{sl}(2,\mathbb{C})$-módulo (ver [1] o [2]) que puede a su vez ser expresada en términos de q-coeficientes binomiales (ver [3]). Confiamos en obtener una fórmula similar para todo λ.

Referencias

[1] Manivel, L. *An extension of the Cayley-Sylvester formula*, European Journal of Combinatorics **28** (2007) 1839-1842.

[2] Springer, T.A., *Invariant Theory*, Lecture Notes in Mathematics, Vol. **585**, Springer-Verlag, 1977.

[3] Stanley, R. P., *Enumerative combinatorics Volume 2*, Cambridge University Press, 2001.

Autores: Isolda Cardoso, Linda Saal
Lugar: UNR - UNC
Expositor: Isolda Cardoso

Solución fundamental de ciertos operadores diferenciales de segundo orden en el grupo de Heisenberg

Sea $\mathbb{H}_n$ el grupo de Heisenberg $(2n+1)-$dimensional y sea $\{X_1, \ldots, X_n, Y_1, \ldots, Y_n, T\}$ una base de su álgebra de Lie. El álgebra de operadores diferenciales invariantes a izquierda que conmutan con la acción de $U(p,q)$, $p+q=n$, está generada por

$$\mathcal{L} = \sum_{j=1}^{p}(X_j^2 + Y_j^2) - \sum_{j=p+1}^{n}(X_j^2 + Y_j^2).$$

En este trabajo determinamos explícitamente la solución fundamental de los operadores $\mathcal{L} + i\alpha T$, con $\alpha \in \mathbb{C}\backslash\mathbb{Z}$. Probamos que la solución fundamental Φ_α se descompone como $\Phi_\alpha = \Phi_\alpha^1 + \Phi_\alpha^2$, con Φ_α^2 soportada en $\{z \in \mathcal{C} : B(z) = 0\}$, y calculamos

$$\Phi_\alpha^1 = \left(\frac{1}{(B(z)+4it)^{\frac{n-\alpha}{2}}} \frac{1}{(B(z)-4it)^{\frac{n+lpha}{2}}} \right) (C_0 \chi_{B(z)\geq 0} + \widetilde{C_0} \chi_{B(z)<0}),$$

donde C_0 y $\widetilde{C_0}$ están explícitamente calculadas. En el caso $p=n$, $q=0$ recobramos la solución obtenida por Folland-Stein en [F-S]. El caso p,q arbitrario, $\alpha = 0$ fue obtenido por Godoy-Saal en [G-S].

Referencias:

[F-S] G. B. Folland, E. M. Stein, *Estimates for the $\overline{\partial_b}$ complex and analysis on the Heisenberg group*, Communications on Pure and Applied Mathematics, Vol. XXVII, nro. 4, págs. 429 - 522.

[G-S] T. Godoy, L. Saal, *On The Relative Fundamental Solutions For A Second Order Differential Operator On The Heisenberg Group*, Studia Mathematica, Vol.145, nro.1, págs. 143 - 164.

Conferencia Invitada
S. Simondi
Instituto de Ciencias Básicas. UNCuyo

Conjuntos fundamentales de soluciones de las ecuaciones hipergeométricas matriciales generalizadas

La ecuación diferencial matricial hipergeométrica

$$z(1-z)F''(z) + (C - z(A+B+1))F'(z) - ABF(z) = 0$$

y la función hipergeométrica matricial de Gauss ${}_2F_1\left(\begin{smallmatrix} A;\,;B \\ C \end{smallmatrix}; z\right)$, donde A, B y C son matrices complejas en $\mathbb{C}^{r\times r}$ y F es una función compleja con valores en $\mathbb{C}^r$, fueron introducidas por J. Tirao en [Ti]. En [RS] extendimos naturalmente el número de parámetros de la ecuación diferencial hipergeométrica obteniendo

$$\begin{aligned} z\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\,z}\left(z\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\,z} + B_1 - 1\right)\left(z\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\,z} + B_2 - 1\right)\dots\left(z\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\,z} + B_m - 1\right)F(z) \\ - z\left(z\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\,z} + A_1\right)\left(z\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\,z} + A_2\right)\dots\left(z\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\,z} + A_n\right)F(z) = 0, (1) \end{aligned}$$

donde $n, m \in \mathbb{Z}_{\geq 0}$, $A_1, \dots, A_n, B_1, \dots, B_m \in \mathbb{C}^{r\times r}$ y para determinar un conjunto fundamental de soluciones alrededor de su punto singular regular $z = 0$, definimos las funciones hipergeométricas matriciales generalizadas ${}_nF_m\left(\begin{smallmatrix} A_1;\,\dots\,;A_n \\ B_1;\,\dots\,;B_m \end{smallmatrix}; z\right)$.

El objetivo de este trabajo es estudiar las soluciones de (1) alrededor del punto singular regular infinito y presentar los conjuntos fundamentales de soluciones hallados en [RS2]. Además, presentaremos algunas propiedades básicas de las funciones ${}_nF_m$, que son generalizaciones de la funciones hipergeométricas clásicas.

Referencias

[RS] P. Román, S. Simondi, *The Generalized Matrix Valued Hypergeometric Equation*, Internat. J. of Math. 21 (2) (2010) 145-155.

[RS2] P. Román, S. Simondi, *Solutions at infinity of the generalized matrix-valued hypergeometric equation*, Applied Math Lettes. 23 (2010) 39-43.

[Ti] T. Tirao, *The matrix-valued hypergeometric equation*, Proc. Natl Acad. Sci U.S.A. 100 (14) (2003) 8138-8141.

Autores: Leandro Roberto Cagliero, Mónica Nancy Cruz
Lugar: Facultad de Matemática Astronomía y Física (Universidad Nacional de Córdoba) - Facultad de Ciencias Exactas (Universidad Nacional de Salta)
Expositor: Mónica Nancy Cruz

Sobre la Conjetura del Rango Toral en Álgebas de Lie 3-pasos nilpitentes graduadas

Hace más de 25 años Halperin [Hal] formuló la siguiente conjetura: Sea $\mathfrak{n}$ un álgebra de Lie nilpotente de dimensión finita y sea $\mathfrak{z}$ el centro de $\mathfrak{n}$, entonces

$$\dim(H^*(\mathfrak{n})) \geq 2^{\dim(\mathfrak{z})}.$$

Esta conjetura permanece abierta en general y sólo ha sido demostrada para ciertas clases de álgebras de Lie nilpotentes. Por ejemplo se sabe que es verdadera si $\mathfrak{n}$ es 2-pasos nilpotente o si $\mathfrak{n}$ si es metabeliana split.

Esta conjetura tiene origen en la geometría. El rango to ral $r(X)$ de una variedad diferenciable X es la dimensión del mayor toro que actúa en X libremente. Originalmente la conjetura afirma que $\dim H^*(X) \geq 2^{r(X)}$. Por un famoso teorema de Nomizu, la conjetura original se reduce a la versión algebraica cuando X es una nilvariedad.

Cuando el Si $\mathfrak{n} = \mathfrak{n}_1 \oplus \mathfrak{n}_2 \oplus ... \oplus \mathfrak{n}_k$ es álgebra de Lie k-pasos nilpotente y graduada, P. Tirao demuestra en [T1] que

$$\dim(H_*(\mathfrak{n})) \geq L(p)$$

donde $p(x) = (1-x)^{\dim \mathfrak{n}_1}...(1-x^k)^{\dim \mathfrak{n}_k}$ y $L(p)$ es la suma de los valores absolutos de los coeficientes de p. En particular, la CRT es verdadera para toda $\mathfrak{n}$ nilpotente que admita una graduación tal que $L(p) \geq 2^{\dim(\mathfrak{z})}$. No es difícil ver que este argumento funciona para toda álgebra de Lie 2-pasos nilpotente.

Los principales resultados de este trabajo son:

1. Demostramos que si $\mathfrak{n}$ es 3-pasos nilpotente graduada y $\dim \mathfrak{n} \leq 22$, entonces $L(p) \geq 2^{\dim(\mathfrak{z})}$ y por lo tanto $\mathfrak{n}$ satisface la CRT.

2. Verificamos computacionalmente que lo afirmado anteriormente es verdadero si $\dim \mathfrak{n} < 100$.

3. Encontramos una familia de álgebras de Lie 3-pasos nilpotentes graduadas, tal que para toda $\mathfrak{n}$ en esa familia se cumple que $L(p) < 2^{\dim(\mathfrak{z})}$. La mínima dimensión que aparece en esta familia es 212. No sabemos si estas álgebras de Lie satisfacen la CRT.

Referencias

[Hal] Halperin S., *Racional homotopy and torus actions*, Aspects of Topology in London Math, Soc. Lecture Note Ser. Vol.**93** (1985), 357-366.

[T1] Tirao P., *On the homology of graded Lie algebras*, Jour. of Pure and Applied Alg., **156**(2001), 357-366.

Autores: Boyallian Carina, Meinardi Vanesa
Lugar: FaMAF (UNC)
Expositor: Meinardi Vanesa

Representaciones de peso máximo cuasifinito irreducible de W_∞^N

En este artículo clasificamos los módulos de peso máximo cuasifinitos irreducible de la subálgebra de Lie W_∞^N de el álgebra de Lie de operadores matriciales en el círculo. También los realizamos en términos de la teoría de representaciones de la álgebra de Lie compleja $g\ell_\infty^{[m]}$ de matrices infinitas con un número finito de diagonales no nulas con entradas en el álgebra de polinomios truncados.

Referencias

[1] C. Bo yallian, V. Kac, J. Liberati and C. Yan, *Quasifinite highest weight modules over the Lie algebra of matrix differential operators on the circle*, Journal of Math. Phys. **39** (1998), 2910-2928.

[2] V. G. Kac and J. I. Liberati, *Unitary quasifinite representations of* W_∞, Letters Math. Phys. , **53** (2000), 11-27.

[3] V. G. Kac and A. Radul, *Quasifinite highest weight modules over the Lie algebra of differential operators on the circle*, Comm. Math. Phys. **157** (1993), 429-457.

Autores: Leandro Cagliero, Nadina Rojas
Lugar: FaMAF - FaCEFyN
Expositor: Nadina Rojas

Una cota inferior para las representaciones fieles de dimensión finita de álgebras de Lie nilpotentes

Sea $\mathfrak{g}$ un álgebra de Lie de dimensión finita sobre un cuerpo k de característica cero y sea

$$\mu(\mathfrak{g}) = \text{mín}\{\dim V : (\pi, V) \text{ es una representación fiel de } \mathfrak{g}\}.$$

Por el Teorema de Ado, sabemos que el invariante $\mu(\mathfrak{g})$ es finito, este invariante tiene importantes aplicaciones a la geometría diferencial. En general dada un álgebra de Lie concreta, o una familia de álgebras de Lie, no es sencillo calcular el valor o una cota para μ.

Sea $\mathfrak{z}(\mathfrak{g})$ es el centro de $\mathfrak{g}$. Para las álgebras de Lie nilpotentes tal que $\mathfrak{z}(\mathfrak{g}) \subseteq [\mathfrak{g}, \mathfrak{g}]$ una cota inferior fácil de obtener para $\mu(\mathfrak{g})$ es $\lceil \sqrt{2 \dim \mathfrak{g}} \rceil \leq \mu(\mathfrak{g})$.

En este trabajo bosquejamos la prueba del siguiente teorema

Teorema. *Sea $\mathfrak{g}$ un álgebra de Lie $k+1$-pasos nilpotente entonces*

$$\mu(\mathfrak{g}) \geq \left\lceil \sqrt{\frac{2(k+2)}{k+1} \dim \mathfrak{g}} \right\rceil.$$

De este teorema desprenderemos el valor de μ para ciertas álgebras de Lie nilpotentes y una aplicación para las álgebras de dimensión finita sobre k que satisfacen la siguiente identidad polinomial

$$[x_1, y_1][x_2, y_2] \dots [x_q, y_q] = 0 \tag{21}$$

para algún entero positivo q (aqui $[x, y] = xy - yx$).

Referencias

[BW] Burde D. y Wolfgang,M., *Minimal Faithful Representations of Reductive Lie Algebras*, Arch. Math. **309**(2007), 513-523.

[CR] Cagliero, L., Rojas, N., *Faithful representations of minimal dimension of current Heisenberg Lie algebras.* Int. J. Math. **20**(2009), 1347-1362.

[D] Domokos M., *On the dimension of faithful modules over finite dimensional basic algebras*, Linear Algebra and this Aplications, Vol. **365**(2003), 155-157.

[GW] W.A. Graaf, *Clasification of 6-dimensional Lie algebras over fields of characteristic not 2.* J. of Algebra **309**(2007), 640-653.

Autores: Ana Sustar y Paulo Tirao
Lugar: FaMAF
Expositor: Ana Sustar

Estructura de nilradicales de subálgebras parabólicas

Dada un álgebra de Lie semisimple compleja de dimensón finita g, h una subálgebra de Cartan y b una subálgebra de Borel, sea q una subálgebra parabólica que contiene a b y n su nilradical. Sabemos que q admite una única descomposición de Levi, $q = m \oplus n$, donde m es el factor de Levi de q (reductivo) y m contine a h. Además $m = t \oplus s$ donde t es el centro de m y $s = [m, m]$ es la componente semisimple de m. Recientemente Kostant [K] introdujo un sistema de raíces para el factor de Levi formado por las restricciones de las raíces clásicas a t. En ese trabajo prueba la irreducibilidad de los espacios raíces como s y como m-módulos por la acción adjunta. Basado en esto obtiene varios resultados sobre la estructura del nilradical n.

En esta charla mostraremos cuáles son los pesos máximos de los espacios raíces como representaciones irreducibles de s en todos los casos. Cada espacio raiz es producto tensorial de representaciones irreducibles de los factores simples de s. Resulta que las representaciones que aparecen son muy pocas y dstinguidas. Por ejemplo para el caso en el que g es de tipo A_n, sólo para dos factores simples de s la correspondiente representación irreducible es no trivial y éstas dos son representaciones fundamentales. Más aún las únicas fundamentales que aparecen son la primera y la última.

Estos resultados son parte del proyecto de axiomatización del sistema de raíces para el factor de Levi y están contenidos en [ST].

Referencias

[K] Kostant B. *Root Systems for Levi Factors and Borel-de Siebenthal Theory*, Symmetry and Spaces: in Honor of Gerry Schwarz. Progress in Math ematics 278. Birkhäuser Boston. 2010.

[ST] Sustar A. y Tirao P., *On t-root systems for parabolic subalgebras.* En preparación.

Autores: Inés Pacharoni, Juan Alfredo Tirao e Ignacio Zurrián
Lugar: FaMAF - UNC
Expositor: Ignacio Zurrián

Funciones esféricas y polinomios ortogonales en la tres-esfera

Se introducirá el concepto de función esférica matricial de un K-tipo asociado a un par (G, K). Luego se explicará cómo hemos conseguido determinarlas a todas en el caso $(G, K) = (\mathrm{SO}(4), \mathrm{SO}(3))$, cuál es el rol de la función esférica auxiliar y cómo conseguimos reducir un par de sistemas de ecuaciones diferenciales acoplados de tres variables a ecuaciones diferenciales de sólo una variable, involucrando en el proceso a los polinomios de Hahn, para luego obtener como soluciones vectores cuyas entradas son múltiplos de polinomios de Gegenbauer, donde estos múltiplos satisfacen una relación recursiva de tres términos. Posteriormente, usando la teoría de representaciones, caracterizamos explícitamente las funciones esféricas sobre $S^3 \simeq \mathrm{SO}(4)/\mathrm{SO}(3)$. Por otro lado, y para finalizar, conseguimos simultáneamente hipergeometrizar los operadores diferenciales matriciales correspondientes a las antes mencionadas ecuaciones para luego crear una sucesión de polinomios ortogonales matriciales asociadas a un operador D y a un peso W.

13. Teoría de Probabilidad

Organizan: Inés Armendáriz, Pablo Ferrari

Conferencia Invitada
Matthieu Jonckheere
CONICET

Scheduling in wireless data systems: stability and asymptotic optimality

We investigate the scheduling of a common resource between several concurrent users when the feasible transmission rate varies over time (as an i.i.d. sequence). Time is slotted and users arrive and depart upon service completion. As performance criteria we consider the stability of the system and the mean delay experienced by the users. Given the complexity of the problem we investigate the fluid-scaled system. Contrary to many previous work studying the weak limits of the scaled process, we prove a strong convergence result allowing us to differentiate between known policies and to obtain important results and insights for the original system:

1. We characterize for a large class of scheduling policies the stability conditions and identify a set of maximum stable policies, giving in each time slot preference to users being in their best possible channel condition. We find in particular that many opportunistic scheduling policies like Score-Based, Proportionally Best or Potential Improvement are stable under the maximum stability conditions, whereas other popular policies like Relative-Best or the $c\mu$-rule are not.

2. We show that choosing the right tie-breaking rule is crucial for the performance (e.g. average delay) as perceived by a user. We prove that a policy is asymptotically optimal if it is maximum stable *and* if the tie-breaking rule gives priority to the user with the highest departure probability.

3. We derive the growth rates of the number of users in the system in overload settings, which gives additional insights on the performance of the system under various policies.

4. We conclude that simple priority-index policies with a $c\mu$ tie-breaking rule, are stable and asymptotically optimal. All our findings are validated with extensive numerical experiments.

Joint work with U. Ayesta (BCAM), M. Erausquin (UPV Bilbao), M. Verloop (BCAM).

Autores: Sebastián Grynberg
Lugar: FI-UBA
Expositor: Sebastián Grynberg

Subcriticalidad en un modelo de percolación

Consideramos un proceso de Bernoulli de parámetro p sobre el reticulado entero d–dimensional. En cada sitio del proceso centramos una bola de radio aleatorio y consideramos la unión de todas las bolas (con la norma Manhattan) Los radios son independientes e independientes del proceso de Bernoulli. Tratamos de dar condiciones sobre el comportamiento de los radios que garanticen que para valores suficientemente pequeños del parámetro p la componente conexa del origen sea finita casi seguramente.

Trabajo conjunto con Cristian Coletti.

Conferencia Invitada
Mariela Sued
FCEN-UBA

Modelos Causales Gráficos: presentación y nuevas propuestas para identificar distribuciones contrafactuales

En el marco de la inferencia causal, los parámetros de interés a ser estimados dependen de la distribución de variables aleatorias que no son observadas en todos los individuos (variables contrafactuales).

Identificar dichos parámetros a partir de la distribución de las variables observadas es una condición necesaria para estimarlos en forma consistente.

En esta charla comenzaremos presentando parte del trabajo realizado por Pearl y sus colaboradores, quienes han desarrollado una serie de métodos gráficos que permiten decidir si el parámetro causal de interés es identificable. En tales circunstancias, además, los autores brindan fórmulas para los parámetros de interés en función de la distribución de las variables observadas.

Las hipótesis de identificabilidad suelen involucrar independencias condicionales. Estas son estudiadas con la ayuda de métodos gráficos, que utilizan grafos cuyos nodos representan a las variables aleatorias involucradas en el experimento, mientras que el análisis de los caminos en el grafo permite deducir independencias e independencias condicionales entre las variables representadas por el grafo.

Por último, presentaremos una propuesta en la que estamos trabajando para verificar las condiciones necesarias para identificabilidad en estudios longitudinales.

Trabajo conjunto con Julieta Molina (FCEN, Universidad de Buenos Aires).

Autores: Juan Miguel Medina, Bruno Cernuschi Frías
Lugar: U.B.A. y I.A.M. CONICET
Expositor: Juan Miguel Medina

Wavelet expansion of some stable random processes

For a symmetric γ-stable, $\gamma \in [1,2]$ random measure M over $\mathbb{R}$, with finite absolutely continuous control measure $d\mu = w\,dx$, given $f \in L^{\gamma}(\mathbb{R}, dx)$, we define the process

$$Y(x) = \int_{\mathbb{R}} I_{\alpha}(f)(x-t)dM(t)\,.$$

Where $I_{\alpha}(.)$ is the Riesz fractional integration operator of order α, $0 < \alpha < 1$. Let $\mathcal{G}(Y) \subset \mathbb{R}^2$ be the graph of Y. We prove that, for appropriate γ and α, the Hausdorff dimension of $\mathcal{G}(Y)$, verifies $\dim_{\mathcal{H}}(\mathcal{G}(Y)) \leq 1 + \frac{2}{\gamma} - \alpha$ a.s.. Moreover this process has the following local behaviour: Let B a ball for which, $\mu(B) > 0$, and there exists a constant $c > 0$ such that $f > c$ a.e. over B, then the restricted graph verifies: $\dim_{\mathcal{H}}(\mathcal{G}(Y|_B)) = 1 + \frac{2}{\gamma} - \alpha$.
For this processes, we study the convergence of its wavelet and multirresolution expansions. More precisely, we prove that if the wavelets are associated to a MRA, with scale functions ϕ such that there exists a bounded integrable radial function η, such that $|\phi| \leq \eta$ a.e. Then if $Z(x) = \int_{\mathbb{R}} f(x-t)dM(t)$, the series $\sum\limits_{k\in\mathbb{Z}} I_{\alpha}(\phi_{k\,j})(x)$ and $\sum\limits_{m\leq j}\sum\limits_{k\in\mathbb{Z}} I_{\alpha}(\psi_{k\,m})(x)$ converges in the mean to Y as $j \to \infty$. Under suitable conditions this convergences is also, with probability one.

Autores: Sergio López Ortega
Lugar: UNAM-México
Expositor: Sergio López Ortega

Acoplamiento de difusiones

La técnica del coupling (o acoplamiento) es una herramienta general y poderosa que se utiliza actualmente en diversas áreas de la probabilidad. En esta charla hablaremos brevemente de qué es el coupling, cómo se observa en el ámbito de las difusiones (procesos estocásticos markovianos y continuos), qué tipo de resultados se han obtenido o se pueden esperar con la técnica, y algunos ejemplos; entre ellos uno relacionado con mis estudios de doctorado: la dinámica de Mountford-Prabahkar en el caso continuo.

Bibliografía

1 K. Burzdy, Z. Chen. Coalescence of synchronous couplings. Probability Theory and Related Fields, (2002).

2 K. Burzdy, Z. Chen, P. Jones. Synchronous couplings of reflected Brownian motions in smooth domains. Illinois J. Math.,Doob, (2006).

3 W. Kendall. Brownian Couplings, Convexity and Shy-ness. Elect. Comm. in Probab. 14, (2009).

4 T. Lindvall. Lectures on the Coupling Method. Wiley, (1992).

5 N. O'Connell , M. Yor. Brownian analogues of Burke's theorem. Stochastic Processes and their Applications, (2001).

6 T. Mountford and B. Prabhakar. On the Weak Convergence of Departures from an Infinite Series of $\cdot/M/1$ Queues. Annals of Applied Probability, (1995).

Autores: Pablo Rodríguez
Lugar: ME, Universidade de São Paulo, Brasil
Expositor: Pablo Rodríguez

Generalización del modelo de Maki-Thompson para la difusión de un rumor

Maki y Thompson (1973) proponen un modelo estocástico para la difusión de un rumor en una población. En esta charla vamos a definir este modelo y mencionar los principales resultados existentes en la literatura. Finalmente, proponemos una generalización de este proceso y mostramos teoremas límites para la proporción final de individuos que nunca llega a conocer el rumor.

Trabajo en conjunto con Élcio Lebensztayn y Fabio Prates Machado (Universidade de São Paulo, Brasil).

Conferencia Invitada
Nora Muler
UTDT

Maximización de la probabilidad de supervivencia de una compañía de seguros permitiendo inversiones en bienes no líquidos

Modelamos la reserva de la compañía de seguros como un proceso de Poisson compuesto. Asumimos que la compañía tiene la posibilidad de invertir parte de la reserva en un bien no líquido mientras el resto se mantiene en efectivo. El objetivo del trabajo es encontrar una estrategia dinámica de inversión de la reserva en el bien no líquido de forma tal de maximizar la probabilidad de supervivencia de la compañía de seguros.

Caracterizamos la función de probabilidad de supervivencia óptima como la única solución viscosa de la ecuación de Hamilton-Jacobi-Bellman con límite uno en infinito.

Esta ecuación es integro-diferencial en dos variables, de orden uno y no lineal. La elección de inversión óptima en el bien no-líquido está especificada por la llamada región de inactividad. Dentro de esa región, la reserva invertida en el bien no líquido debe mantenerse constante. Afuera de esa región, se debe invertir inmediatamente una cantidad de la reserva en el bien no líquido.

En el caso que el tamaño de los reclamos de la compañía tenga una distribución exponencial obtenemos la probabilidad de supervivencia óptima y encontramos una fórmula cerrada para la región de inactividad.

Trabajo conjunto con Pablo Azcue (UTDT).

Autores: Pablo Groisman, Pablo Ferrari, Rafael Grisi
Lugar: FCEN-UBA
Expositor: Pablo Groisman

Funciones armónicas en grafos aleatorios y paseos al azar en triangulaciones de Poisson-Delaunay

Consideramos un proceso de Poisson en el plano. A cada punto del proceso le asociamos su célula de Voronoi, dada por todos los puntos que están a menor (o igual) distancia de él que del resto de los puntos. En el grafo de Delaunay asociado dos puntos son vecinos si sus células de Voronoi tienen intersección no vacía. Un paseo al azar en este grafo es un proceso de Markov que en cada paso elige uno de sus vecinos con probabilidad uniforme y salta sobre él. El comportamiento asintótico de este paseo podría ser probado sin mayores dificultades si fuese una martingala (como es el caso de $\mathbb{Z}^2$) pero en este caso con probabilidad uno no lo es. La principal herramienta entonces consiste en encontrar una deformación del grafo de modo tal que el paseo al azar en el grafo deformado resulte una martingala. Luego se requieren cotas para la deformación. Una función armónica en un grafo es una función definida en los puntos que cumple con la propiedad del valor medio. Veremos que estas funciones sirven para construir la deformación antes mencionada. Probaremos su existencia y comportamiento asintótico, que permitirá exportar cotas para la deformación y por ende, para el paseo al azar.

Es un trabajo conjunto con Pablo Ferrari y Rafael Grisi.

Conferencia Invitada
Leandro Pimentel
UFRJ-Brasil

How to compute the law of the asymptotic angle of a competition interface

Assume that we have a collection $\{X_{\mathbf{z}} : \mathbf{z} \in \mathbb{Z}^2\}$ of i.i.d. exponential random variables of intensity one. For $\mathbf{x} \leq \mathbf{y}$ (coordinate-wise) let $L(\mathbf{x}, \mathbf{y})$ denote the maximum, over all up-right nearest-neighbor paths ϖ connecting $\mathbf{x}$ to $\mathbf{y}$, of the sum of $X_{\mathbf{z}}$ along ϖ (leaving out $\mathbf{x}$). Choose integers $k, l \geq 1$ and define a coloring of $\mathbb{Z}_+^2$ as follows: a point $\mathbf{z}$ it is colored blue if

$$L((-k,0),\mathbf{z}) > L((0,-l),\mathbf{z})$$

and otherwise it is colored red. The *competition interface* is the up-right path that separates the blue and the red regions. It has been shown that a competition interface has an (a.s.) asymptotic angle $\Theta_{k,l}$, which will be random in this case. In this talk we will show that

$$\mathbb{P}\left(\Theta_{k,l} \leq \alpha\right) = \frac{1}{(l-1)!}\left(\frac{\sqrt{\tan\alpha}}{1+\sqrt{\tan\alpha}}\right)^{l} \sum_{j=0}^{k-1} \frac{(j+l-1)!}{j!}\left(\frac{1}{1+\sqrt{\tan\alpha}}\right)^{j}.$$

This is joint work with Eric Cator - Delft University of Technology, The Netherlands.

Autores: José M. Bavio, Melina V. Guardiola y Ana C. Tablar
Lugar:
Expositor: Ana C. Tablar

Teorema Central del Límite para Procesos Continuos I-descomponibles

En diversos problemas referidos a estadística de procesos estocásticos de parámetro continuo, resulta de interés estudiar el comportamiento de

$$m_T(X;A) = \frac{1}{T}\int_0^T \mathbb{1}_A X_s \, ds,$$

donde A es un conjunto asintóticamente medible y el proceso $\{X_s, -\infty < s < \infty\}$ es de la forma $X_s = \varphi(\xi_s, Y_s)$, siendo ξ e Y dos fuentes aleatorias independientes y φ satisface ciertas condiciones de regularidad.

En este trabajo establecemos un teorema central del límtite (TCL) para $m_T(X;A)$ si se supone que ξ es estacionario, centrado y se cumple que para todo $k \in \mathbb{N}$ e $(y_1, \cdots, y_k)$ vale un TCL para $(\varphi(\xi, y_1), ..., \varphi(\xi, y_k))$, pero el proceso Y solamente satisface una ley de grandes números para $(Y_r, Y_{r-s})_{r,\, s\in\mathbb{R}}$. A la clase de procesos que satisface estas condiciones se las denominó I-descomponible.
