

Trabajo de laboratorio:

Gravedad en Tandil

Integrantes:

Campo, Alejandra Viviana

De Bernardi, Maria

Mansilla, Estefanía Gisele

Cátedra:

Física Experimental

Profesores:

Etcheverry, Carlos

Santiago, Martín

Toscano, Osvaldo

Fecha de entrega:

16 de noviembre de 2006

Resumen

En este trabajo se estudia el movimiento de un cuerpo por un plano inclinado. Mediante el análisis de dicho movimiento se obtiene el valor de la aceleración de la gravedad g .

Introducción

Cuando un cuerpo se mueve en movimiento rectilíneo con aceleración constante, su posición x en función del tiempo t está dada por [1]:

$$x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2 \quad (1)$$

donde x_0 es la posición inicial, v_0 es la velocidad inicial y a es la aceleración.

Al deslizarse un cuerpo sin rozamiento por un plano inclinado con un ángulo θ respecto de la horizontal (ver Figura 1), sobre él actúan dos fuerzas: su propio peso $\vec{P} = m\vec{g}$ y la normal \vec{N} . La segunda ley de Newton queda expresada, en la dirección paralela al plano, con:

$$ma = mg \sin \theta$$

donde m es la masa del cuerpo.

De esta ecuación, se puede obtener que el movimiento ocurre con aceleración constante:

$$a = g \sin \theta \quad (2)$$

Por lo tanto, teniendo en cuenta (1) y (2), la posición del cuerpo estará dada por:

$$x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} g \sin \theta t^2 \quad (3)$$

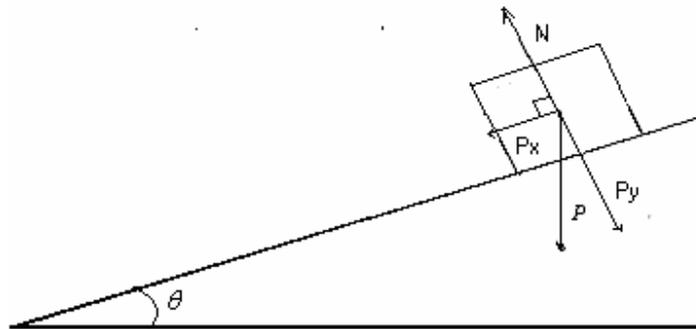


Figura 1

Si el cuerpo se desliza por el plano desde el reposo, entonces, $v_0 = 0$ y, si además se mide x desde dicha posición, tendremos:

$$x = \frac{1}{2} g \text{sen } \theta t^2 \quad (4)$$

o, lo que es lo mismo

$$t^2 = \frac{2}{g \text{sen } \theta} x$$

Puede verse que t^2 es una función lineal de x , es decir:

$$t^2 = \alpha x + \beta$$

con pendiente $\alpha = \frac{2}{g \text{sen } \theta}$ y ordenada al origen $\beta = 0$. De esta manera, si se miden distintos

pares de valores (t^2, x) , será posible calcular g a partir de la pendiente de la recta t^2 vs. x , mediante regresión lineal. De esta manera, si se mide el tiempo t que lleva a un cuerpo a recorrer cierta distancia x , es posible determinar g en un punto preciso del planeta: Tandil (Bs. As-Argentina).

Detalles experimentales

Elementos utilizados:

- Calibre
- Sensores Photogate Head (Pasco Scientific Model ME-9206A y ME-9215A)

- Metro
- Kit de Pasco Scientific compuesto por un riel de aire comprimido, su fuente de alimentación y un carrito (ver figura 2)



Figura 2

Se llevó a cabo el siguiente procedimiento:

- 1) Se montó el kit Pasco Scientific sobre una mesa del laboratorio.
- 2) Se niveló el riel de manera que quede horizontal. Para esto se observó que un carrito colocado sobre el riel (con el flujo de aire encendido) no se mueva en ninguna dirección preferencial.
- 3) Como la superficie sobre la que se montó el kit (la mesa de laboratorio) no se encontraba horizontal, se midieron las alturas h_1 y h_2 en cada extremo del riel ya nivelado, con el fin de determinar el apartamiento Δh de la superficie de la mesa con respecto de la horizontal. Luego, esta altura se utilizó para corregir las alturas con las que se calculó el ángulo θ de inclinación del riel.
- 4) Se elevó uno de los extremos de la barra, logrando así un ángulo de inclinación θ .
- 5) Se midieron las alturas de los extremos del riel con respecto a la mesa. Con éstas y la longitud total de riel ($L = 2$ m) se determinó $\text{sen}\theta$.
- 6) Se colocaron los sensores a una determinada distancia D_1 .
- 7) Se dejó deslizar el carrito desde el punto donde se encontraba el sensor superior, midiendo el tiempo t_1 que tardó en recorrer la distancia D_1 . Esta secuencia se repitió 10 veces.
- 8) Se repitieron los últimos dos últimos pasos para dos nuevas distancias entre los sensores: D_2 y D_3 , manteniendo el ángulo de inclinación θ constante.

Resultados

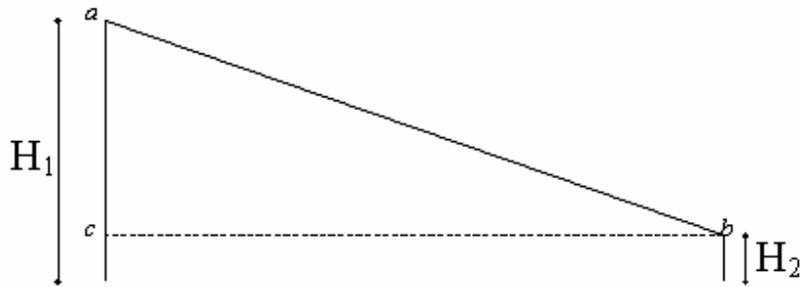
Como se dijo, colocando el riel en posición horizontal y midiendo la diferencia de alturas de ambos extremos del riel con respecto a la mesa, se determinó Δh , el desnivel de esta última con respecto a la horizontal, obteniéndose:

$$\Delta h = h_2 - h_1 = 0,0034 \pm 0,0002 \text{ m.}$$

Luego se inclinó el plano y se midieron las alturas de ambos extremos H_1 y H_2 y la distancia total L :

- $H_1 = 0,249 \pm 0,001 \text{ m}$
- $H_2 = 0,102 \pm 0,001 \text{ m}$
- $L = 2,000 \pm 0,001 \text{ m}$

Tomando en cuenta Δh se obtuvo $H_2' = 0,099 \pm 0,002 \text{ m}$.



A partir de H_1, H_2, L y Δh , fue posible calcular:

$$\text{sen}\theta = \frac{H_1 - (H_2 - \Delta h)}{L}$$

obteniéndose:

$$\text{sen}\theta = 0,075 \pm 0,002$$

La determinación de la incerteza de $\text{sen}\theta$, $\delta(\text{sen}\theta)$, se describe más adelante (ver sección *Cálculo de Error*).

El ángulo equivale a:

$$\theta = 4^{\circ}18'4'' \pm 0^{\circ}0'7''$$

Se utilizaron las siguientes distancias recorridas:

- $D_1 = 1,776 \pm 0,002 \text{ m}$ correspondiente al tiempo t_1
- $D_2 = 1,364 \pm 0,002 \text{ m}$ correspondiente al tiempo t_2

- $D_3 = 0,861 \pm 0,002$ m correspondiente al tiempo t_3

En la tabla siguiente se muestran los resultados obtenidos para las 10 mediciones de t correspondientes a D_1 , D_2 y D_3 . Se incluyen, también, los valores de t^2 , lo cual se justifica más adelante.

Nº medida	t_1 [s]	t_1^2 [s ²]	t_2 [s]	t_2^2 [s ²]	t_3 [s]	t_3^2 [s ²]
1	2,036±0,001	4,158±0,002	1,781±0,001	3,172±0,002	1,373±0,001	1,88513±0,002
2	2,039	4,158	1,781	3,172	1,373	1,88513
3	2,039	4,158	1,783	3,179	1,373	1,89338
4	2,036	4,145	1,783	3,179	1,373	1,88513
5	2,047	4,190	1,785	3,186	1,373	1,88513
6	2,036	4,145	1,794	3,218	1,373	1,88513
7	2,039	4,158	1,783	3,179	1,373	1,88513
8	2,036	4,145	1,783	3,179	1,373	1,88513
9	2,047	4,190	1,781	3,172	1,373	1,88513
10	2,043	4,174	1,781	3,172	1,373	1,88513

En la Figura 3 se grafica t^2 en función de D , siendo D la expresión general para las distancias recorridas:

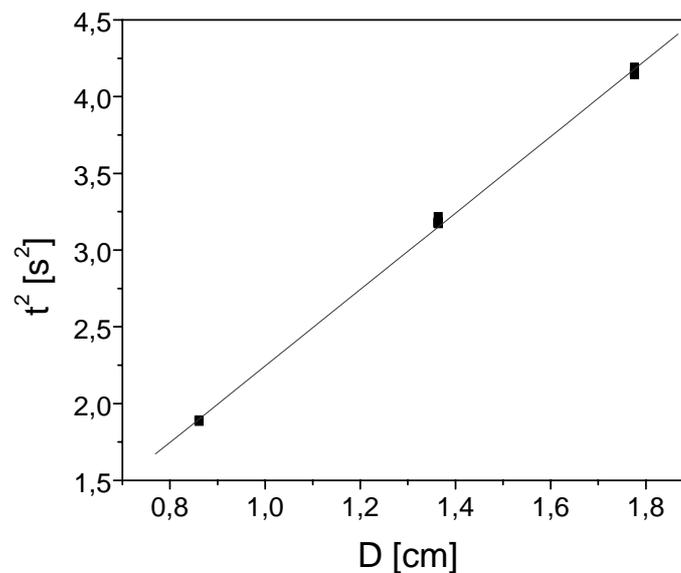


Figura 3

Aplicando la regresión lineal sobre t^2 vs D , se obtienen los siguientes valores de α y β :

$$\alpha = 2,49 \pm 0,02 \text{ s}^2/\text{m}$$

$$\beta = -0,25 \pm 0,02 \text{ s}^2$$

El error de α considerado fue $2\sigma_\alpha$, siendo σ_α la desviación estándar de α obtenida mediante la regresión lineal:

$$\sigma_\alpha = \frac{\sum (t_i^2 - \alpha D_i - \beta)^2}{30 - 2}$$

A partir de α se obtuvo:

$$g = \frac{2}{\alpha \text{sen} \theta} = 10.7 \pm 0.4 \text{ m/s}^2 = 10.7 \text{ m/s}^2 \pm 4\%$$

Cálculo de errores

➤ Error de $\text{sen} \theta$

$$\frac{\delta(\text{sen} \theta)}{\text{sen} \theta} = \frac{\delta(H_1 - H_2 + \Delta h)}{H_1 - (H_2 - \Delta h)} + \frac{\delta L}{L}$$

➤ Error relativo de g

$$\frac{\delta g}{g} = \frac{\delta \alpha}{\alpha} + \frac{\delta(\text{sen} \theta)}{\text{sen} \theta} = \frac{\delta \alpha}{\alpha} + \frac{\delta(H_1 + H_2 - \Delta h)}{H_1 - H_2 + \Delta h} + \frac{\delta L}{L}$$

Su porcentaje

$$\varepsilon_{\%g} = \frac{\delta g}{g} 100$$

➤ Error de g :

$$\delta g = g \left(\frac{\delta \alpha}{\alpha} + \frac{\delta(\text{sen} \theta)}{\text{sen} \theta} \right)$$

Análisis de los resultados

Puede verse que las dos fuentes principales de incertidumbre corresponden a α y a $\text{sen}\theta$. La primera podría disminuirse aumentando el número de mediciones n . Sin embargo, no tiene sentido que n sea mayor que $[\sigma / \delta(t^2)]^2 = 153,39$ [2]. En otras palabras, el número de mediciones para lograr el valor óptimo debería ser de aproximadamente 160 mediciones. Esto lleva a pensar que tomar menos cantidad de mediciones, resulta en una incertidumbre de g mayor, respecto de la utilizada normalmente.

Para reducir la incertidumbre correspondiente a $\text{sen}\theta$ es necesario disminuir la incerteza con las que se miden las alturas y la longitud del riel a partir de las cuales se calcula $\text{sen}\theta$.

Puede observarse que el valor obtenido para g , que en nuestro caso cae en un intervalo $10,3 - 11,1 \text{ m/s}^2$, es superior al medido con métodos más precisos: $9,799165 \text{ m/s}^2$ [3]. Esto implica que α está subvaluado. Puede observarse en la Figura 3 que existe un corrimiento en la recta hacia la derecha, debido a que la ordenada al origen tendría que ser $\beta \approx 0$ según la ecuación (4) mientras que nosotros obtenemos un valor negativo para β . Se pudieron identificar las siguientes fuentes de error: por un lado, la inestabilidad de la base del primer sensor, el cual vibraba en cada medición, por lo que los tiempos tomados pueden ser más pequeños que los tiempos reales para cada distancia medida; por otro lado, es posible que el valor de algunas distancias de recorrido se hayan determinado por exceso; también se puede ver que para la distancia más pequeña, que corresponde al tiempo t_3 , el error relativo es mayor que para las otras distancias, por lo que un cambio mínimo en D_3 se traduce en un cambio significativo en la recta de la gráfica.

También existen errores al azar cometidos por los experimentadores, estos pueden minimizarse respetando cuidadosamente el procedimiento.

Conclusión

A partir de este trabajo se puede concluir que se pudo llegar a un valor aproximado de g .

Se deduce de las ecuaciones utilizadas para el cálculo de la gravedad, que el seno del ángulo de inclinación del plano es inversamente proporcional a ésta, por lo tanto, un mínimo cambio en aquel transmite un cambio importante en g . Entonces, un error en la medición de θ conlleva un error mayor en los cálculos de la gravedad.

Al presentarse un desplazamiento en la gráfica (ver Figura 3), se concluye que en las mediciones se presenta un error debido a distancias o tiempos subestimados. Esto podría deberse a la inestabilidad en el sostén de los sensores y, también, a un error de paralaje en las medidas. Por lo tanto, existe un error sistemático en la medición.

Si se lograra mejorar tanto el procedimiento como las condiciones en que el experimento fue realizado, así como también lograr un óptimo trabajo por parte de los experimentadores, se podría obtener un resultado más exacto de g .

Bibliografía

[1] Física, parte I. Autores: Resnick, Robert; Holliday, David. Ed.: Continental, SA. 1976.

[2] Apuntes de teoría de la cátedra Física Experimental I, 2006.

[3] Información brindada por el Dr. A. Introcaso, Grupo de Geofísica del Instituto de Física Rosario (IFIR).