MECÁNICA DEL CONTÍNUO

Práctico 7: Flexión de varillas

2005

1. Una varilla de *sección circular* y longitud L es flexionada en un mismo plano manteniendo fijo un extremo fijo, mientras que el otro extremo se encuentra bajo la acción de una fuerza $\mathbf{f}$

   (a) *perpendicular* a la dirección original de la varilla, y

   (b) *paralela* a la dirección original de la varilla.
   Determinar en cada caso:

      i. La ecuación paramétrica que da la forma de la varilla, esto es $x(\theta)$ e $y(\theta)$ donde θ es ángulo que forma la tangente a la curva (varilla) con alguno de los ejes coordenados.

      ii. La ecuación que permite calcular la deflexión θ_0 en el extremo de la varilla.

2. Una varilla de *sección circular* y longitud L es flexionada por la acción de una fuerza $\mathbf{f}$ aplicada en su centro y perpendicular a su longitud. Los extremos se mantienen apoyados sobre dos soportes separados una distancia L_0.

   (a) Determinar la ecuación paramétrica que da la forma de la varilla, esto es $x(\theta)$ e $y(\theta)$ donde θ es ángulo que forma la tangente a la curva (varilla) con un eje perpendicular a la dirección de la varilla en un soporte.

   (b) Hallar la ecuación integral que da el ángulo θ_0 en los soportes entre la normal a la varilla y la horizontal como función de $\mathbf{f}$.

3. Una varilla de *sección circular* es sujeta a torsión con un ángulo de torsión por unidad de longitud τ, y enrollada en una espiral de radio R. El paso de la espriral es $h = 2\pi R \tan\alpha$, donde α es la inclinación de las espiras respecto de un plano perpendicular al eje de la espiral (plano xy). Escribir la ecuación de la espiral en coordenadas cilíndricas tomando al eje de la espiral como el eje z.

   (a) Mostrar que las componentes F_x y F_y de las fuerza internas son nulas, y calcular F_z.

   (b) Mostrar que la componente M_r del momento flector es nula, y calcular M_z y M_θ.

   La fuerza $(0, 0, F_z)$ y el momento $(0, M_\theta, M_z)$ deben aplicarse en los extremos de la varilla para mantenerla en ese estado.

4. Un cable flexible está suspendido entre dos puntos bajo la acción de un campo gravitacional. Suponer que la resistencia a la flexión puede despreciarse en comparación con la resistencia la extensión (cable inextensible). La condición es que $EI \ll qL^3$, donde q es la masa por unidad de longitud y L es la longitud del cable.

   (a) Determinar la forma del cable mediante una solución del tipo $y(x)$.

5. Una varilla de longitud L es flexionada por la acción de su propio peso. Suponiendo que *la deflexión es pequeña*, determinar la forma de la varilla $\zeta(z)$ cuando:

   (a) ambos extremos están fijos,

   (b) ambos extremos están apoyados,

   (c) un extremo fijo ($z = L$) y el otro apoyado,

   (d) un extremo fijo ($z = 0$) y el otro libre.

   La fuerza externa $\mathbf{K}$ es el peso q por unidad de longitud en dirección perpendicular a la varilla, y está uniformemente distribuída.

6. Una varilla de longitud L es flexionada por una fuerza $\mathbf{f}$ aplicada perpendicularmente en su punto medio. Suponiendo que *la deflexión es pequeña*, determinar la forma de la varilla $\zeta(z)$ cuando:

(a) ambos extremos están fijos, y

(b) ambos extremos están apoyados.

Notar que ζ''' es discontínua en $z = L/2$ y que el valor de la discontinuidad depende de $\mathbf{f}$.

7. Una varilla de longitud L posee un extremo empotrado ($z = 0$) y el otro libre ($z = L$) . La flexión es producida por una fuerza concentrada $\mathbf{f}$ aplicada en el extremo libre. Suponiendo que *la deflexión es pequeña*, determinar la forma de la varilla $\zeta(z)$. Notar que ζ''' es constante a lo largo de toda la varilla y que su valor depende de $\mathbf{f}$

8. Una varilla de longitud L es flexionada por la acción de una cupla $\mathbf{M}$ aplicada en su punto medio. Suponiendo que *la deflexión es pequeña*, determinar la forma de la varilla $\zeta(z)$ cuando:

   (a) ambos extremos están fijos, y

   (b) ambos extremos están apoyados.
   Notar que ζ''' es constante a lo largo de toda la varilla, pero que ζ'' es discontínua en $z = L/2$.

9. Una varilla de longitud L es flexionada por la acción de una cupla $\mathbf{M}$ aplicada en su extremo libre ($z = L$), mientras el otro extremo ($z = 0$) se encuentra empotrado. Suponiendo que *la deflexión es pequeña*, determinar la forma de la varilla $\zeta(z)$. Notar que ζ'' es constante a lo largo de toda la varilla.

10. Una varilla de longitud L es flexionada por la acción de una fuerza $\mathbf{f}$ aplicada perpendicularmente en su punto medio, y también es *tensada* por una fuerza longitudinal T.

    (a) Suponiendo que *la deflexión es pequeña*, determinar la forma de la varilla $\zeta(z)$.

    (b) Verificar que para $T \ll EI$, la función $\zeta(z)$ tiende a la solución del problema 6b. En cambio, si $T \gg EI$, entonces $\zeta(z)$ tiene la forma asintótica de dos rectas que se cortan en el punto medio.

    (c) Hallar la fórmula que permite obtener la fuerza tensante T en el caso en que ésta se debiera al estiramiento de la varilla por efecto de la fuerza transversal $\mathbf{f}$.