

Modelos de Reemplazo

Investigación Operativa I
Facultad de Ciencias Exactas
UNCPBA
Año 2012

Informática de Gestión

Objeto y Clasificación

Política óptima que debe seguirse en lo relacionado a elementos que se desgastan, que pierden eficiencia o que están sujetos a fallas o muerte.

Los modelos se pueden agrupar en:

- Modelos de reemplazo de elementos que se desgastan comprendiendo aquellos que pierden eficiencia frente al proceso de evolución técnica.
- Modelos de elementos que están sujetos a falla o muerte.

Informática de Gestión

Modelos de reemplazo de elementos que se deterioran

- Los elementos que se deterioran deben ser sometidos a reparaciones, generalmente cada vez de un costo mayor, a medida que transcurre el tiempo de uso.
Ej: computadoras, equipos eléctricos, etc.



- El problema consiste en un balance entre el costo derivado de la adquisición de un nuevo equipo y el costo de mantenimiento de la eficiencia del equipo existente o del costo originado por la pérdida de su eficiencia.

Informática de Gestión

Modelos de reemplazo de elementos que se deterioran

- Modelos
 - CTP
 - CAE
 - Funciones continuas
 - Incremento lineal
 - Incremento n^k

- Se fija como óptima la política que minimice el valor actual de todos los costos futuros que estén en relación con las diversas políticas de reemplazo proyectadas.
- Se designa como valor actual al capital necesario, en el momento en que se realiza la decisión, para que aplicado a interés compuesto con una tasa especificada, permita realizar la inversión necesaria para el mantenimiento dentro de un plazo perfectamente fijado.

Informática de Gestión

Valor Presente

- El valor presente (descontado) de un peso del año n es lo que se tiene que invertir ahora para que, creciendo con una tasa anual de $i\%$, se convierta en un peso al final del año n .
- Así si dentro de n años el costo anual de mantenimiento es C_n , el valor actual de este capital es:

$$\frac{C_n}{(1+i)^n} = A_n$$

Pues:

$$C_n = A_n * (1+i)^n$$

Informática de Gestión

Ejemplo numérico:

- Ejemplo: consideramos una política de adquisición de máquinas A y B del mismo tipo, pero de costos diferentes a lo largo del tiempo, además de tener diferente inversión inicial. En este caso en el período 1 se incluye la inversión inicial más gastos de operación y mantenimiento. Los gastos de operación y mantenimiento son pagados al inicio del período respectivo.

Año	Máquina A	Máquina B
1	70.000	95.000
2	15.000	5.000
3	20.000	10.000
4	30.000	30.000
5	50.000	45.000
Total	185.000	185.000

Informática de Gestión

Ejemplo numérico:

- Se fija una tasa de interés $i = 0.1$ anual debida a factores inflacionarios (por ejemplo). Por lo tanto se construye la tabla de los valores actuales basada en los datos de la tabla anterior:

Año	$I_n = (1+i)^{n-1}$	Máquina A	Máquina B
1	1	70.000	95.000
2	1.1	13.636	4.545
3	1.21	16.529	8.264
4	1.331	22.539	22.539
5	1.464	34.151	30.736
Total		156.855	161.085

Nos da una diferencia de \$ 4229 a favor de la adquisición de la máquina A

Informática de Gestión

Modelos de reemplazo de elementos que se deterioran

Costos asociados a un problema de reemplazo:

- Inversión (I): es el valor de la inversión inicial o costo de adquisición.
- Valor de reventa (T_n): valor de reemplazo en el período n.
- Costos de Operación (O_n): costos de mantener operando a la máquina, ej: consumo de lubricantes, energía eléctrica.
- Costos de Mantenimiento (M_n): mantenimientos en general y reparaciones del equipo en el período n.
- Los costos de operación y mantenimiento ($O_n + M_n$) constituyen una sucesión monótona creciente: $C_1 < C_2 < C_3 < \dots < C_n$
- Cada n períodos se efectúa la adquisición de un nuevo equipo, debemos determinar el n óptimo.

Informática de Gestión

Modelos de reemplazo de elementos que se deterioran: CTP

- Si no tenemos en cuenta el valor del dinero a lo largo del tiempo, usamos el costo anual promedio, para determinar el período en el cual es conveniente reemplazar.
- Calcula el promedio anual de la inversión del nuevo equipo menos el valor de la reventa del equipo anterior en el período n, mas los costos de operación y mantenimiento durante los n períodos.

Costo Total Promedio

$$CTP = \frac{1}{n} \left[I - T_n + \sum_{j=1}^n (O_j + M_j) \right]$$

Informática de Gestión

CTP: Reglas de reemplazo (casos sin interés)

- Existe un valor de n, que da lugar al período óptimo de reemplazo $CTP_{n-1} > CTP_n < CTP_{n+1}$
- Regla 1: Si la disminución del valor de reventa más los costos de operación y mantenimiento en el próximo período es mayor que el costo total promedio en el período actual es conveniente reemplazar (en el período n)

$$T_n - T_{n+1} + O_{n+1} + M_{n+1} > CTP_n$$

- Regla 2: Si la disminución del valor de reventa (depreciación) más los gastos de operación y mantenimiento del próximo período es menor que el CTP presente no conviene reemplazar (en el período n-1).

$$T_{n-1} - T_n + O_n + M_n < CTP_{n-1}$$

Informática de Gestión

CTP: Ejercicio de aplicación

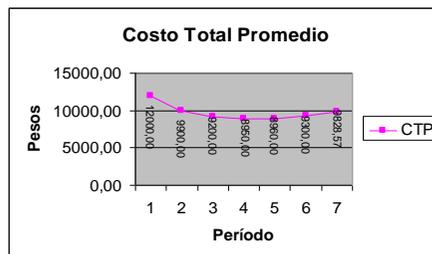
- Ejemplo:** Se desea determinar el período en el que debe reemplazarse un equipo cuya inversión inicial es de \$13000 y se tienen los siguientes costos y valores de reventa por período:

Periodo	Valor Reventa	Op + Mant	O+M acum.	CTP
1	6000	5000	5000,00	12000,00
2	4000	5800	10800,00	9900,00
3	3000	6800	17600,00	9200,00
4	2600	7800	25400,00	8950,00
5	2600	9000	34400,00	8960,00
6	2400	10800	45200,00	9300,00
7	2400	13000	58200,00	9828,57

Informática de Gestión

CTP: Ejercicio de aplicación

- Representación gráfica



Informática de Gestión

Modelos de reemplazo de elementos que se deterioran: CAE

- Si tenemos en cuenta el valor del dinero a lo largo del tiempo (tasa de interés), usamos el costo anual equivalente (CAE) para determinar el período en el cual es conveniente reemplazar.
- El criterio para decidir el reemplazo de un equipo por otro nuevo estará dado al comparar el costo anual equivalente del equipo nuevo con el costo marginal de seguir operando el equipo viejo por un período adicional.
- Permite conocer la vida útil económica de un equipo nuevo.
- Si el reemplazo se hace al final de n períodos, el CAE es el valor presente de todos los costos para n períodos, multiplicados por el factor de recuperación de capital.

$$VP_n = I - \frac{T_n}{(1+i)^n} + \sum_{j=1}^n \frac{O_j + M_j}{(1+i)^j}$$

$$CAE_n = \left[I - \frac{T_n}{(1+i)^n} + \sum_{j=1}^n \frac{O_j + M_j}{(1+i)^j} \right] \frac{i(1+i)^n}{(1+i)^n - 1}$$

Donde i = tasa de interés compuesto
Si n es el intervalo óptimo de reemplazo: $CAE_{n+1} > CAE_n < CAE_{n-1}$

Informática de Gestión

CAE: Reglas de reemplazo (casos con interés)

- $CAE_n < T_n(1+i) - T_{n+1} + O_{n+1} + M_{n+1}$

Regla 1: si el CAE para n períodos es menor que la disminución del valor de reventa (depreciación) descontado más el costo de operación y mantenimiento para el (n+1) período, es económico reemplazar.

- $CAE_{n-1} > T_{n-1}(1+i) - T_n + O_n + M_n$

Regla 2: si el CAE para (n-1) períodos de utilización es mayor que la disminución del valor de reventa descontado más el costo de operación y de mantenimiento para el n-ésimo período, no es económico reemplazar.

Informática de Gestión

Modelo de aproximación mediante funciones continuas

- Este modelo usa un método de análisis mediante el cual la predicción de los gastos futuros se pueden aproximar a una función continua y calcular el n óptimo.
- Se calcula el costo total promedio según

$$CTP = \frac{I}{n} + \frac{n-1}{2}(O+M) + C_o + C_m$$

O, M: tasa de aumento del costo de operación/mantenimiento por período de tiempo, \$/año (se supone que aumentan linealmente los costos)
C_o=costo de operación en el primer año de servicio
C_m=costo de mantenimiento en el primer año de servicio
I = inversión

Informática de Gestión

Modelo de aproximación mediante funciones continuas

- La vida óptima de una máquina, es decir el n óptimo puede calcularse derivando el CTP con respecto a n:

$$\frac{\partial (CTP)}{\partial n} = -\frac{I}{n^2} + \frac{O+M}{2} = 0$$

$$n_{\text{óptimo}} = \left(\frac{2I}{O+M} \right)^{1/2}$$

Informática de Gestión

Modelo de aproximación mediante funciones continuas

- No siempre el costo de operación y mantenimiento aumenta linealmente.
- El método sugerido estima la función que representa el costo promedio de operación y mantenimiento y supone además que este costo es un producto directo del costo en el primer año y n^k.

$$CTP = \frac{I}{n} + (C_o + C_m)n^k$$

Informática de Gestión

Modelo de aproximación mediante funciones continuas

- K se selecciona para permitir el mejor ajuste del costo estimado de operación y mantenimiento.
- Ventaja: permite aplicar técnicas de análisis de sensibilidad
- La vida óptima de una máquina, es decir el n óptimo puede calcularse derivando el CTP con respecto a n:

$$\frac{\partial (CTP)}{\partial n} = -\frac{I}{n^2} + k * (C_o + C_m)n^{k-1} = 0$$

$$n_{\text{óptimo}} = \left[\frac{I}{k(C_o + C_m)} \right]^{\frac{1}{(k+1)}}$$

Informática de Gestión

Modelo de aproximación mediante funciones continuas: el efecto del valor k

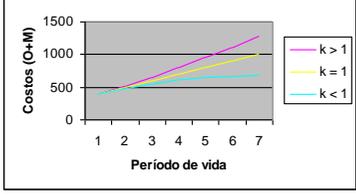


$k > 1$: costos de operación y mantenimiento que aumentan con el tiempo con una tasa creciente

$k = 1$: el costo de operación y mantenimiento aumenta con una tasa lineal

$k < 1$: costos de operación y mantenimiento que aumentan con una tasa decreciente

Esto depende de las propiedades del equipo y del medio ambiente.



Informática de Gestión