MECÁNICA DEL CONTÍNUO

Práctico 12: Flujo viscoso

2005

1. Un fluido viscoso e incompresible se mueve en un tubo de longitud L y sección circular de radio a, bajo la acción de una diferencia de presión Δp. La viscosidad dinámica del fluido es μ.

   (a) Hallar el perfil de velocidades y demostrar que el gradiente de presiones es constante a lo largo del tubo.

   (b) Hallar el caudal Q en el régimen laminar y estacionario.

   (c) Conociendo la velocidad media $\langle v \rangle$, hallar la resistencia $F = S\Delta p$ ($S = \pi a^2$) y demostrar que el coeficiente de resistencia $F/(\rho \langle v \rangle^2 S/2)$ es inversamente proporcional al número de Reynolds R_e.

   (d) Calcular el esfuerzo viscoso sobre la pared y recalcular el perfil de velocidades planteando el balancede fuerzas sobre una lámina cilíndrica de fluido.

2. Un fluido viscoso e incompresible se mueve en forma laminar y estacionaria entre dos paredes planas separadas una distancia $2d$. El movimiento es causado por dos efectos: la presencia de un gradiente de presiones Δp y el movimiento de una de las paredes con velocidad uniforme U.

   (a) Resolviendo las ecuaciones de Navier-Stokes, hallar el perfil de velocidades, el esfuerzo viscoso sobre las paredes, el ecoeficiente de resistencia, el caudal y la función de disipación:

$$\frac{dE_c}{dt} = -\frac{\mu}{2} \int \left(\frac{\partial v_i}{\partial x_k} + \frac{\partial v_k}{\partial x_i} \right)^2 dV. \qquad (1)$$

(b) Discutir los siguientes casos por separado: i) $U = 0$, $\Delta p \neq 0$; ii) $U \neq 0$, $\Delta p = 0$; iii) $U > 0$, $\Delta p > 0$. En cada caso graficar el perfil de velocidades, dar una fórmula para el caudal y discutir la dependencia del coeficiente de resistencia con el número de Reynolds R_e.

3. Sea un fluido semi-infinito limitado por una pared plana que efectúa oscilaciones armónicas con velocidad $U = U_0 \cos \omega t$.

   (a) Hallar el perfil de velocidades (considerarque el movimiento se ha iniciado en $t = -\infty$ y que, por lo tanto, el fluido ya ha entrado en régimen). Graficar.

   (b) Hallar la función de disipación.

   (c) En base al punto a), discuta cómo serán la longitud de onda del movimiento del fluido y la distancia de amortiguamiento de la oscilación del mismo.

   (d) Encontrar la ley que da el esfuerzo viscoso sobre la pared en función del tiempo.

4. Movimiento estacionario de una esfera:

   (a) Estudiar el movimiento laminar (a números de Reynolds pequeños) de una esfera que se mueve con una velocidad de traslación constante, en un fluido incompresible. Despreciar los términos cuadráticos en la velocidad en las ecuaciones diferenciales. Para dicho estudio, utilice el método de la función corriente de Stokes ψ resolviendo el problema en coordenadas esféricas.

   (b) Conocida ψ, determinar la presión ejercida sobre toda la esfera y obtener la ley de Stokes.

   (c) Si la esfera tiene densidad ρ, hallar la velocidad límite de caída bajo la acción de la gravedad.

   (d) Hallar el esfuerzo viscoso sobre la esfera.

5. Una esfera ejecuta oscilaciones armónicas de pequeña amplitud en un fluido viscoso (a números de Reynolds pequeños).

(a) Resolver la ecuación para la función corriente

$$D^2\left(D^2-\frac{1}{\nu}\frac{\partial}{\partial t}\right)\psi=0, \tag{2}$$

en coordenadas esféricas. El centro de la esfera se mueve con velocidad $v(t)=v_0\exp(i\omega t)$.

(b) Hallar la presión y calcular σ_{rr}y $\sigma_{r\theta}$. Integrando sobre la esfera, obtener la fuerza sobre ella.

6. Estudiar la evolución temporal de la velocidad de un fluido viscoso conservado en un cilindro de radio a. El fluido está inicialmente en reposo y arrancacon velocidad angular uniforme ω alrededor de su eje.

   (a) Mostrar que la velocidad del líqudo al tiempo t vale:

$$v_\theta=2\omega a\sum_i\frac{J_1(\lambda_i x)}{\lambda_i J_1'(\lambda_i x)}+\omega r, \tag{3}$$

   donde $x=r/a$, λ_i son las raíces de la ecuación $J_1(\lambda_i)=0$, y J_1 es la función de Bessel de primera especi de orden 1.