Importancia de la elasticidad del hilo en el péndulo simple

Experiencia de Laboratorio, Física Experimental I, 2008

Garcia, Daiana — *dana_e17@hotmail.com*

Larregain, Pedro — *pedrolarregain@yahoo.com*

Machado, Alejandro — *machado.alejandro@yahoo.com*

Departamento de Física, Facultad de Ciencias Exactas, UNICEN

Objetivos

En un trabajo de medición de la aceleración de la gravedad [1], se obtuvo un valor de ***g*** de (9.796 + 0.004) m/s^2 como resultado de una regresión lineal que mostró una ordenada al origen no nula. Esto último indicaría una posible subestimación en la medición de la longitud del péndulo utilizado o una sobrestimación en la medición del periodo. Si se considera como única fuente de error la longitud del péndulo, la subestimación de su medición habría sido aproximadamente 5 mm [1]. En dicho trabajo se le atribuyo esta subestimación en la medición de la longitud a la extensibilidad del hilo cuando se encuentra en movimiento, la cual no fue tenida en cuenta en el modelo considerado. En este informe se intenta demostrar de manera cuantitativa, la veracidad de esta suposición.

Introducción

En un movimiento circular como el del péndulo simple, las fuerzas que actúan sobre el cuerpo cumplen:

$$T - mg\cos\theta = \frac{mv^2}{L} \qquad (1)$$

Para calcular el módulo de la fuerza que actúa en el movimiento del péndulo simple, se supone que $\theta_0 \cong sen\theta$, aplicando la ecuación de M.A.S.:

$$X = A.\cos(\omega t) \qquad (2)$$

Donde X es el desplazamiento horizontal y A es la amplitud.

Sabiendo que $A = L.\theta_0$ y que $\omega = \sqrt{\frac{g}{L}}$ entonces, derivando la ecuación (2) se obtiene la velocidad para cada instante:

$$V = -\sqrt{\frac{g}{L}}.L.\theta_0.sen\left(\sqrt{\frac{g}{L}}.t\right) \qquad (3)$$

En donde $sen\left(\sqrt{\frac{g}{L}}.t\right) = 1$ cuando la velocidad es máxima, y la posición del péndulo coincide con la vertical.

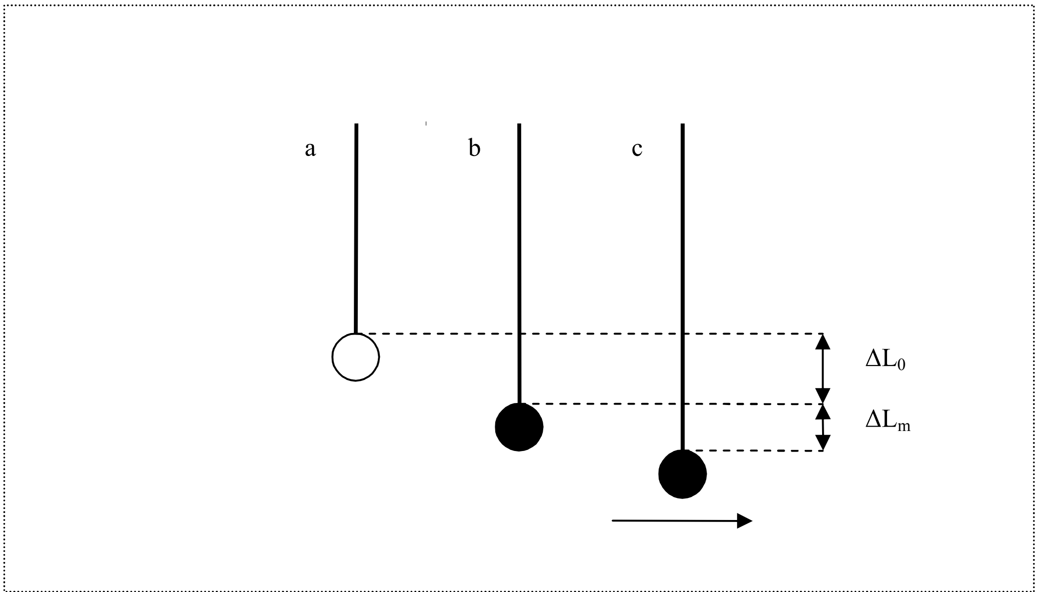
A partir de lo anterior se obtiene:

$$V_{\max} = \sqrt{g.L}.\theta_0 \qquad (4)$$

Si reemplazamos (4) en (1), obtenemos la tensión del hilo cuando el péndulo se encuentra oscilando:

$$T = mg(1+\theta_0^2) \qquad (5)$$

En el trabajo de la medición de la aceleración de la gravedad [1], se midió la longitud del hilo con *T= m.g*. En este trabajo se pretende medir la variación de la longitud del hilo cuando la variación de la tensión del mismo es $m.g.\theta_0^2$ con la finalidad de observar si esta variación justifica el defasaje de la ordenada al origen de la regresión lineal [1].



Fig,1. a) hilo sin el peso de la esfera, b) hilo con el peso de la esfera, c) hilo con el peso de la esfera y en movimiento. ΔL_0 es la variación de la longitud del hilo por el peso de la esfera y ΔL_m es la variación de la longitud del hilo por estar en movimiento.

Para obtener el valor de ΔL_m, se utiliza la ecuación del modulo de Young o de elasticidad [2]

$Y = \dfrac{\frac{F}{A}}{\frac{\Delta L}{L}}$ donde F es la fuerza de tensión, A es el área transversal del objeto, L su longitud inicial y ΔL su variación.

Se emplea la ecuación de deformación unitaria

$$\varepsilon = \frac{\Delta L}{L} = \frac{F}{A.Y} \quad (6)$$

Reemplazando la fuerza por $m.g.\theta_0^2$ obtenemos

$$\frac{\Delta L_m}{L} = \frac{mg}{AY}.\theta_0^2 \quad (7)$$

Entonces $$\Delta L_m = \varepsilon.\theta_0^2.L \quad (8)$$

Con estos fundamentos teóricos, se obtendrá el ΔL_m del péndulo del trabajo [1] para la longitud máxima utilizada en el mismo.

Procedimiento experimental

Se dispuso el péndulo utilizado en el trabajo [1] en su posición de reposo y se midió con una cinta métrica la longitud del hilo estirado por el peso de la esfera (*mg*). Luego se descolgó el péndulo, se lo colocó sobre una mesa extendiendo el hilo y se midió el mismo.

Aplicando la ecuación (6), se obtuvo el valor porcentual del estiramiento del hilo en cuestión (deformación unitaria). Luego se aplicó (8), y para establecer el caso más pesimista se utiliza a continuación la mayor longitud utilizada de hilo en el trabajo de la medición de la aceleración de la gravedad y se supuso que el estiramiento por el movimiento es el mismo en todo el recorrido del péndulo.

$$\Delta L_m = \varepsilon.\theta_0^2.L$$

Resultados

De la medición del hilo se obtuvo los siguientes datos:

Hilo sin el peso de la esfera (L): (147.5 $\pm$ 0.1) cm

Hilo con el peso de la esfera (L'): (153.1 $\pm$ 0.1) cm

$\Delta L_0 = L' - L = (5.6 \pm 0.2)$ cm

Utilizando (6) se obtiene ε = 0.038. Pudiendo expresarlo como una variación del 3.8 %.

Para el caso de la máxima longitud de péndulo 229.3 + 0.1 cm (longitud medida con el hilo ya estirado por la esfera), calculamos cuanto más se estirará estando el péndulo en movimiento.

Utilizando $\Delta L_m = \varepsilon.\theta_0^2.L`$

Siendo

ε = 3.8 %

θ= 5º = 0.087 rad

L`= (229.3 + 0.1) cm

Obtenemos un ΔL_m= 0.07 cm y realizando la propagación de error (en el anexo), obtenemos una incertidumbre de 0.004 cm.

Conclusiones

Observando la variación de la longitud del hilo del péndulo al estar en movimiento, se puede descartar la posibilidad de que esta variación introduzca un error considerable en dicha medición, ya que la misma es menor a la incertidumbre asociada a la resolución del instrumento con el que se mide la longitud del hilo. Esto indica que la subestimación efectuada en la experiencia, no se la puede atribuir a no haber considerado la extensibilidad del hilo en el modelo adoptado, lo que demuestra que no es necesario utilizar en el péndulo simple un hilo con mayor módulo de elasticidad.

Referencias

[1] Experiencia de Laboratorio, Garcia Daiana, Larregain Pedro, Machado Alejandro, Física Experimental I, 2008 “Medición de la aceleración de la gravedad”

[2] Physics For Scientists And Engineers, Serway , *Editorial* THOMSON INTERNATIONAL Sexta edición, Capítulo 12 “Equilibrio estático y elasticidad”.

Propagacion de errores

$$\Delta L_m = \varepsilon.\theta_0^2.L`$$

ΔL`= 0.1 cm

$$\Delta\varepsilon = \left(\frac{\Delta(\Delta L)}{(\Delta L)} + \frac{\Delta L}{L}\right).\varepsilon = 0.001$$

$$\Delta\frac{L1}{L2} = \left(\frac{\Delta L1}{L1} + \frac{\Delta L2}{L2}\right).\frac{L1}{L2} = 0.0004$$

$$\Delta arctg\frac{L1}{L2} = \frac{\partial arctg\frac{L1}{L2}}{\partial\frac{L1}{L2}}.\Delta\frac{L1}{L2} = 0.0004$$

$$\Delta(\Delta L_m) = \sqrt{\left(\frac{\partial\varepsilon.\theta_0^2.L`}{\partial\varepsilon}\right)^2.(\Delta\varepsilon)^2 + \left(\frac{\partial\varepsilon.\theta_0^2.L`}{\partial L`}\right)^2.(\Delta L`)^2 + \left(\frac{\partial\varepsilon.\theta_0^2.L`}{\partial arctg\frac{L1}{L2}}\right)^2.\left(\Delta\partial arctg\frac{L1}{L2}\right)^2} = 0.004 \text{ cm}$$