MECÁNICA DEL CONTÍNUO

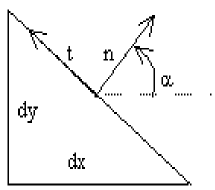
Práctico 2: Esfuerzos y deformación

2005

1. Una placa delgada está cargada con fuerzas aplicadas en su contorno, paralelas al plano xy de la placa y distribuídas uniformemente en su espesor. Dado que las caras de la placa están libres de esfuerzos, las componentes σ_{zz}, σ_{xz}, σ_{yz} son nulas sobre ambas caras y debido a la supuesta delgadez de la placa, también son nulas en el interior de la misma. Este estado de tensión es conocido como *estado tensional plano*.

   a) Considerando un elemento material rectangular de dimensiones (dx, dy) y requiriendo que su aceleración angular no diverja, demostrar que $\sigma_{xy} = \sigma_{yx}$.

   b) Calcular los esfuerzos normal Σ_n y tangencial Σ_t que actúan sobre la cara inclinada del elemento material prismático de la figura.



   c) Determinar los posibles valores de α para los cuales Σ_t se anula (estas direcciones corresponden a los ejes principales).

   d) Obtener las componentes del tensor de los esfuerzos en el sistema de ejes principales en términos de sus componentes originales, denominando λ_1 y λ_2 a los elementos de la diagonal (problema de autovalores).

e) Mostrar que si se grafica Σ_t vs. Σ_n considerando al ángulo polar θ como parámetro, se obtiene un círculo de radio $(\lambda_1 - \lambda_2)/2$ centrado en $((\lambda_1 + \lambda_2)/2, 0)$.

f) Hallar los valores máximos y mínimos de Σ_t y Σ_n, y determinar para que valores de θ se obtienen estos extremos.

2. Interpretar geométricamente las componentes del tensor de deformación e_{xx}, e_{yy} y e_{xy} para una deformación infinitesimal plana.

3. Sea un prisma elemental de espesor unitario, lados dx, dy y diagonal ds cuya dirección forma con el eje x un ángulo α. Si e_{xx}, e_{yy} y e_{xy} son las deformaciones específicas en las direcciones x e y, y la deformación angular de dos elementos en dichas direcciones, hallar:

   a) la deformación específica correspondiente a la dirección de la diagonal ds, y

   b) distorsión angular correspondiente.

4. Demostrar que entre los elementos lineales que pasan por el punto (x, y) aquellos en los que se da la máxima y mínima rotación son los paralelos y perpendiculares a la dirección determinada por θ, donde θ cumple:

$$tg\,(2\theta) = \left(\frac{\partial u_y}{\partial y} - \frac{\partial u_x}{\partial x}\right)\left(\frac{\partial u_x}{\partial y} + \frac{\partial u_y}{\partial x}\right)^{-1}$$

5. *Elipsoide de Lamé para $\overline{\Sigma}$:* Mostrar que en el sistema de ejes principales el vector esfuerzo $\overline{\Sigma}$ se encuentra circunscripto a un elipsoide cuyos radios son los esfuerzos principales λ_1, λ_2 y λ_3.

6. *Cuádrica de Cauchy para Σ_n:*

   a) Mostrar que el valor del esfuerzo normal Σ_n aplicado sobre una superficie de normal $\widehat{n}$ queda determinado por el módulo del radio vector $\overline{r}$ orientado según $\widehat{n}$ y que une el punto de aplicación con la superficie de la cuádrica,

$$\sigma_{ij} x_i x_j = \pm 1$$

   donde

$$x_i = \frac{n_i}{\sqrt{|\Sigma_n|}}.$$

b) Mostrar que la normal $\widehat{N}$ a la cuádrica es paralela al esfuerzo $\overline{\Sigma}$ aplicado en la superficie de normal $\hat{n}$.

c) En el sistema de ejes principales, analizar el significado de cada una de las posibles cuádricas que se pueden tener (esfera, elipsoide e hiperboloide).

7. *Deformaciones superficiales:* Las deformaciones longitudinales se suelen medir utilizando extensómetros de resistencia eléctrica. Éstos consisten en resistencias eléctricas embebidas en un soporte aislante que es pegado a la superficie. Cuando la superficie se deforma, la resistencia varía y, entonces, la deformación resulta proporcional a la variación de corriente.

   a) Si con este método se conocen las deformaciones según tres direcciones (dos de ellas perpendiculares entre sí), plantear el sistema de ecuaciones que permite calcular las deformaciones principales e_1, e_2 y la dirección θ de un eje principal respecto de alguna de las direcciones dadas.