Aceleración de la gravedad

Péndulo simple

Biera, Adriana

Huck, Gabriel

Palermo, Pedro

Adribiera@hotmail.com

Huck_gabriel@hotmail.com

Pedro_leon44@hotmail.com

Física Experimental I – Octubre de 2006- Facultad de Cs. Exactas- Universidad Nacional del centro de la Provincia de Buenos Aires- Tandil- Buenos Aires- Argentina

Resumen

La aceleración de la gravedad g es la aceleración con la cual un cuerpo cae cuando la única fuerza que actúa sobre él es su propio peso. En la presente experiencia se determinó el valor de g en Tandil a partir de la medición del periodo de un péndulo simple. Su valor fue de 9.7 $m.s^{-2}$ con un error del 2%.

Introducción

El fenómeno de la caída de un cuerpo se produce debido a la fuerza de gravedad o peso del mismo, que es la fuerza con la cual el planeta tierra atrae a los cuerpos cercanos a su superficie .Cuando el peso es la única fuerza presente, el cuerpo cae con una aceleración *g,* la aceleración de la gravedad.

En la superficie de la Tierra el valor de esta aceleración, que se indica con la letra g (del orden de 9,81$m.s^{-2}$), sería igual en cualquier punto si el globo fuese perfectamente esférico y si la fuerza centrífuga debida a la rotación terrestre, que tiene como efecto una disminución de la fuerza de atracción gravitacional, tuviera en cualquier parte el mismo valor. Al no verificarse estas dos condiciones, g varía ligeramente de un lugar a otro [1].

El físico y astrónomo italiano Galileo, estableció que el período de la oscilación de un péndulo de una longitud dada, puede considerarse independiente de su amplitud, teniendo en cuenta ciertas restricciones (y como el movimiento del mismo depende de la gravedad y su periodo varía con la localización geográfica), un péndulo permite determinar con precisión la aceleración local de la gravedad [2].

El péndulo simple está constituido por una cuerda de longitud l y una masa m suspendida de un punto fijo *O* (ver figura 1) [1].

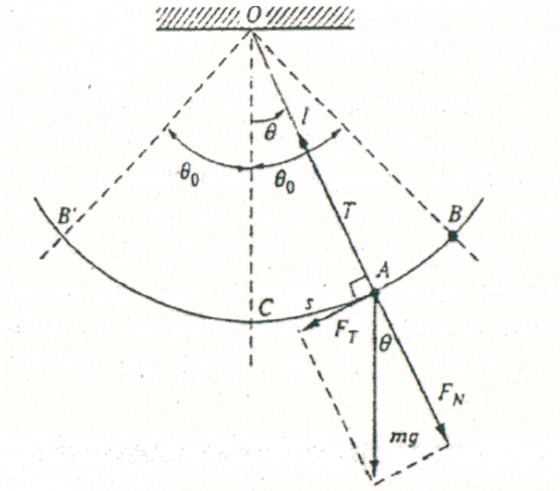

Figura 1: Péndulo Simple

El cuerpo en el extremo del péndulo se mueve en un arco de círculo de radio $l = OA$. Las fuerzas que actúan sobre él son su peso *m**g*** y la tensión **T** a lo largo de la cuerda. La componente tangencial de la fuerza resultante es:

$$F_T = -mg.sen\theta \qquad (1)$$

donde el signo menos se debe a que la fuerza se opone al desplazamiento *s = CA*. La ecuación del movimiento tangencial es $F_T = ma_T$, donde a_T es la aceleración tangencial. Como el cuerpo se mueve a lo largo de una circunferencia de radio l, tenemos que:

$$a_T = l\frac{d^2\theta}{dt^2} \qquad (2)$$

Teniendo en cuenta lo anterior, la ecuación para el movimiento tangencial es:

$$ml\frac{d^2\theta}{dt^2} = -mg.sen\theta \qquad (3)$$

o

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{g}{l}sen\theta = 0 \qquad (4)$$

Si la amplitud del ángulo inicial, θ_0, es pequeña, entonces será $\mathrm{sen}\,\theta \approx \theta$, así:

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{g}{l}\theta = 0 \qquad (5)$$

En este caso, su posición en todo instante será:

$$\theta = \theta_0 \cos(\omega t + \alpha) \tag{6}$$

siendo α en ángulo de fase inicial del movimiento.

La frecuencia angular del movimiento será $\omega^2 = \dfrac{g}{l}$.

Sabiendo que el período $T = \dfrac{2\pi}{\omega}$, finalmente, puede ser expresado como:

$$\boxed{T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}} \tag{7}$$

Procedimiento

Se colgó del techo del laboratorio un cuerpo cilíndrico (base x altura = 43.92 x 25.30 mm^2 medido con un calibre digital estándar) mediante un hilo inextensible, de tres longitudes diferentes: $1{,}560 \pm 0{,}005\,\mathrm{m}$; $1{,}250 \pm 0{,}005\,\mathrm{m}$; $1{,}010 \pm 0{,}005\,\mathrm{m}$ como se observa en la figura 2. Dichas medidas fueron tomadas mediante una cinta métrica (de 5m) desde el extremo superior de la cuerda hasta el extremo inferior de misma, a las que posteriormente se les añadió la distancia desde el nudo hasta el centro de masa del cilindro. En cada caso se apartó el cuerpo de la vertical un ángulo de 3° y se lo dejó oscilar. Para obtener el valor del ángulo se realizaron 3 pruebas preliminares, dejando oscilar el péndulo y tomando 5 mediciones del período del mismo. Se eligió aquel en el cual el péndulo no presentaba movimientos elípticos y vibraciones.

Se medió el período T de las primeras 10 oscilaciones mediante un fotosensor (Pasco ME-9204B) conectado a un interfaz de adquisición que transmitía los datos a una PC quedando registrados, por medio de un software (Science workshop 750 de Pasco Scientific).

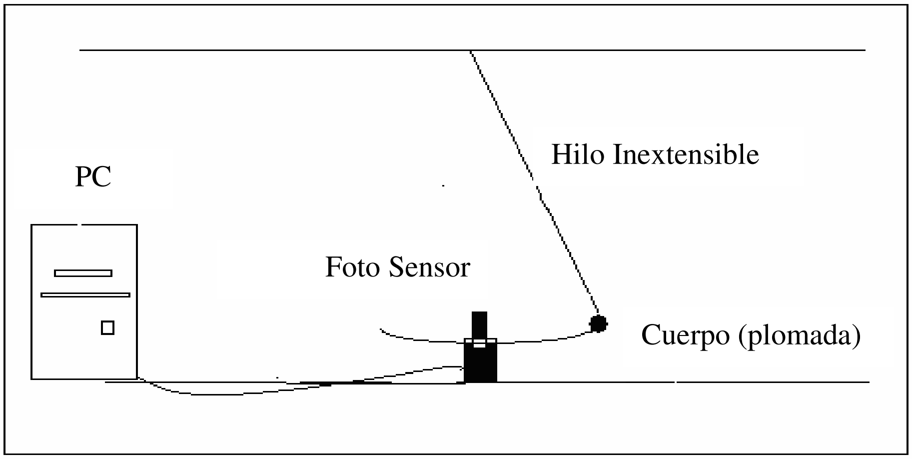

Figura 2: montaje del experimento

Para una longitud dada del péndulo el fotosensor mide el tiempo que tarda el mismo en realizar un número de oscilaciones completas (hay que asegurarse que el movimiento del péndulo se realiza en un plano y que no efectúa movimientos elípticos).

A partir de la representación gráfica de T^2 en función de l y teniendo en cuenta los valores obtenidos experimentalmente, se determinó g mediante una regresión lineal considerando la expresión:

$$T^2 = \frac{4\pi^2}{g} l \qquad (8)$$

Resultados

En la tabla siguiente se muestran los resultados obtenidos para las 10 mediciones de T correspondientes a los distintos valores de l. Se incluyen, también, los valores de T^2.

l (m)	$T[s]$	$T^2[\mathrm{s}^2]$
1.592 ± 0.005	2.520 ± 0.001	6.350 ± 0.005
	2.520	6.350
	2.521	6.355
	2.521	6.355
	2.520	6.350
	2.521	6.355
	2.521	6.355
	2.520	6.350
	2.521	6.355
	2.521	6.355
1.282 ± 0.005	2.244 ± 0.001	5.036 ± 0.004
	2.243	5.031
	2.244	5.036
	2.243	5.031
	2.243	5.031
	2.243	5.031
	2.243	5.031
	2.243	5.031
	2.243	5.031
	2.243	5.031
1.042 ± 0.005	2.030 ± 0.001	4121 ± 0.004
	2.032	4.129
	2.032	4.129
	2.030	4.121
	2.032	4.129
	2.032	4.129
	2.032	4.129
	2.032	4.129
	2.031	4.125
	2.031	4.125

En la Figura 3 se muestra T^2 en función de l

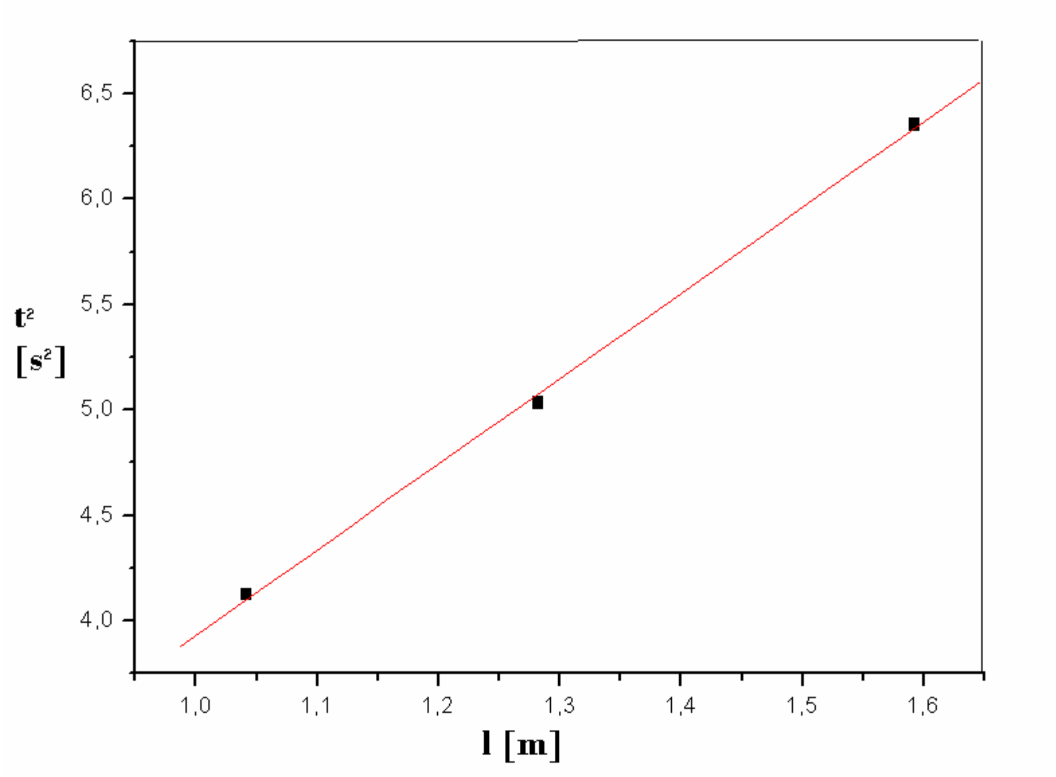

Figura 3 Regresión lineal

Aplicando la regresión lineal sobre T^2 vs. l, se obtienen los siguientes valores:

$\alpha = 4{,}05815$ $\sigma_\alpha = 0{,}02618$

$\beta = -0{,}1267$ $\sigma_\beta = 0{,}03468$

$r = 0{,}99942$

$\sigma = 0{,}03229$

Donde α es la pendiente de la recta, β la ordenada al origen, r coeficiente de regresión lineal (si $r = \pm 1$ la relación es lineal unívocamente entre ***l*** y **T²**), σ la desviación estándar y σ_α, σ_β las desviaciones estándar correspondientes a α y β respectivamente.

Se consideró como error absoluto de α a σ_α (desviación estándar de α)

A partir de α se obtuvo el valor de g mediante:

$$g = \frac{4\pi^2}{\alpha}$$

$$g = (9{,}7 \pm 0{,}2)\ \mathrm{m.s^{-2}}$$

la incertidumbre $\Delta d = \dfrac{\partial g}{\partial \alpha}\Delta\alpha = (-1)\dfrac{4\pi^2}{\alpha^2}\Delta\alpha$

Análisis de los resultados

El valor obtenido en esta experiencia para g fue de (9,7 ± 0,2) m.s^{-2}, lo que representa el intervalo 9,5 - 9,9 m. s^{-2}. En este intervalo también se encuentra el valor de la aceleración de la gravedad medidos con técnicas más precisas, 9,799165 m.s^{-2} [3]. Como resultado de la regresión lineal se obtuvo un valor negativo para β, lo que significa que la recta que mejor se ajusta a las observaciones tiene ordenada al origen no nula, lo cual no coincide con lo expresado por la ecuación (8). Esto significa que la gráfica esta desplazada hacia abajo o hacia la derecha con respecto al modelo expresado por dicha ecuación, lo cual indicaría que es posible que se este subestimando el valor de los periodos, o bien, sobreestimando los valores de las longitudes del hilo (o sea, se estaría cometiendo un error sistemático por defecto en el primer caso, o uno por exceso en el segundo caso).

El coeficiente de correlación lineal obtenido fue *r* = 0,99942 lo que pone de manifiesto que la relación entre $\mathbf{T^2}$ y ***l*** es lineal con muy buena aproximación.

Conclusiones

Se obtuvo que el valor de la aceleración de la gravedad es $g = (9{,}7 \pm 0{,}2)\ \mathrm{m.s^{-2}}$, valor aceptable si se tiene en cuenta que es cercano al valor medido con técnicas más precisas, y lo suficientemente exacto ya que el mismo se obtuvo con un 2 % de error porcentual.

Sin embargo, el resultado de la experiencia se podría mejorar si se realizan más mediciones, especialmente si se aumenta el número de longitudes de hilo utilizadas y se miden con más precisión las mismas.

Bibliografía

[1] Alonso-Finn, 1995, Adison-Wesley Iberoamericana, S.A., Wilmington, Daleware, E.U.A, Capítulo 10 “Movimiento Oscilatorio”

[2] Enciclopedia Microsoft Encarta 1999, Péndulo

[3] Información brindada por el Dr. A. Introcaso, Grupo de Geofísica del Instituto de Física de Rosario (IFIR)