

# Estrategias Evolutivas

# Resumen de Estrategias Evolutivas

- Desarrolladas: Alemania en los 70s
- Pioneros: I. Rechenberg, H.-P. Schwefel
- Generalmente aplicadas a :
  - optimización numérica
- Características principales:
  - rápidas
  - buenas para optimización de valores reales
  - en comparación con otros AE hay (alguna) teoría
- Característica especial:
  - autoadaptación de parámetros

# Tableau tecnico

Representacion	Vectores reales
Recombinacion	Discreta o intermedia
Mutacion	Perturbacion Gausiana
Seleccion de padres	Uniforme al azar
Seleccion de sobrevivientes	$(\mu, \lambda)$ o $(\mu + \lambda)$
Especialidad	auto-adaptacion de los pasos de mutacion

# Ejemplo Introductorio

- Tarea: minimizar  $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$
- Algoritmo: “EE de dos miembros” usando
  - Vectores en  $\mathbb{R}^n$  como cromosomas
  - $|poblacion| = 1$
  - solo mutacion, crea un hijo
  - Seleccion “golosa”

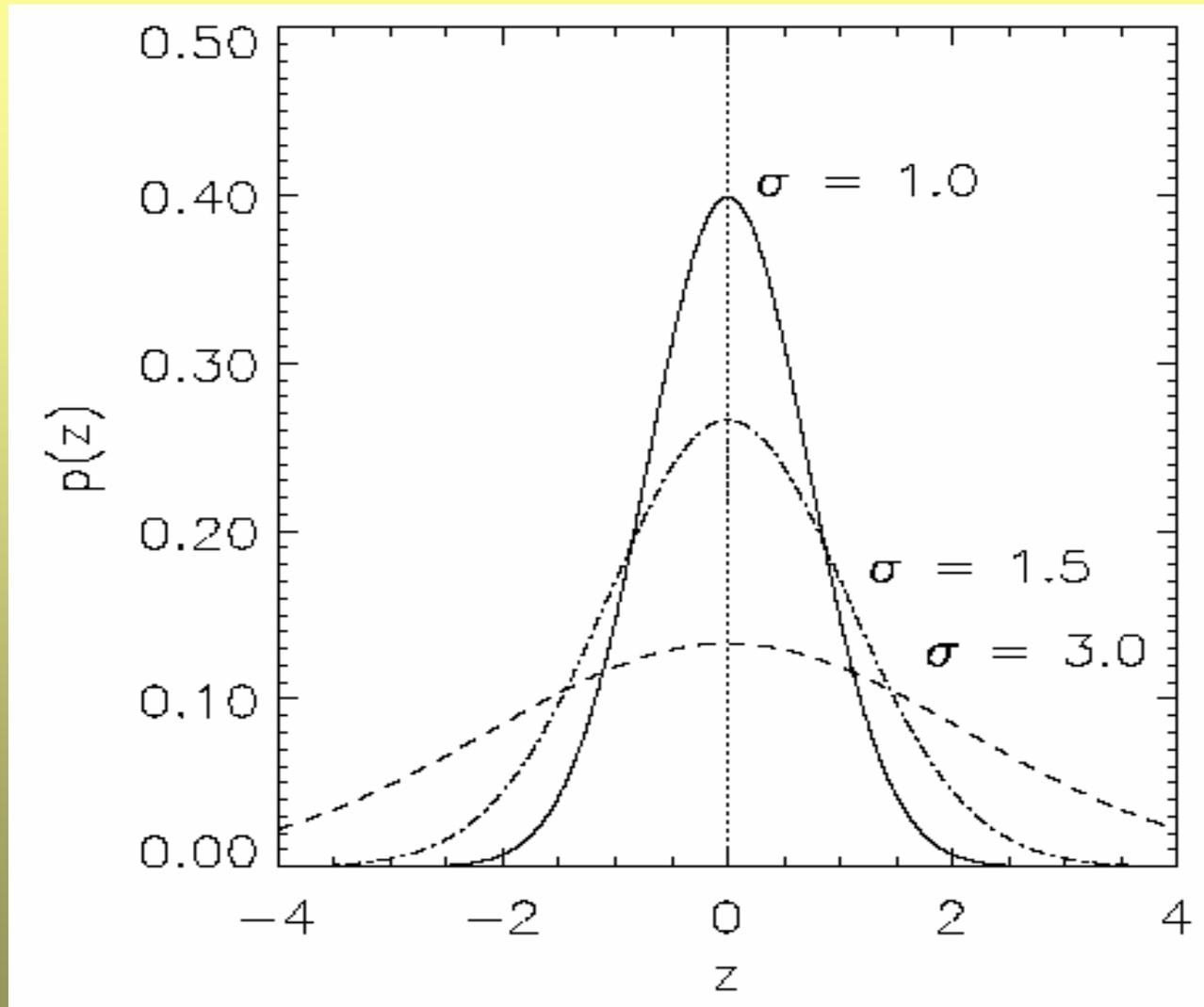
# pseudocodigo

- Setear  $t = 0$
- Crear designoid inicial  $x^t = \langle x_1^t, \dots, x_n^t \rangle$
- Repetir hasta (Cond *TERMIN.* satisfecha) hacer
- Tomar  $z_i$  de una distribucion normal para todo  $i = 1, \dots, n$
- $y_i^t = x_i^t + z_i$
- Si  $f(x^t) < f(y^t)$  Entonces  $x^{t+1} = x^t$ 
  - Sino  $x^{t+1} = y^t$
- Is
- Setear  $t = t+1$
- recah

# Mecanismo de Mutacion

- valores  $z$  tomados de una distribucion normal  $N(\xi, \sigma)$ 
  - esperanza  $\xi$  se pone a 0
  - varianza  $\sigma$  se llama el paso de mutacion
  - $\sigma$  varia on-line usando la regla “1/5 success rule”:
- Esta regla re-setea  $\sigma$  despues de  $k$  iteraciones asi:
  - $\sigma = \sigma / c$  si  $p_s > 1/5$
  - $\sigma = \sigma \cdot c$  si  $p_s < 1/5$
  - $\sigma = \sigma$  if  $p_s = 1/5$
- donde  $p_s$  es el % de mutaciones exitosas,  $0.8 \leq c \leq 1$

# La distribución normal

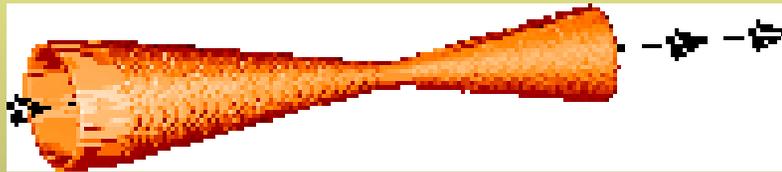


# Un Ejemplo Historico

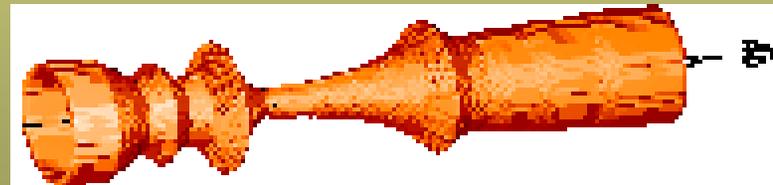
## Jet Nozzle

Tarea: optimisar la forma del jet nozzle

Enfoque: mutaciones randomicas de la forma + seleccion



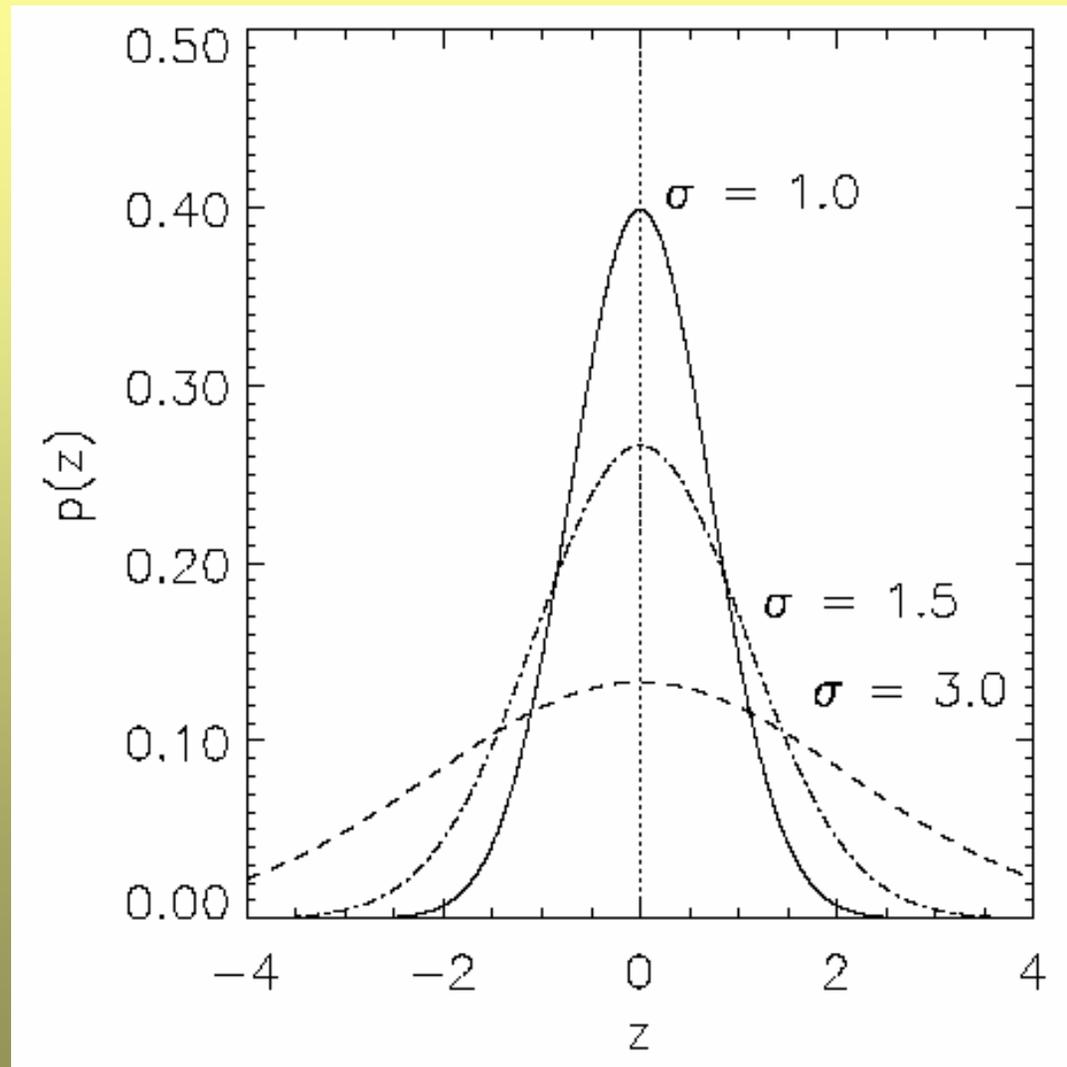
Forma inicial



Forma optimisada

# Operadores Geneticos: Mutaciones (2)

El caso  
unidimensional



# Representacion

- El cromosoma consiste de tres partes:
  - variables del designoide:  $x_1, \dots, x_n$
  - parametros de la estrategia:
    - Tamano de los pasos de mutacion:  $\sigma_1, \dots, \sigma_{n_\sigma}$
    - Direcciones de mutacion:  $\alpha_1, \dots, \alpha_{n_\alpha}$
- No siempre se usan todos los componentes
- Cromosoma completo:  $\langle x_1, \dots, x_n, \sigma_1, \dots, \sigma_n, \alpha_1, \dots, \alpha_k \rangle$
- donde  $k = n(n-1)/2$  (no. de pares  $i, j$ )

# Mutacion

- Mecanismo principal: cambiar valores al agregar ruido de una distribucion normal
- $x'_i = x_i + N(0, \sigma)$
- Idea clave:
  - $\sigma$  es parte del cromosoma  $\langle x_1, \dots, x_n, \sigma \rangle$
  - $\sigma$  tambien se muta a  $\sigma'$  (ver mas abajo)
- Entonces: el tamaño de la mutacion co-evolucionaria con la solucion

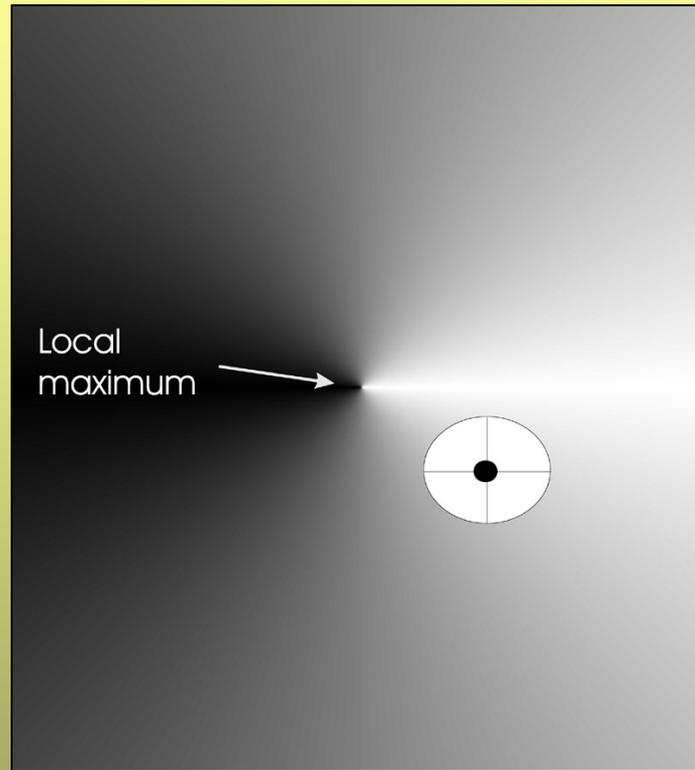
# Mutar $\sigma$ primero

- Efecto neto de mutacion:  $\langle x, \sigma \rangle \rightarrow \langle x', \sigma' \rangle$
- Orden es importante:
  - primero  $\sigma \rightarrow \sigma'$  (ver abajo)
  - despues  $x \rightarrow x' = x + N(0, \sigma')$
- Racional: nuevo  $\langle x', \sigma' \rangle$  es evaluatdo dos veces
  - Primero:  $x'$  es bueno si  $f(x')$  es bueno
  - Segundo:  $\sigma'$  es bueno si el  $x'$  que creo es bueno
- Cambiando el orden no funcionaria

# Mutacion sin correlacion con un $\sigma$

- Cromosomas:  $\langle x_1, \dots, x_n, \sigma \rangle$
- $\sigma' = \sigma \cdot \exp(\tau \cdot N(0,1))$
- $x'_i = x_i + \sigma' \cdot N(0,1)$
- Tipicamente “learning rate”  $\tau \propto 1/n^{1/2}$
- Con la condicion de borde  $\sigma' < \varepsilon_0 \Rightarrow \sigma' = \varepsilon_0$

# Mutantes con Chances Iguales

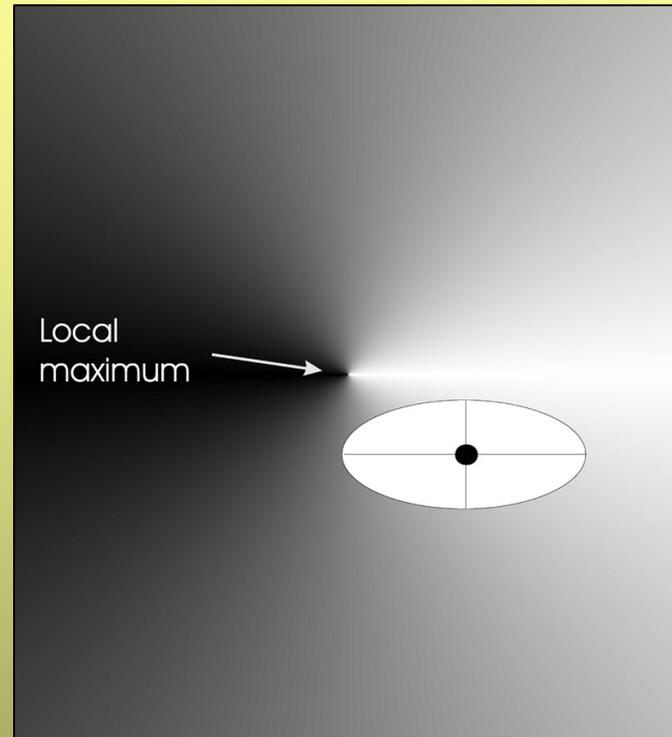


Circulo: los mutantes tienen las mismas chances de ser creados

# Mutacion sin correlacion con $n$ $\sigma$ 's

- Cromosomas:  $\langle x_1, \dots, x_n, \sigma_1, \dots, \sigma_n \rangle$
- $\sigma'_i = \sigma_i \cdot \exp(\tau' \cdot N(0,1) + \tau \cdot N_i(0,1))$
- $x'_i = x_i + \sigma'_i \cdot N_i(0,1)$
- Dos learning rates (parametros):
  - $\tau'$  learning rate global
  - $\tau$  learning rate por coordenada
- $\tau \propto 1/(2n)^{1/2}$  y  $\tau' \propto 1/(2n^{1/2})^{1/2}$
- y  $\sigma'_i < \epsilon_0 \Rightarrow \sigma'_i = \epsilon_0$

# Mutantes con Chances Iguales



Elipse:mutantes tienen las mismas chances de ser creados

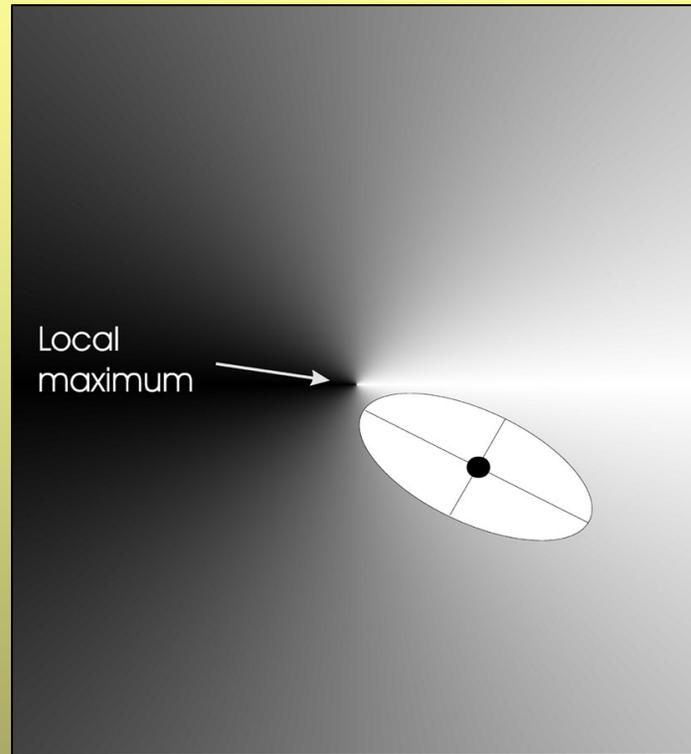
# Mutaciones Correlacionadas

- Cromosomas:  $\langle x_1, \dots, x_n, \sigma_1, \dots, \sigma_n, \alpha_1, \dots, \alpha_k \rangle$
- donde  $k = n \cdot (n-1)/2$
- y la matriz de co-varianza  $C$  se define como:
  - $c_{ii} = \sigma_i^2$
  - $c_{ij} = 0$  si  $i$  y  $j$  no estan correlacionadas
  - $c_{ij} = 1/2 \cdot (\sigma_i^2 - \sigma_j^2) \cdot \tan(2 \alpha_{ij})$  si  $i$  y  $j$  estan correlacionads
- Notar los indices de los  $\alpha$ 's

La mutacion entonces es mas complicada:

- $\sigma'_i = \sigma_i \cdot \exp(\tau' \cdot N(0,1) + \tau \cdot N_i(0,1))$
- $\alpha'_j = \alpha_j + \beta \cdot N(0,1)$
- $\mathbf{x}' = \mathbf{x} + N(\mathbf{0}, \mathbf{C}')$ 
  - $\mathbf{x}$  es el vector  $\langle x_1, \dots, x_n \rangle$
  - $\mathbf{C}'$  es la matriz de co-varianza  $\mathbf{C}$  despues de la mutacion de los valores  $\alpha$
- $\tau \propto 1/(2n)^{1/2}$  y  $\tau' \propto 1/(2n^{1/2})^{1/2}$  y  $\beta \approx 5^\circ$
- $\sigma'_i < \varepsilon_0 \Rightarrow \sigma'_i = \varepsilon_0$  y
- $|\alpha'_j| > \pi \Rightarrow \alpha'_j = \alpha'_j - 2\pi \text{sign}(\alpha'_j)$

# Mutantes con Chances Iguales



Elipse: mutantes con chances iguales de creacion

# Recombinacion

- Crea un hijo
- Actua por variable/posicion:
  - Promediando el valor de los padres, o
  - Seleccionando el valor de uno de los padres
- De dos o mas padres:
  - Usando dos padres para hacer un hijo
  - Seleccionando dos padres nuevos por cada variable

# Nombres de Recombinaciones

	Dos padres fijos	Dos padres nuevos por cada $i$
$z_i = (x_i + y_i)/2$	Intermediario local	Intermediario global
$z_i$ es $x_i$ o $y_i$ al azar	Local discreto	Global discreto

# Selección de Padres

- Padres son seleccionados por medio de una distribución uniforme
- En EE la selección de padres no es “biased”: todo individuo tiene las mismas probabilidades de ser seleccionado

# Selección de Sobrevivientes

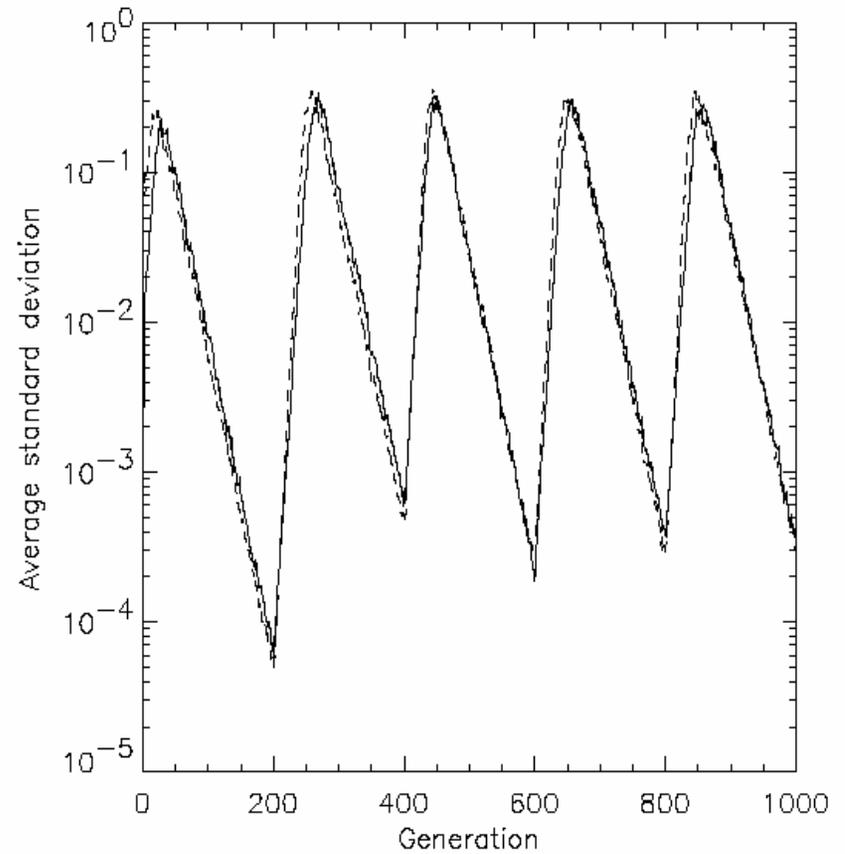
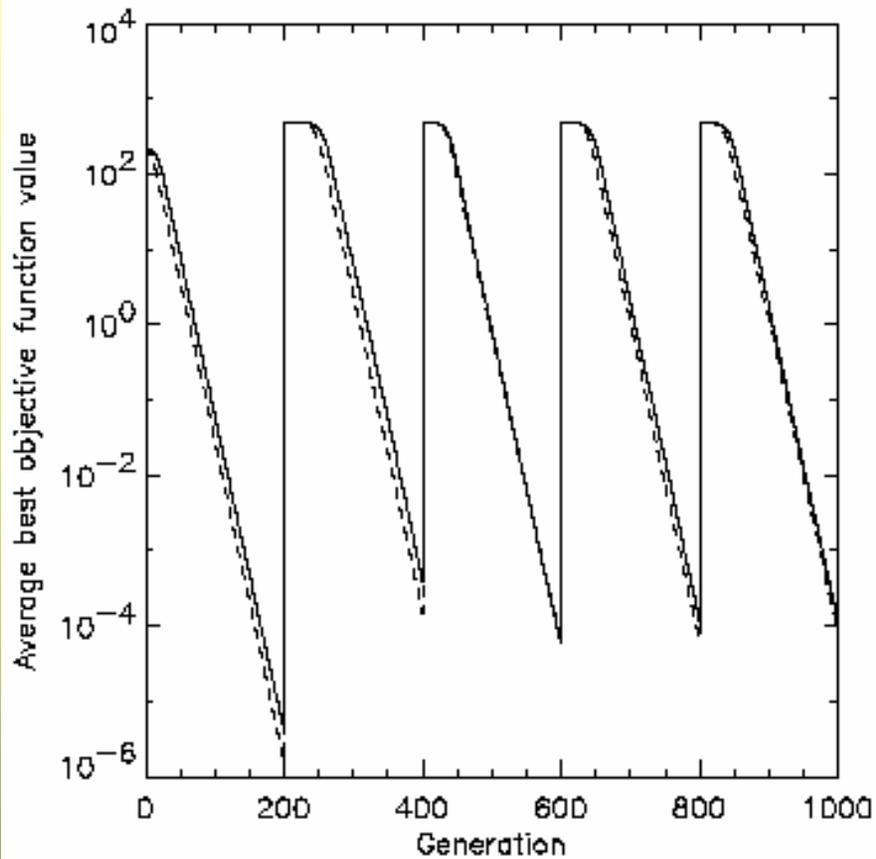
- Se aplica después de crear  $\lambda$  hijos a partir de  $\mu$  padres por mutación/recombinación
- Determinísticamente elimina el material malo
- La base de la selección es:
  - El conjunto de los hijos solamente, selección  $(\mu, \lambda)$
  - El conjunto de padres e hijos, selección  $(\mu + \lambda)$

# Selección de Sobrevivientes (2)

- $(\mu+\lambda)$  es una selección elitista
- $(\mu,\lambda)$  puede perder los mejores individuos
- $(\mu,\lambda)$  se prefiere a veces por:
  - puede escapar óptimos locales más fácilmente
  - puede seguir óptimos locales en problemas dinámicos
  - Usando la estrategia “+” valores malos de  $\sigma$  pueden sobrevivir mucho tiempo si  $\langle x,\sigma \rangle$  es muy bueno, esto es  $x$  es fit.
- La presión selectiva en EE es usualmente muy alta ( $\lambda \approx 7 \cdot \mu$  en general)

# Ilustracion de auto-adaptacion

- Dado un problema dinamico (el optimo se mueve cada 200 generaciones)
- Las EE pueden:
  - seguir el optimo
  - ajustar el valor de mutacion despues de cada cambio !



Cambios en fitness (izquierda) y en los pasos de mutacion (derecha)  
 \* tratamos de minimizar fitness

# Prerequisitos para auto-adaptacion

- $\mu > 1$  deben tener varias estrategias
- $\lambda > \mu$  generar un “surplus” de hijos
- Presion selectiva alta pero no muy alta, e.g.,  $\lambda \approx 7$ 
  - $\mu$
- $(\mu, \lambda)$  preferible para poder eliminar los malos  $\sigma$ 's
- Mezcla de los parametros de las estrategias por medio de crossover intermedio

# Ejemplo: El color del “cherry”

- Tarea: crea un color específico, en este caso, el color del Cherry brandy
- Ingredientes: agua + colorantes rojo, amarillo, azul
- Representación:  $\langle w, r, y, b \rangle$  sin auto-adaptación
- Valores escalados para dar un volumen específico (30 ml)
- Mutación: valores bajos / medios / altos de  $\sigma$  usados con igual chances
- Selección: estrategia (1,8)

- Fitness: Estudiantes arman la mezcla y la comparan con el color deseado
- Criterio de finalizacion: Estudiantes satisfechos con el color obtenido
- La solucion se encuentra en mas o menos 20 generaciones
- Buena precision

# Otro Ejemplo: Ackley function

$$f(x) = -20 \cdot \exp\left(-0.2 \sqrt{\frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n x_i^2}\right) - \exp\left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \cos(2\pi x_i)\right) + 20 + e$$

- Estrategia Evolutiva
  - Representacion:
    - $-30 < x_i < 30$
    - 30 tamanios de mutacion
  - (30,200) seleccion
  - Terminacion : luego de 200000 evaluaciones de fitness
  - Resultados: promedio mejor solucion es  $7.48 \cdot 10^{-8}$  (muy bueno!)