MECÁNICA DEL CONTÍNUO

Práctico 3: Deformaciones con simetría radial esférica o cilíndrica

2005

1. Una varilla larga de longitud l se encuentra parada verticalmente en un campo gravitacional.

   (a) Hallar las componentes del tensor de los esfuerzos σ_{ij}.

   (b) Hallar las componentes del tensor de deformación e_{ij}.

   (c) Hallar las componentes del campo de desplazamientos u_i.

2. Una esfera hueca de radio externo R_2 y radio interno R_1 se encuentra sometida a una presión interna p_1 y a una presión externa p_2.

   (a) Hallar la forma funcional de la componente radial del desplazamiento $\overline{u} = u_r\ \widehat{r}$.

   (b) Obtener las constantes de integración aplicando las condiciones de contorno adecuadas sobre la componente σ_{rr} del tensor de los esfuerzos σ_{ij}.

   (c) Calcular todas las componentes de σ_{ij} en coordenadas esféricas.

   (d) Analizar por separado los siguientes casos:

      i. $p_1 \neq 0$, $p_2 = 0$ (cascarón presurizado internamente),

      ii. $p_1 = 0$, $p_2 \neq 0$ (cascarón presurizado externamente),

      iii. $R_2 - R_1 = h \ll R_1$ (cascarón delgado),

      iv. $p_1 = 0$, $p_2 \neq 0$, $R_2 \to \infty$ (cavidad esférica vacía en un medio infinito).

3. Una esfera maciza de radio R se encuentra bajo la acción de su propio campo gravitacional.

(a) Expresar el campo gravitacional dentro de la esfera.

(b) Hallar el campo de desplazamiento radial u_r obteniendo las constantes de integración a partir de las condiciones de contorno sobre los esfuerzos.

(c) Ubicar las regiones de compresión ($e_{rr} < 0$) y de expansión ($e_{rr} > 0$).

(d) Obtener el radio de máximo desplazamiento $r_{u_{\max}}$ como así también el valor de $u_{\max}$.

4. Un tubo cilíndrico de radio interno R_1 y radio externo R_2 se encuentra sometido a una presión interna p, siendo nula la presión externa. Se supone que la longitud del cilindro se mantiene constante, de modo que no hay deformación longitudinal ($e_{zz} = 0$).

   (a) Hallar la forma funcional de la componente radial del desplazamiento $\overline{u} = u_r\ \widehat{r}$, siendo $\widehat{r}$ perpendicular al eje del cilindro.

   (b) Obtener las constantes de integración aplicando las condiciones de contorno adecuadas sobre la componente σ_{rr} del tensor de los esfuerzos σ_{ij}.

   (c) Calcular todas las componentes de σ_{ij} en coordenadas cilíndricas. Nótese que σ_{zz} no es nulo a pesar de la simetría cilíndrica y de que $e_{zz} = 0$.

   (d) Analizar por separado los siguientes casos:

      i. $R_2 - R_1 = h \ll R_1$ (caño de pared delgada),

      ii. $R_2 \to \infty$ (cavidad cilíndrica presurizada en un medio infinito).

5. Determinar la deformación de un cilindro que gira uniformemente alrededor de su eje.

   (a) Obtener la forma de la fuerza de volumen ($\overline{F} = \rho\overline{G}$) a la que se ve sometido el cilindro.

   (b) Hallar la forma funcional de la componente radial del desplazamiento $\overline{u} = u_r\ \widehat{r}$, siendo $\widehat{r}$ perpendicular al eje del cilindro.

   (c) Obtener las constantes de integración aplicando las condiciones de contorno adecuadas sobre la componente σ_{rr} del tensor de los esfuerzos σ_{ij}.

(d) Hallar el campo de desplazamiento radial u_r.

6. Una esfera de radio R es calentada no uniformemente con una distribución de temperaturas esféricamente simétrica $T(r)$. La temperatura y el esfuerzo radial en la superficie son nulas ($T(R) = 0$ y $\sigma_{rr}(R) = 0$).

    (a) Obtener el desplazamiento radial $u_r(r)$ que se origina en la esfera.

7. Idem para un cilindro calentado no uniformemente y con una distribución axialmente simétrica de temperatura.