MECÁNICA DEL CONTÍNUO

Práctico 9: Conservación de la cantidad de movimiento

2005

1. Se tiene un chorro líquido de caudal Q y sección A que incide sobre una placa plana en la forma indicada en la figura. Suponga el fluido ideal, ausencia de fuerzas de volumen y situación estacionaria. En zonas suficientemente alejadas a la interesección con la placa, la presión es la atmosférica.

   (a) Qué fuerza debe aplicarse sobre la placa para que ésta quede en equilibrio?

   (b) Halle Q_1 y Q_2 como función de Q y de θ.

2. De un tanque com el de la figura fluye un líquido hacia el exte4rior a través de una embocadura situada a una profundidad h respecto de la superficie libre. La embocadura penetra profundamente en el interior del tanque (embocadura de Borda), y el tanque es lo suficientemente grande como para que la velocidad sea aproximadamente cero en la superficie, durante los tiempos en los cuales se estudia el fenómeno. Como consecuencia de lo anterior, practicamente no ser registra movimiento en las partes laterales y por lo tanto la presión es la hidrostática.

   (a) Muestre que la velocidad de salida es la dada por la fórmula de Torricelli: $v_s = \sqrt{2gh}$.

   (b) Aplicando el teorema de la cantidad de movimiento, estime la relación entre la sección final del chorro y el área de la embocadura.

3. Se tiene una esfera gaseosa de radio R_0 en el seno de un líquido incompresible de densidad ρ. La burbuja se encuentra a una presión p_0 mucho mayor que la presión del líquido en zonas alejadas.

(a) Estudie, mediante el Teorema de Bernoulli, la evolución del radio de la burbuja en función del tiempo. Nota: Dada la rapidez con se realiza la expansión, puede suponerse que no hay intercambio de calor entre el gas y el líquido. Con el mismo criterio se puede despreciar la gravedad.

(b) Obtenida la ecuación difdrencial $R(t)$, adimensionalícela utilizando los parámetros característicos $c_0 = (p_0/\rho)^{1/2}$ y R_0. Por qué es conveniente hacer esta adimensionalización? Resuelva la ecuación diferencial por el método del factor integrante.

4. Se tiene un fluido incompresible que fluye en forma estacionaria por un tubo de sección lentamente variable en ausencia de fuerzas de volumen.

   (a) Halle la presión p_2 como función de p_1, v_1, A_1 y A_2

   (b) Igual que la parte a), pero ahora para un caño para el cual la transición de áreas se produce en forma brusca. En la zona de ensanchamiento, el fluido es fuertemente perturbado formándose una región turbulenta en donde se disipa energía. Lejos del ensanchmiento, el flujo se vuelve nuevamente uniforme con una velocidad v_2.

   (c) Halle p_2 y compárelo con el caso a). Generalice el teorema de Bernoulli para este caso agregando un término que dé cuenta de la energía perdida por unidad de masa. Note que este término resulta proporcional a la energía cinética de entrada. Nota: La presión medida experimentalmente en la zona de ensasnchamiento es p_1.

5. Hallar la fuerza con que se tiene que sostener una malla de alambre que se encuentra dentro de una corriente estacionaria de fluido ideal incompresible. Suponga que el flujo es uniforme a una distancia suficientemente alejada de la malla.

6. Teoría elemental de la hélice: La figura muestra en detalle el campo ade velocidades lejos de la hélice de un avión que viaja con velocidad constante v_∞ (el dibujo muestra loa que vería un obsrvador en el avión). Lejos del avión, la presión es la atmosférica.

(a) Usando el teorema de conservación del momento y la ec. de continuidad, calcule el empuje que actúa sobre la hélice en términos de la velocidad de vuelo v_∞, la velocidad detrás de la hélice v_e (estela), y la masa de aire que atraviesa la hélice por unidad de tiempo.

(b) Con cierta aproximación también es lícito usar la ecuación de Bernoulli (siempre que se considere al flujo unidimensional) entre una superficie infinitamente alejada frente a la hélice y el punto 1, y entre el punto 2 y una superficie infinitamente alejada detrá de la hélice. De este modo, se puede calcular la diferencia entre ambas caras de la hélice y así encontrar una fórmula alternativa para el empuje. Comparando esta exrpesión con la ya obtenida, encuentre la velocidad con que el aire atraviesa la hélice. Halle también la relación de áreas entre la de la hélice y la de la estela.

7. Teoría de las cargas huecas: Un gas a muy alta presión rodea la parte exterioir de un cono de ángulo β de metal en estado líquido. Como consecuencia de la explosión de este gas, el metal adquiere una velocidad V hacia el interior del cono (ver Fig. 1). Por lo tanto, el extremo del cono adquiera una velocidad $V' = V/\sin\beta$. Cambiando el sistema de referencia por uno en el cual dicho extremo esté en reposo, el metal fluye según la Fig. 2 (estacionario), donde $V_1 = V/\tan\beta$, y además se ha supuesto que todas las velocidades son aproximadamente iguales.

   (a) Si A es el área total del cono, hallar las secciones A_1 y A_2.

   (b) Hallar también el momento transportado por el flujo de A_1 respecto del sistema de laboratorio.

8. Sea una placa semi-infinita que se mueve con velocidad v_0 en un líquido infinito que se encontraba en reposo. Dicha placa está inclinada un ángulo α respecto de una superficie horizontal, con una separación que se conserva constante. Si consideramos el sistema de referencia fijo en la placa, se tiene el esquema de la figura. Para simplificar, consideremos al fluido incompresible y que se puede despreciar los efectos de la gravedad. Admitamos que, sobre la superficie libre la presión es constante e igual a la del líquido p_0. Sobre la placa se forma una delgada capa de espesor d, cuyo fluido tiene también la velocidad v_0, si nos alejamos lo suficiente del punto A.

(a) Halle la fuerza por unidad de longitud resistente al movimientode la placa, expresada en función de d.

9. Colapso de Rayleigh: Una cavidad esférica de radio a se forma repentinamente (por. ej., por acción de la hélice de un barco) dentrode un fluido incompresible que ocupa todo el espacio.

    (a) Determinar el tiempo que emplea el fluido en llenar la cavidad.

10. Una esfera inmersa en un fluido incompresible se expande de acuerdo a una ley $R(t)$.

    (a) Determine la presión del fluido sobre la superficie de la esfera, considerando los casos:
    i) $R = R_0 + at$
    ii) $R = R_0 \exp(t/t_0)$
    donde t_0 tiene unidades de tiempo.