

# Técnicas de FL aplicadas al control automático

## Conjuntos difusos y FLC

CHP: 2

Nelson Acosta

INCA – UNCPBA - ARGENTINA

INvestigación en Computación Aplicada

<http://www.exa.unicen.edu.ar/inca/>

Email: [nacosta@exa.unicen.edu.ar](mailto:nacosta@exa.unicen.edu.ar)

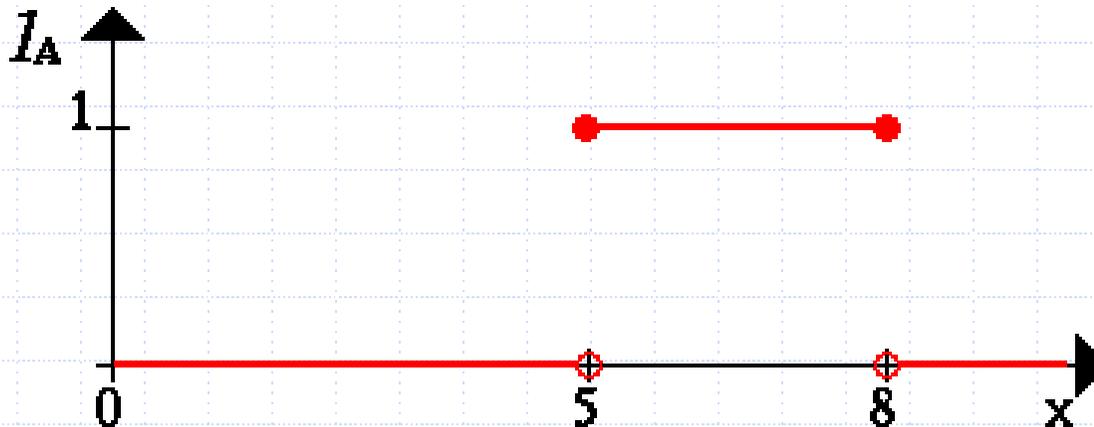
# Índice del capítulo 2

- ◆ Que es un conjunto difuso.
- ◆ Operaciones de conjuntos difusos.
- ◆ Como funciona?.
- ◆ FLC: Pendulo invertido.

# Qué es un conjunto difuso?

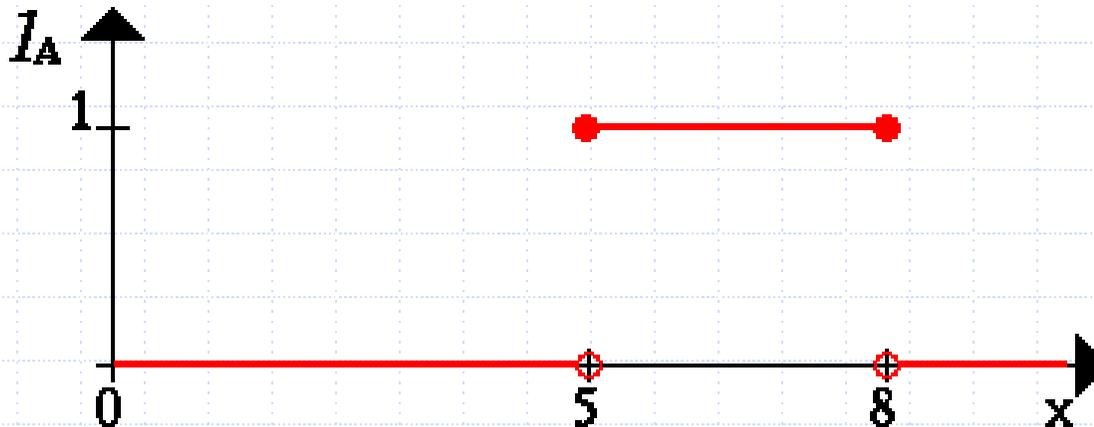
## Conjuntos:

- ◆ Si consideramos el conjunto **X** de todos los números reales entre 0 y 10 (*universo de discurso*). Se define el subconjunto **A** de **X** en el rango entre 5 y 8: **A** = [5,8].
- ◆ Se puede ver el conjunto **A** por su función característica (que asigna 1 o 0 para cada elemento de **X** dependiendo si el elemento pertenece o no a **A**).



# Qué es un conjunto difuso? (2)

- ◆ Se puede interpretar que al elemento que se le asigne:
  - 1 si pertenece al conjunto **A**
  - 0 si NO pertenece al conjunto **A**
- ◆ Este concepto es **suficiente en muchas áreas** de aplicación, pero fácilmente se puede encontrar situaciones donde se **necesita más flexibilidad**.



# Qué es un conjunto difuso? (3)

◆ Ejemplo: Conjunto de JOVENES.

◆ Formalmente:

$$\mathbf{B} = \{ \textit{set of young people} \}$$

◆ Universo de discurso para **edad**: comienza en 0 y termina en .... ¿ *límite actual año 2001* ?

◆ Si el límite de la juventud está en 20 años, en matemática CRISP tenemos:

$$\mathbf{B} = [0, 20]$$

◆ **Pregunta.** Alguien pertenece al conjunto JOVEN y el día de su vigésimo cumpleaños, ya no pertenece más al conjunto, **YA NO ES MÁS JOVEN?**

# Qué es un conjunto difuso? (4)

- ◆ Una construcción más natural para **B** puede considerar el **relajar la separación** estricta entre **joven** y **no\_joven**.
- ◆ Se puede permitir la pertenencia Si o NO al conjunto crisp. Pero se suavizará con frases del tipo: **'pertenece un poco menos a B'** o **'casi pertenece a B'** o ...
- ◆ Una forma más **generalizada** del concepto de conjunto es el permitir valores entre 0 y 1 (**permite las infinitas alternativas**) definidas por el intervalo:

$$\mathbf{I} = [0, 1].$$

# Qué es un conjunto difuso? (5)

- ◆ Ahora la interpretación de números asignados a todos los elementos del universo de discurso es mucho más dificultosa.
  - 1 representa la pertenencia a **B**.
  - 0 representa la NO pertenencia a **B**.
  - Todos los demás números, representan la pertenencia gradual a **B**.
- ◆ Así la función característica es:



## Nota:

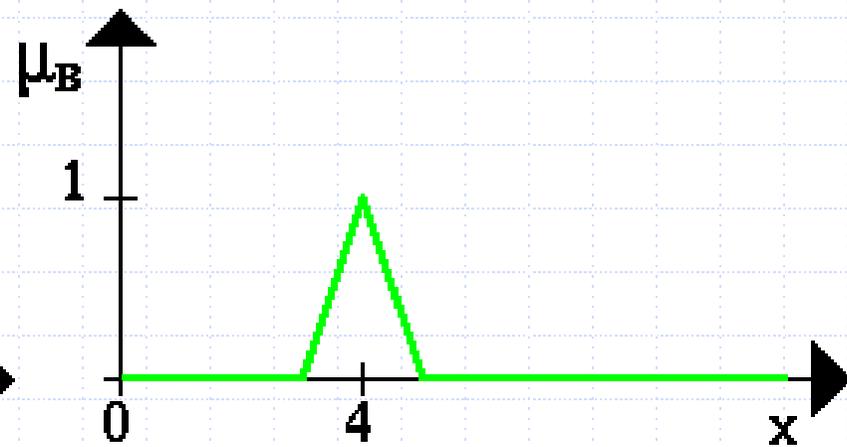
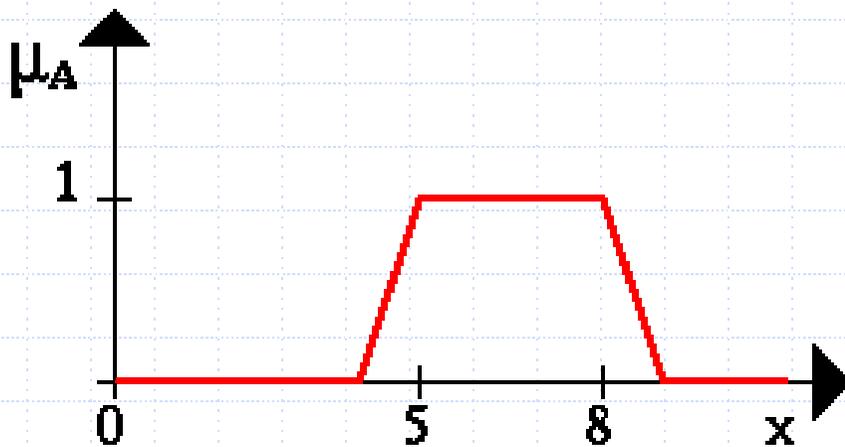
A los 25 años,  
le corresponde una  
pertenencia a  
joven del 50%.

# Operaciones con conjunto difusos

- ◆ Al igual que las operaciones con conjuntos crisp: **intersección, unión y negación** de conjuntos.
- ◆ **Zadeh** propuso la operación **mínimo para la intersección** y el **máximo para la unión** de 2 conjuntos difusos.
- ◆ **Nótese:** los operadores (**máximo** y **mínimo**) coinciden con la lógica crisp cuando los grados de pertenencia son 0 ó 1.

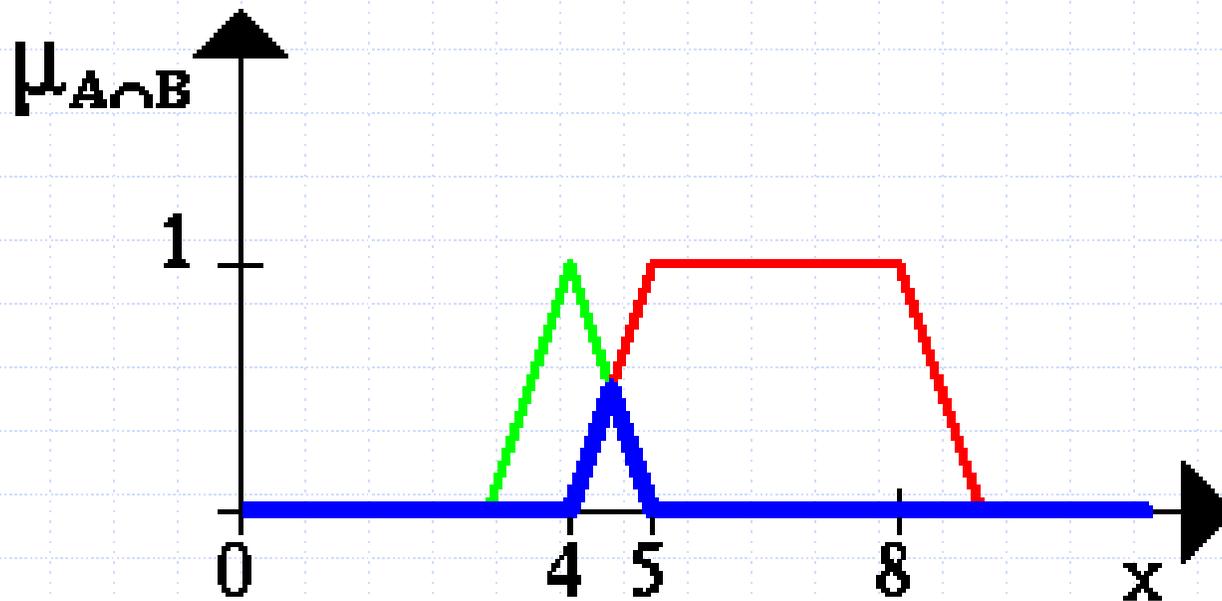
# Operaciones con c.d. (2)

- ◆ **A** es un intervalo difuso entre 5 y 8.
- ◆ **B** es un intervalo difuso alrededor de 4.



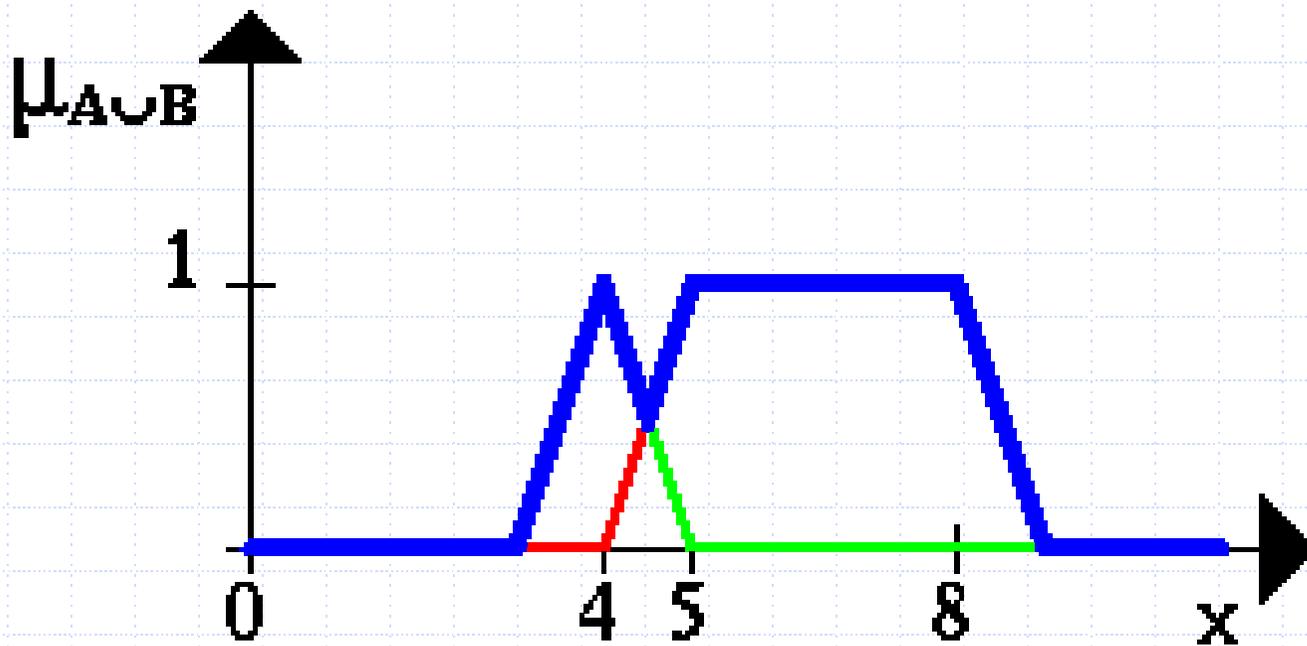
# Operaciones con c.d. (3)

- ◆ La línea **AZUL** muestra la operación **AND** entre **A** y **B**.



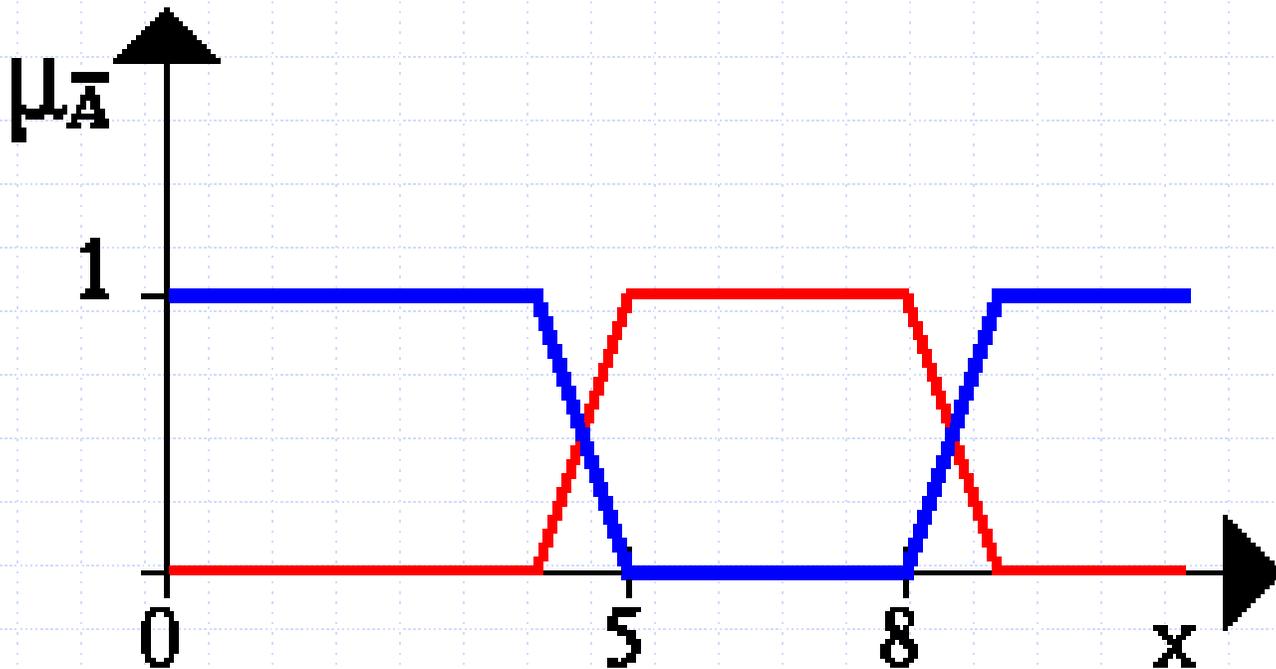
# Operaciones con c.d. (4)

- ◆ La línea **AZUL** muestra la operación **OR** entre **A** y **B**.



# Operaciones con c.d. (5)

- ◆ La línea **AZUL** muestra la operación **NOT** (o negación) entre **A** y **B**.



# ¿ Cómo funciona ?

- ◆ Para demostrar como funciona, se presenta un ejemplo: **el control simple de un termostato controlando un calentador.**
- ◆ El controlador tiene como entrada la **temperatura de la habitación** y como la salida el ajuste de la **velocidad del calentador.**

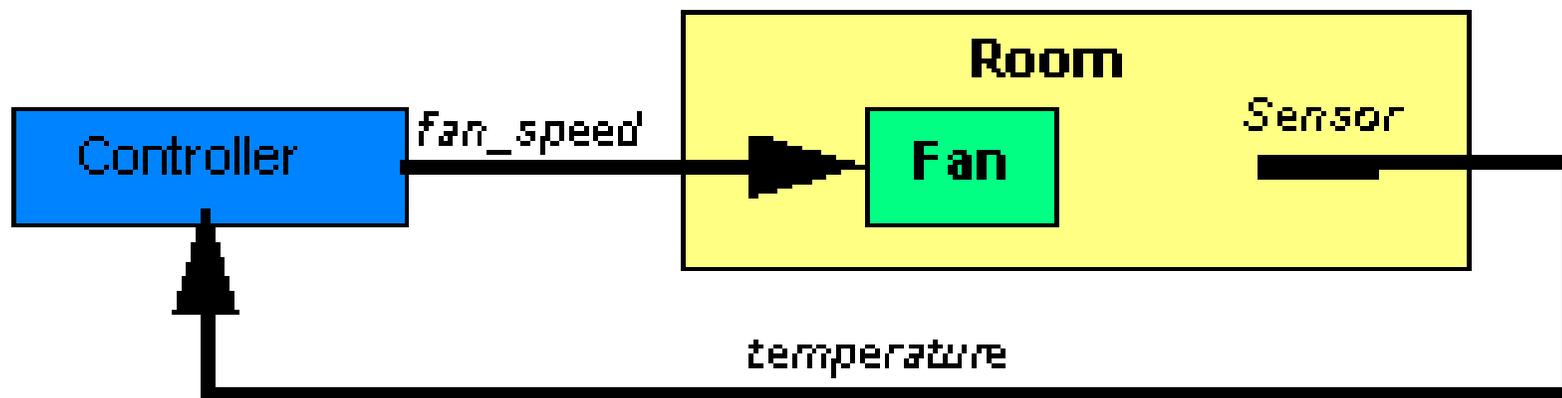


Figure 1: A Simple Temperature Controller

# ¿ Cómo funciona ? (2)

- ◆ Un termostato convencional trabaja como una llave de conexión **ON-OFF**.
- ◆ Si lo seteamos a **78°F** el calentador es activado sólo cuando la temperatura cae debajo de los **75°F**; mientras que se apaga cuando alcanza **81°F**.
- ◆ **Como resultado**, la temperatura de la habitación resulta **DEMASIADO CALIENTE** o **FRIA**.

# ¿ Cómo funciona ? (3)

- ◆ Un **termostato difuso** trabaja en 'las sombras' o 'en tonalidades', donde la temperatura es tratada como una serie de rangos que se superponen.
- ◆ Por ejemplo: 78°F es 60% cálido y 20% caliente.
- ◆ El controlador es programado con simples reglas **IF-THEN** de tal forma que el calentador funcione **gradualmente**.
- ◆ **Como resultado**, cuando la temperatura cambia, la velocidad se irá ajustando gradualmente para mantener la temperatura al nivel deseado.

# ¿ Cómo funciona ? (4)

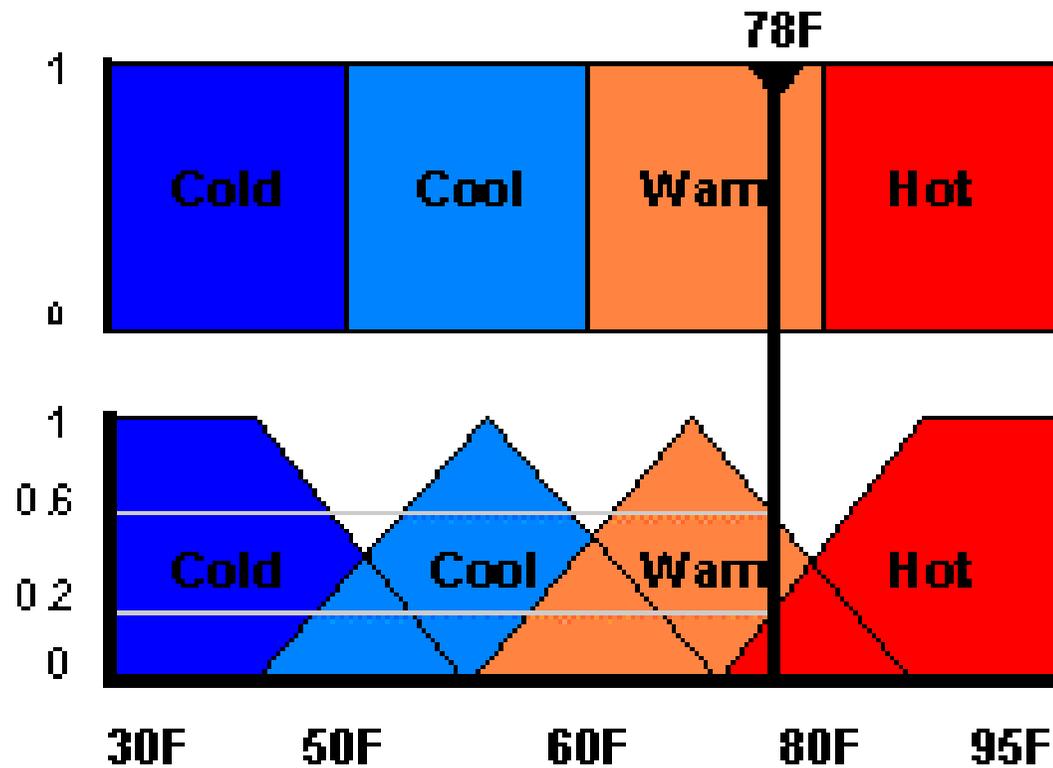


Figure2: Conventional and Fuzzy Sets

# ¿ Cómo funciona ? (5)

- ◆ **Caracterizar** los rangos de valores para las variables de entrada y salida del FLC.
- ◆ **Asignar rótulos** tales como: *cool* para la temperatura o *high* para el calentador; de tal forma de poder escribir las reglas. Estas variables lingüísticas se refieren a los conjuntos difusos que se superponen (llamadas como funciones de pertenencia).
- ◆ Todas las acciones del FLC dependerán de cómo la actual temperatura cae en esos rangos y en cómo las reglas describen el comportamiento del FLC. **La salida del FLC varía continuamente para ajustar la velocidad del calentador.**

# ¿ Cómo funciona ? (6)

- ◆ EL FLC para la temperatura puede ser descrito en 4 reglas:

**IF** temperature IS cold **THEN**

fan\_speed IS high

**IF** temperature IS cool **THEN**

fan\_speed IS medium

**IF** temperature IS warm **THEN**

fan\_speed IS low

**IF** temperature IS hot **THEN**

fan\_speed IS zero

- ◆ La salida del FLC **varía continuamente** para **ajustar la velocidad del calentador.**

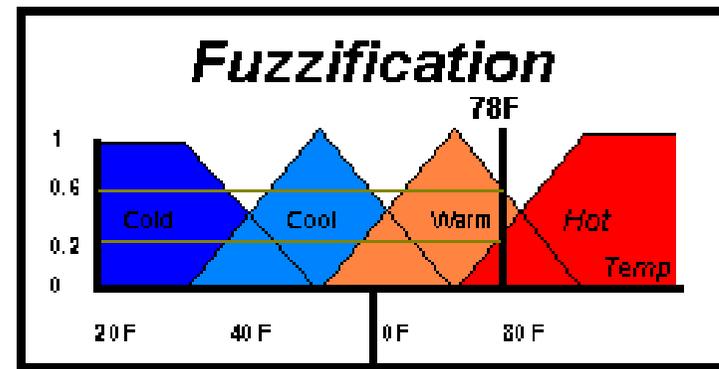
# ¿ Cómo funciona ? (7)

- ◆ Un FLC funciona de manera similar a un sistema convencional: **acepta valores de entrada, hace algunos cálculos y genera una salida.**
- ◆ Este proceso es llamado **Inferencia Difusa** y funciona en 3 pasos:
  - **Fusificación** o traducción a valores difusos.
  - **Evaluación de Reglas.**
  - **Defusificación** o traducción a valores crisp.

# ¿ Cómo funciona ? (8)

◆ **Fusificación.** El valor de temperatura entrado (78°F) es traducido de acuerdo a las funciones de pertenencia:

- $\text{cold}(78^\circ\text{F}) = 0$
- $\text{cool}(78^\circ\text{F}) = 0$
- $\text{warm}(78^\circ\text{F}) = 0.6$
- $\text{hot}(78^\circ\text{F}) = 0.2$



**Rule Evaluation**

By Rule 3:  
fan\_speed is *low* with truth value 0.6

By Rule 4:  
fan\_speed is *zero* with truth value 0.2

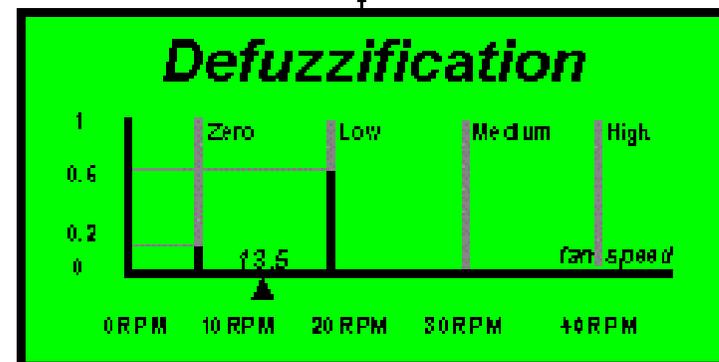


Figure 3 The Fuzzy Inference Process

# ¿ Como funciona ? (9)

- ◆ Durante la **evaluación de reglas**, todas las reglas son evaluadas y algunas son **fired**. Para **78°F** sólo las **2** reglas últimas son activadas.

Regla 3, velocidad low = 60%.

Regla 4, velocidad zero = 20%.

- ◆ Durante la **defusificación** el **60%** y el **20%** son combinados por el método del **COG** para producir una salida **CRISP** de **13.5 RPM** para el calentador.

# ¿ Como funciona ? (10)

## Objetivo:

- ◆ FLC simplifica la implementación ?
- ◆ Hasta aquí se vió como implementar un FLC de **una sola variable**. En la naturaleza hay sistemas mucho más complejos: **con más variables, con gran cantidad de parámetros, muchas variables controladas, etc.**
- ◆ **EJEMPLO:** Se redefine el FLC para que entre también el valor de humedad.

# ¿ Como funciona ? (11)

```
IF temperature IS cold AND humidity IS high THEN fan_spd IS high
IF temperature IS cool AND humidity IS high THEN fan_spd IS medium
IF temperature IS warm AND humidity IS high THEN fan_spd IS low
IF temperature IS hot AND humidity IS high THEN fan_spd IS zero
IF temperature IS cold AND humidity IS med THEN fan_spd IS medium
IF temperature IS cool AND humidity IS med THEN fan_spd IS low
IF temperature IS warm AND humidity IS med THEN fan_spd IS zero
IF temperature IS hot AND humidity IS med THEN fan_spd IS zero
IF temperature IS cold AND humidity IS low THEN fan_spd IS medium
IF temperature IS cool AND humidity IS low THEN fan_spd IS low
IF temperature IS warm AND humidity IS low THEN fan_spd IS zero
IF temperature IS hot AND humidity IS low THEN fan_spd IS zero
```

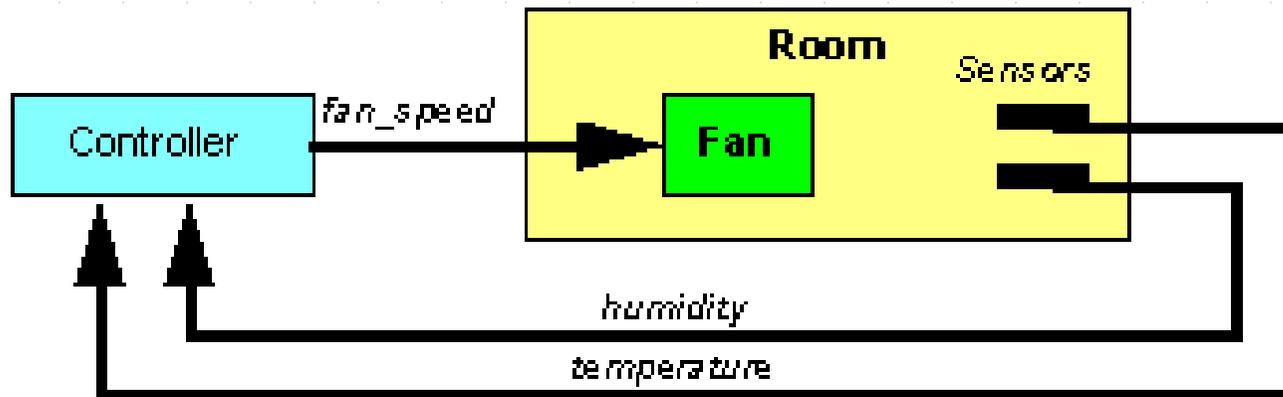


Figure 7: Modified Temperature Controller

# ¿ Como funciona ? (12)

- ◆ Un **aproximador lineal** requiere manejar separadamente cada entrada, entonces multiplica el esfuerzo de diseño.
- ◆ Un **aproximador por segmentos** requiere varios controladores y su costo se incrementa mucho,.
- ◆ Una **LUT** parece más apropiada pero toma mucho tiempo de desarrollo, debug y ajuste (o puesta a punto). Si cada entrada de 8 bits, la LUT debe tener 64KBytes.

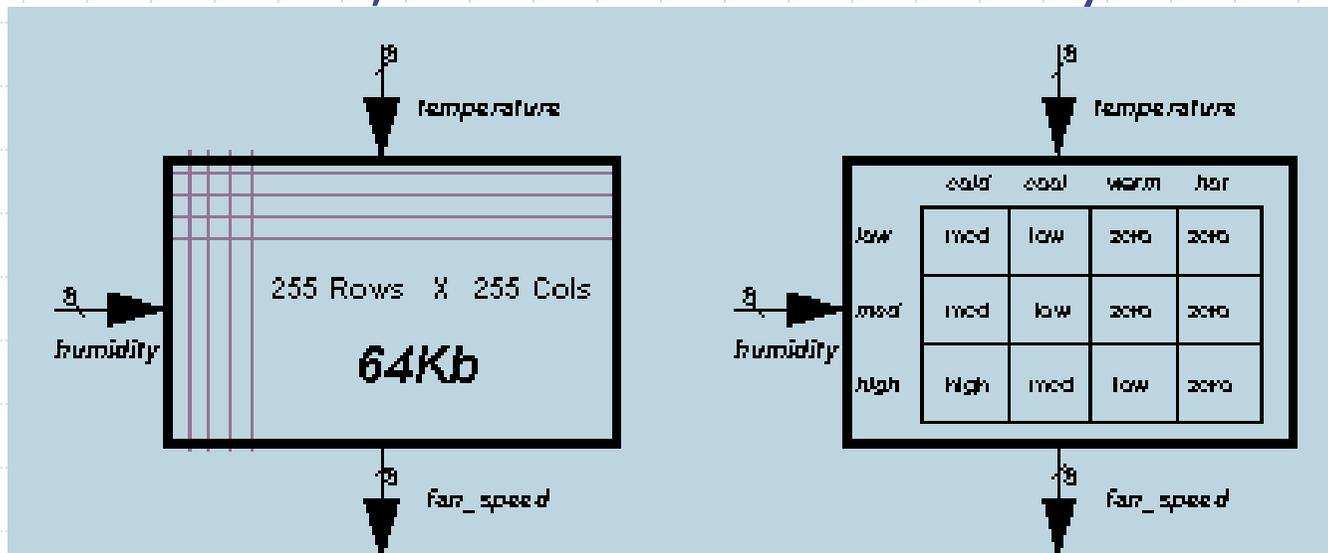


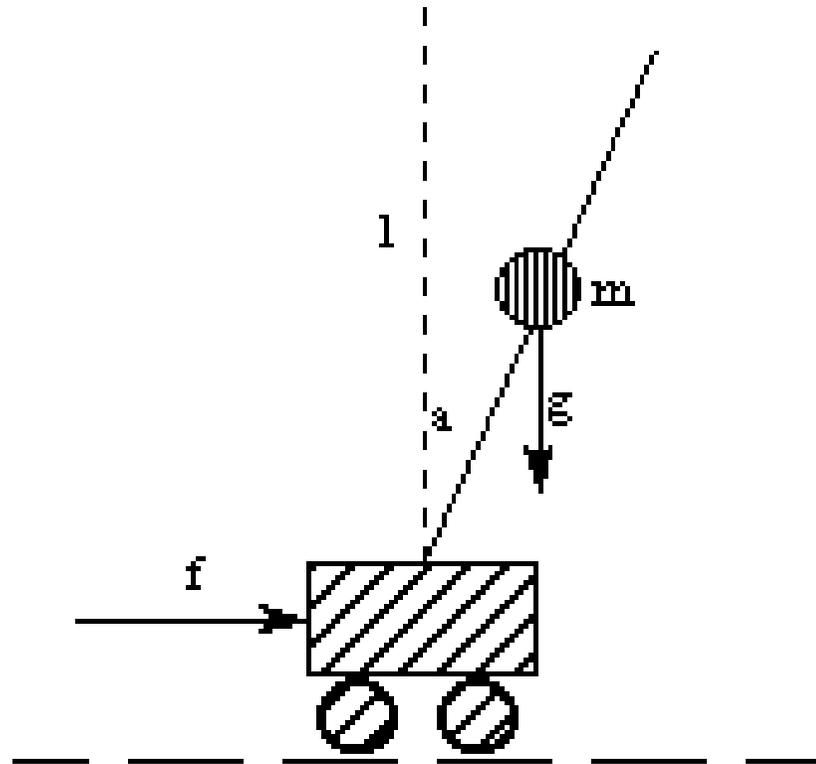
Figure 8: Lookup table versus rules and membership functions

# ¿ Como funciona ? (13)

- ◆ Con FL se puede describir la salida como función de 2 o más entradas, (con operadores AND).
- ◆ El **enfoque difuso** requiere menos entradas que una LUT (dependiendo del número de rótulos para cada variable de entrada).
- ◆ Las **reglas** son mucho más fáciles de desarrollar, depurar y poner a punto que la LUT.

# FLC: Péndulo Invertido

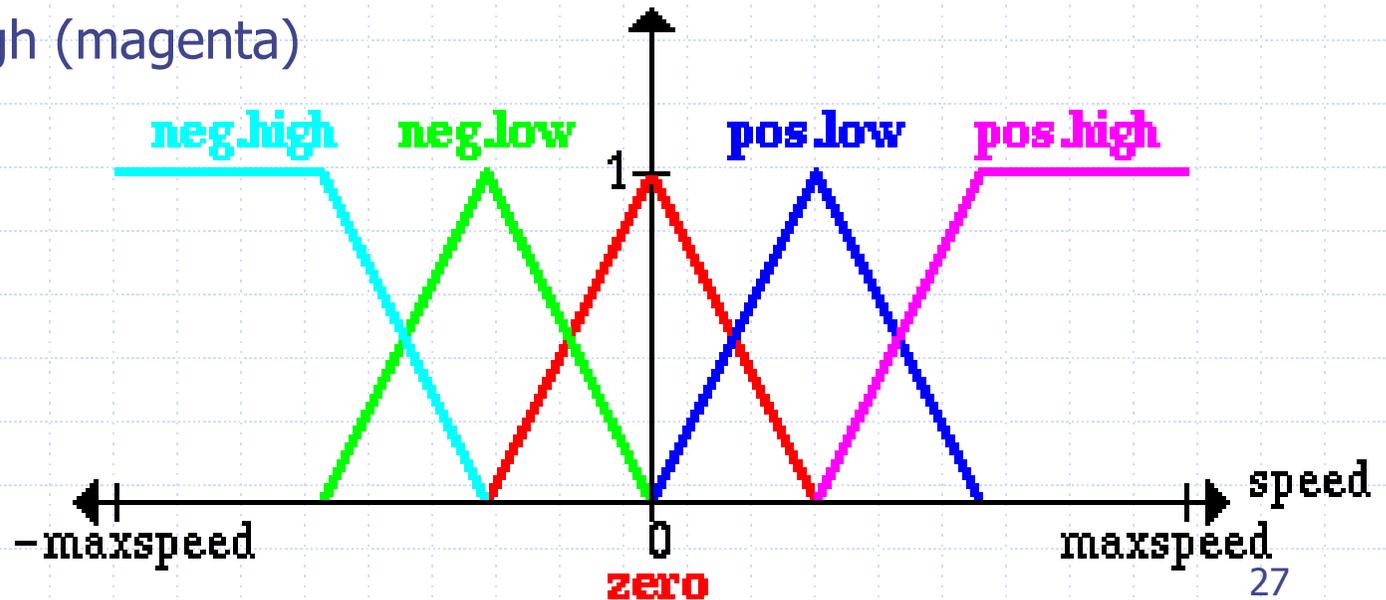
El problema es **balancear** un **péndulo** sobre una plataforma móvil que puede moverse sólo en 2 direcciones (a izquierda o a derecha).



# FLC: Péndulo Invertido (2)

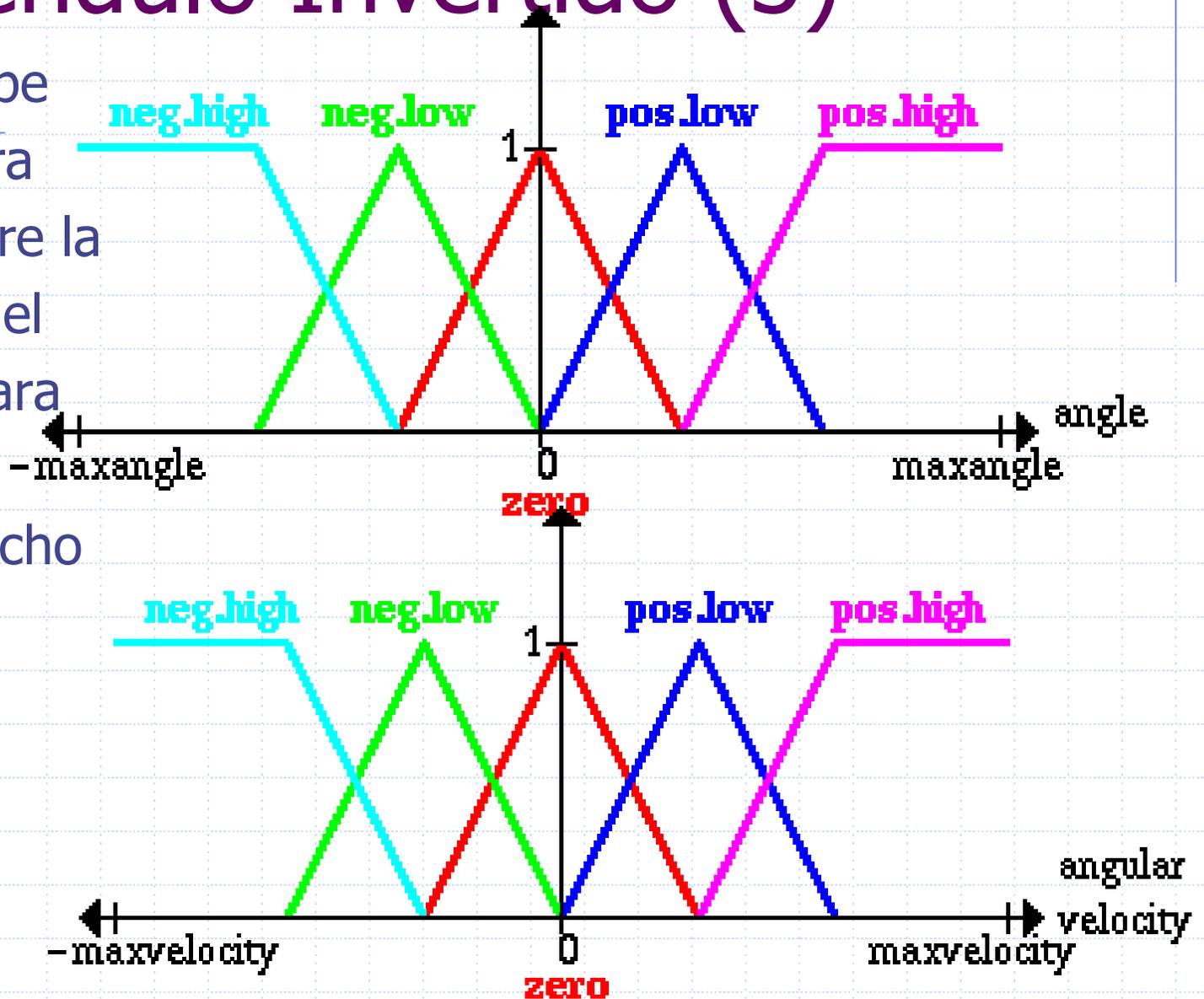
Primero hay que definir (**subjetivamente**) los conjuntos de velocidad: high, low, ...; así se especifican las funciones de pertenencia para los conjuntos difusos.

- ◆ negative high (cyan)
- ◆ negative low (green)
- ◆ zero (red)
- ◆ positive low (blue)
- ◆ positive high (magenta)



# FLC: Péndulo Invertido (3)

Lo mismo debe realizarse para el ángulo entre la plataforma y el péndulo; y para la velocidad angular de dicho ángulo.



# FLC: Péndulo Invertido (4)

Para simplificar el problema se supone que:

- ◆ **Inicialmente** el péndulo está muy cerca de la posición central (ángulo 0) y no se mueve (velocidad angular 0).
- ◆ Así el **mayor ángulo** del péndulo puede ser de 45 grados en cualquier dirección.
- ◆ En la situación deseada (**inicial**) no hay nada que hacer (velocidad 0).

# FLC: Péndulo Invertido (5)

## Para definir el comportamiento (REGLAS):

- ◆ Si no hay nada que hacer (velocidad 0).
- ◆ Si el péndulo está en ángulo 0, pero moviéndose lentamente en dirección positiva.
- ◆ Naturalmente, se debe **compensar** el movimiento del péndulo, moviendo la plataforma en la **misma dirección** que la **pequeña velocidad** (del péndulo).

## Así, ya tenemos 2 reglas:

```
IF (angle=zero) & (angular_velocity=zero) THEN
```

```
    speed=zero.
```

```
IF (angle=zero) & (angular_velocity=pos.low) THEN
```

```
    speed=pos.low
```

# FLC: Péndulo Invertido (6)

## REGLAS:

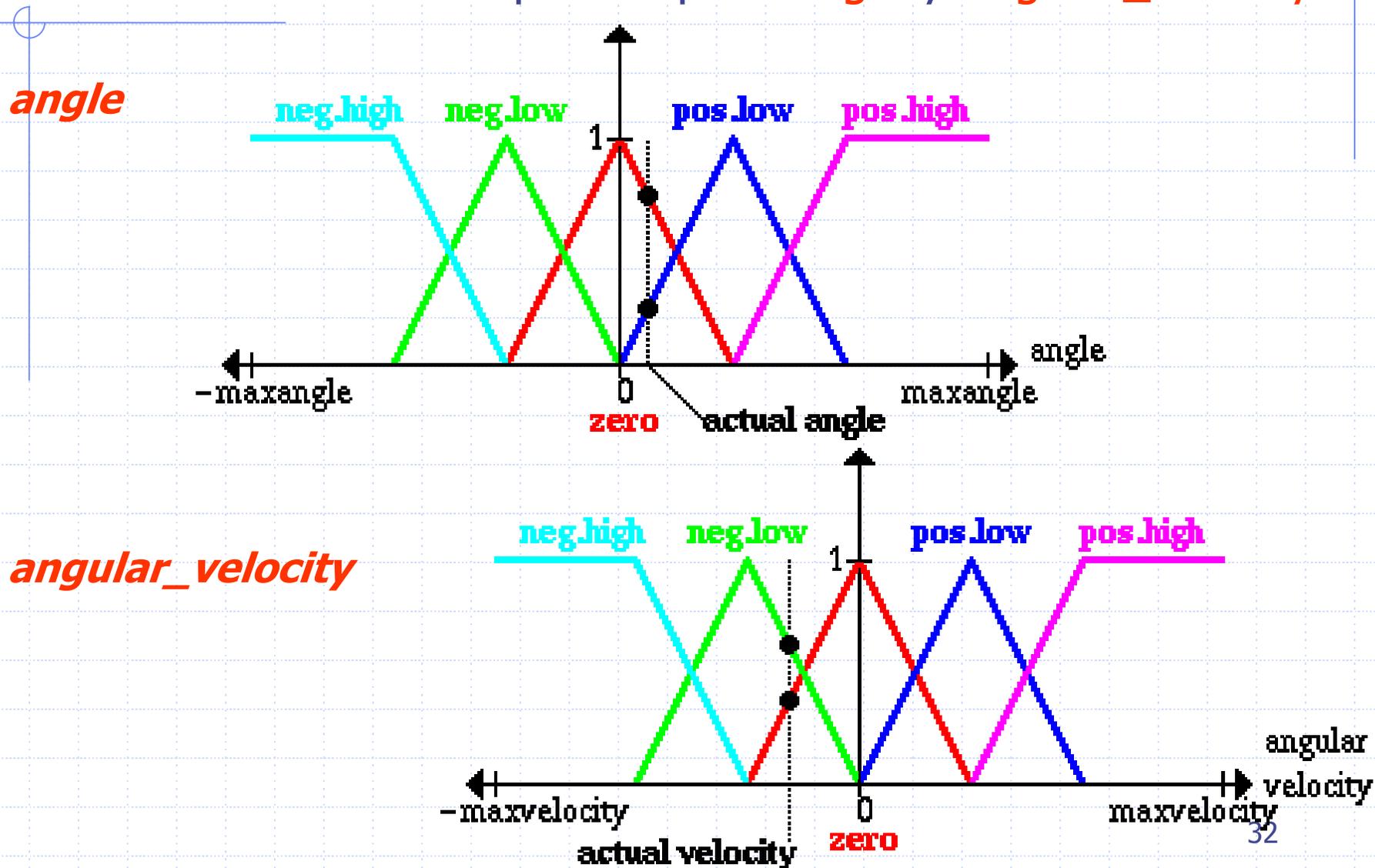
		angle					
	speed	NH	NL	Z	PL	PH	
v	NH			NH			
e	NL			NL	Z		
l	Z	NH	NL	Z	PL	PH	
o	PL		Z	PL			
c	PH			PH			

donde:

- ◆ NH es la (usual) abreviación para negative high,
- ◆ NL para negative low etc.

# FLC: Péndulo Invertido (7)

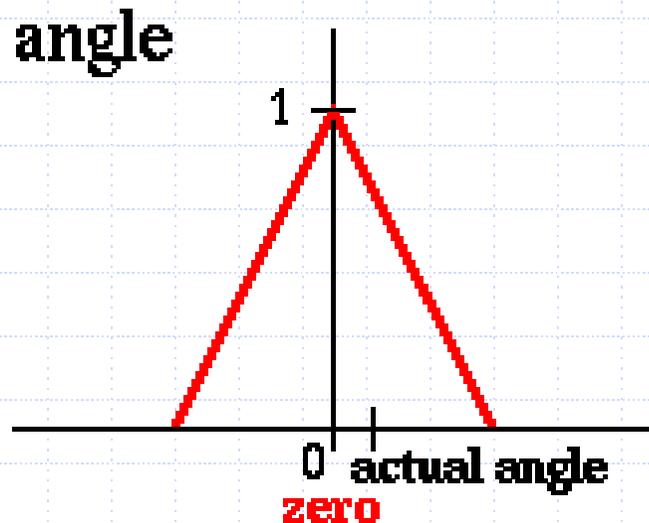
Se definen 2 valores explícitos para **angle** y **angular\_velocity**:



# FLC: Péndulo Invertido (8)

Si aplicamos la regla:

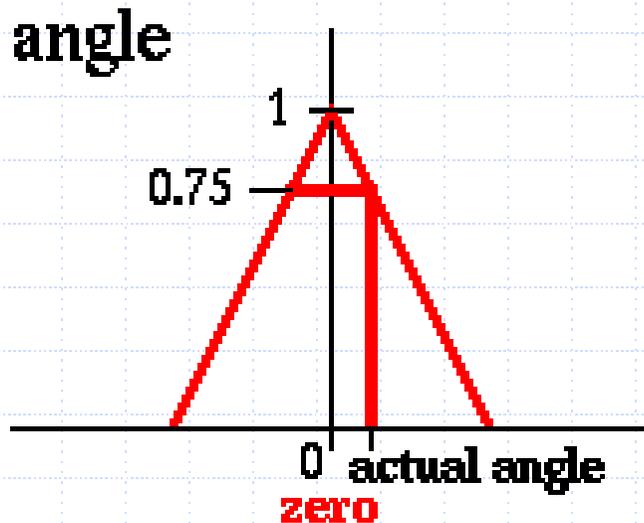
IF (angle=zero and angular\_velocity=zero) THEN speed=zero  
a los valores seleccionados,



This is the linguistic variable "angle" where we zoom in on the fuzzy set "zero" and the actual angle.

# FLC: Péndulo Invertido (9)

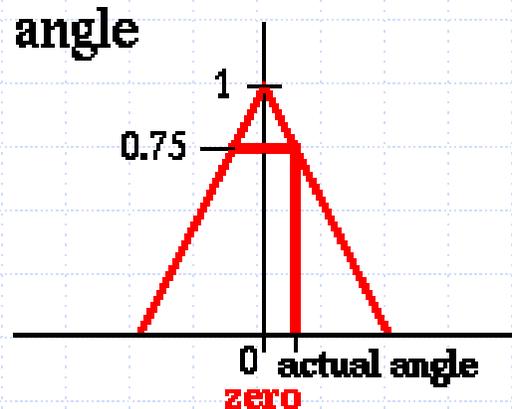
IF (angle=zero and angular\_velocity=zero) THEN speed=zero



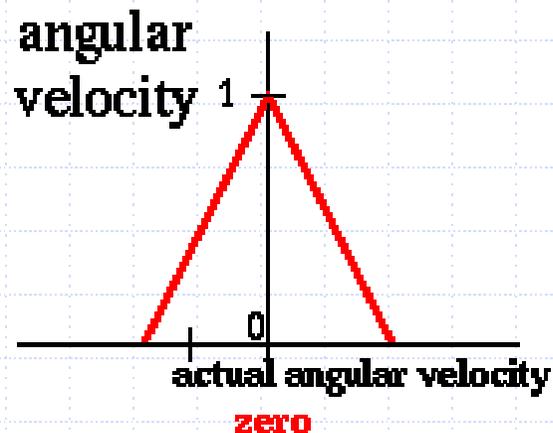
We realize that our actual value belongs to the fuzzy set "zero" to a degree of 0.75.

# FLC: Péndulo Invertido (10)

IF (angle=zero and angular\_velocity=zero) THEN speed=zero



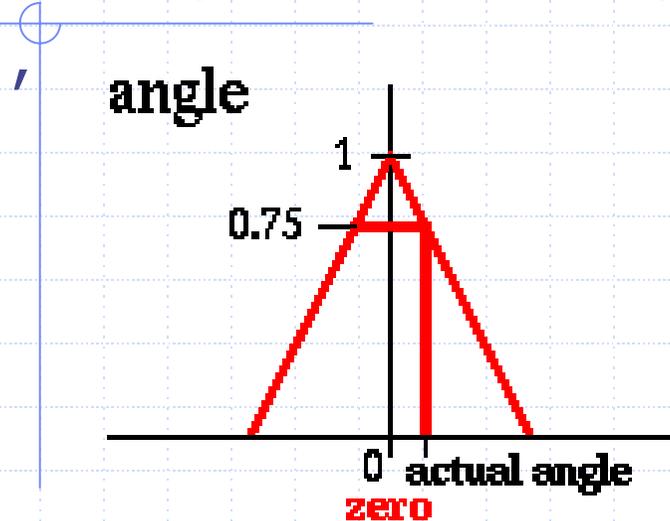
We realize that our actual value belongs to the fuzzy set "zero" to a degree of 0.75.



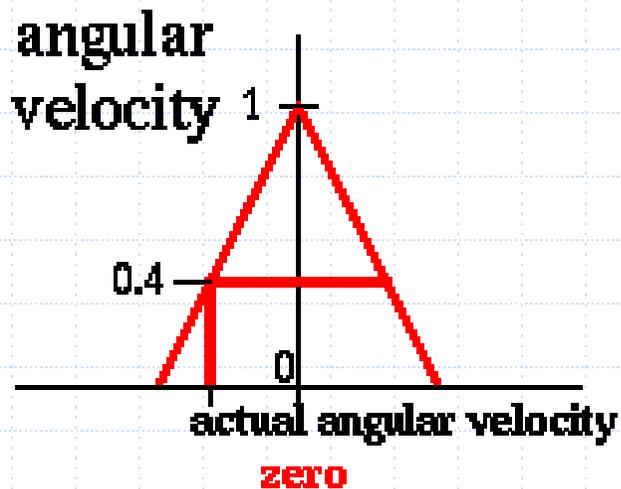
This is the linguistic variable "angular velocity" where we zoom in on the fuzzy set "zero" and the actual angular velocity.

# FLC: Péndulo Invertido (11)

IF (angle=zero and angular\_velocity=zero) THEN speed=zero



We realize that our actual value belongs to the fuzzy set "zero" to a degree of 0.75.



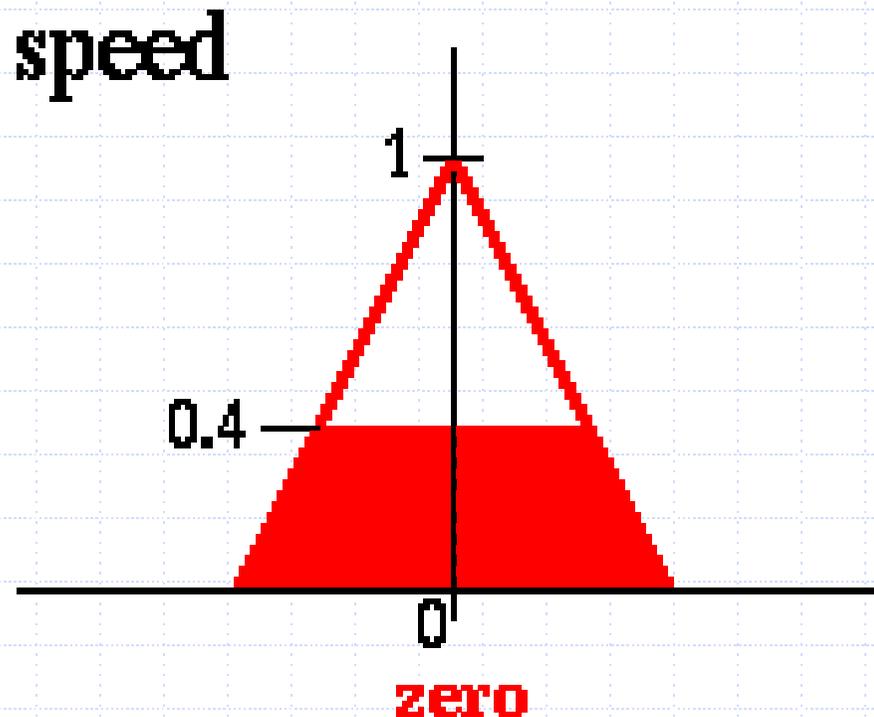
We realize that our actual value belongs to the fuzzy set "zero" to a degree of 0.4.

# FLC: Péndulo Invertido (12)

- ◆ Sólo 4 reglas se activan, y las unimos en un único resultado.

IF (angle=zero and angular\_velocity=zero) THEN speed=zero

- ◆ así:

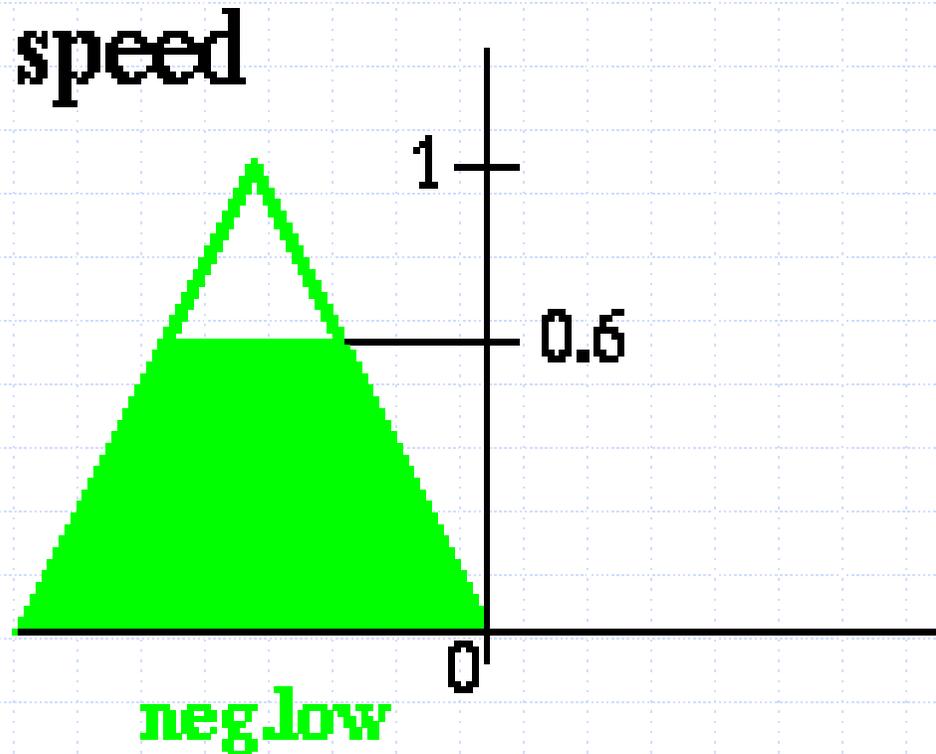


# FLC: Péndulo Invertido (13)

- ◆ Sólo 4 reglas se activan, y las unimos en un único resultado.

IF (angle=zero and angular\_velocity=NL) THEN speed=NL

- ◆ así:

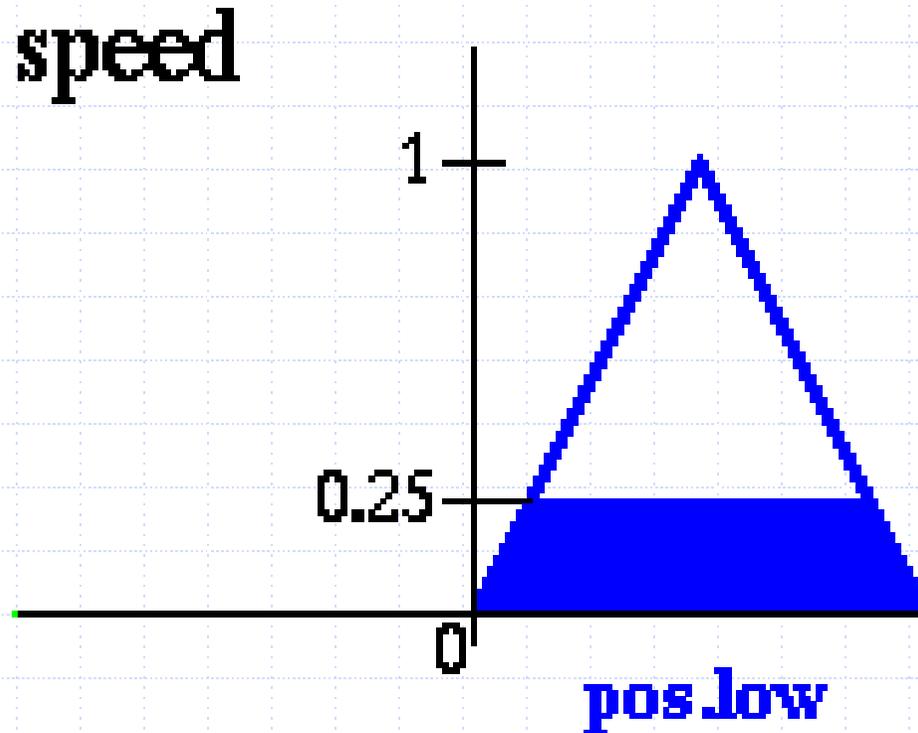


# FLC: Péndulo Invertido (14)

- ◆ Sólo 4 reglas se activan, y las unimos en un único resultado.

IF (angle=PL and angular\_velocity=zero) THEN speed=PL

así:

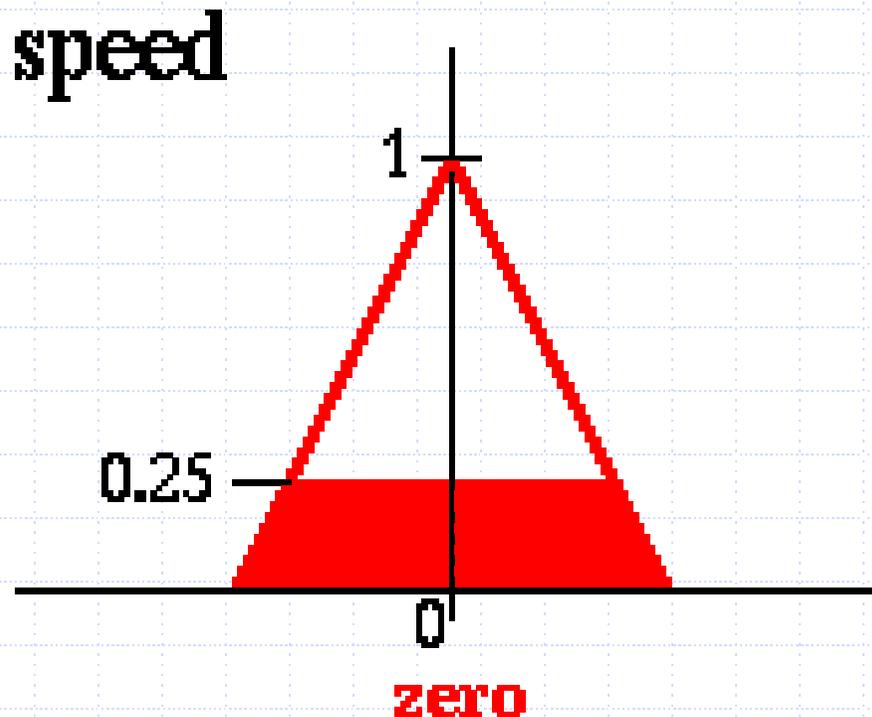


# FLC: Péndulo Invertido (15)

- ◆ Sólo 4 reglas se activan, y las unimos en un único resultado.

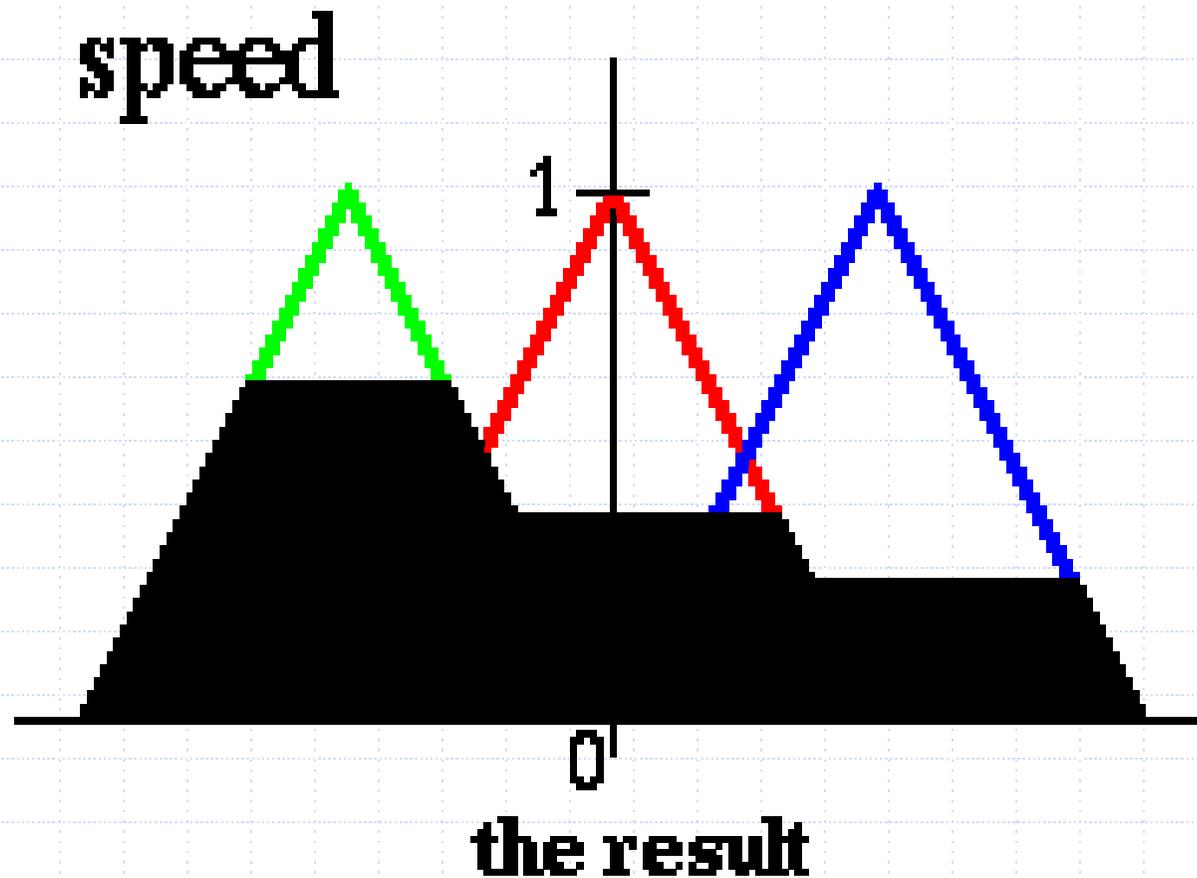
IF (angle=PL and angular\_velocity=NL) THEN speed=zero

- ◆ así:



# FLC: Péndulo Invertido (16)

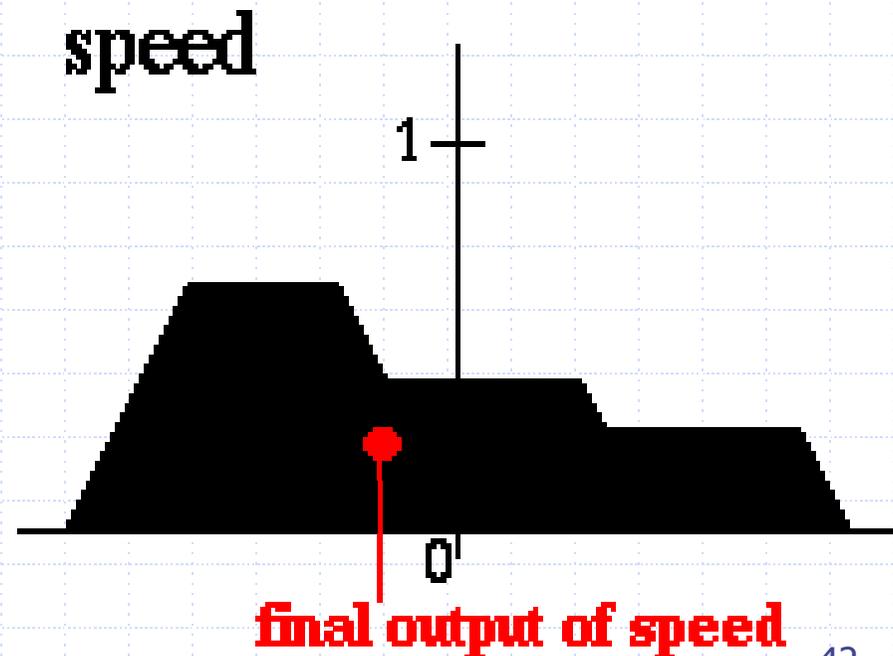
◆ Las 4 reglas unidas:



# FLC: Péndulo Invertido (17)

- ◆ El resultado del FLC es un conjunto difuso de velocidad, así se debe elegir el valor representativo para la salida.
- ◆ Por el centro de gravedad es:

Procedimiento  
utilizado para  
controladores  
'Mamdani'



# The End

That's all ... for today? ...

Salió tan **corta** esta **clase**?...



# Técnicas de FL aplicadas al control automático

## Partes de un FLC

CHP: 2' ... El (RE)greso

Nelson Acosta

INCA – UNCPBA - ARGENTINA

INvestigación en Computación Aplicada

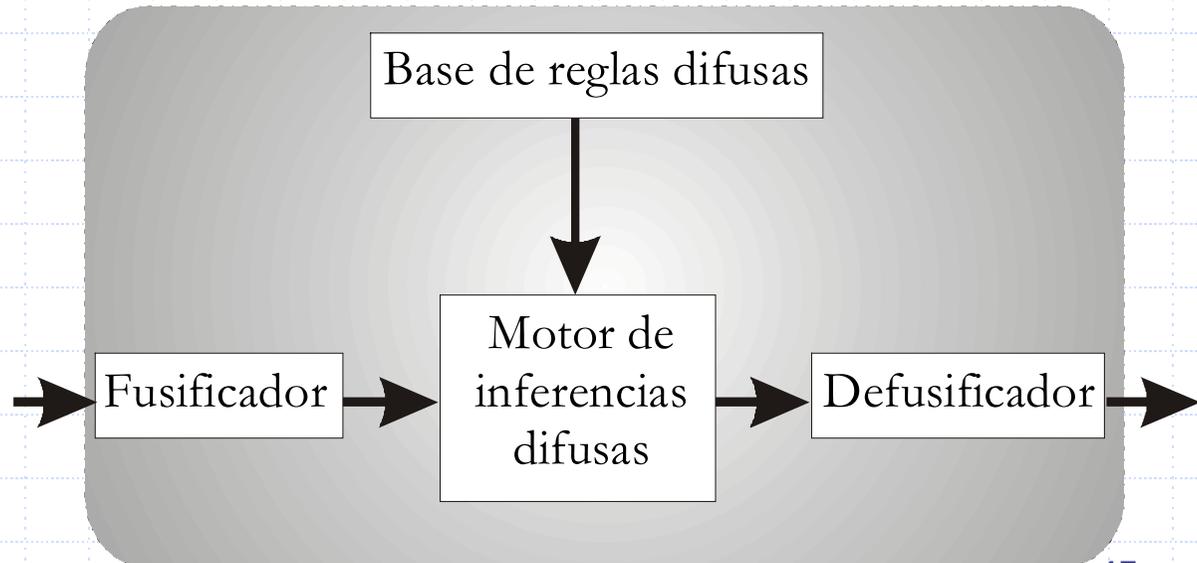
<http://www.exa.unicen.edu.ar/inca/>

Email: [nacosta@exa.unicen.edu.ar](mailto:nacosta@exa.unicen.edu.ar)

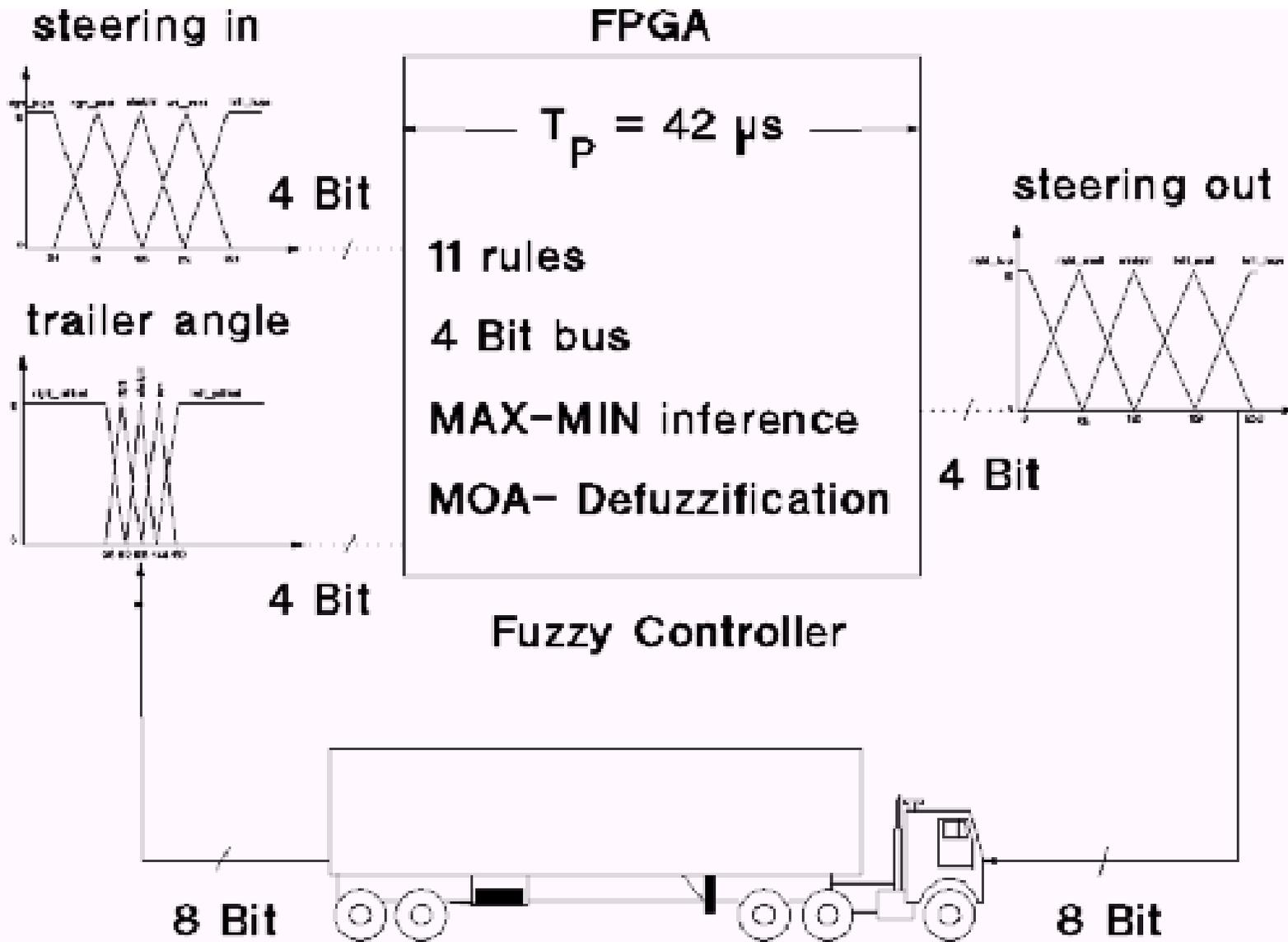
# Lógica Difusa

- ◆ **REGLAS:** definen el comportamiento del controlador.
- ◆ **MOTOR DE INFERENCIAS:** realiza el cálculo o aplicación de las reglas.
- ◆ **FUSIFICADOR:** traduce a valores difusos los valores de las variables de entrada.
- ◆ **DEFUSIFICADOR:** traduce el valor difuso de salida a su valor *crisp* de salida.

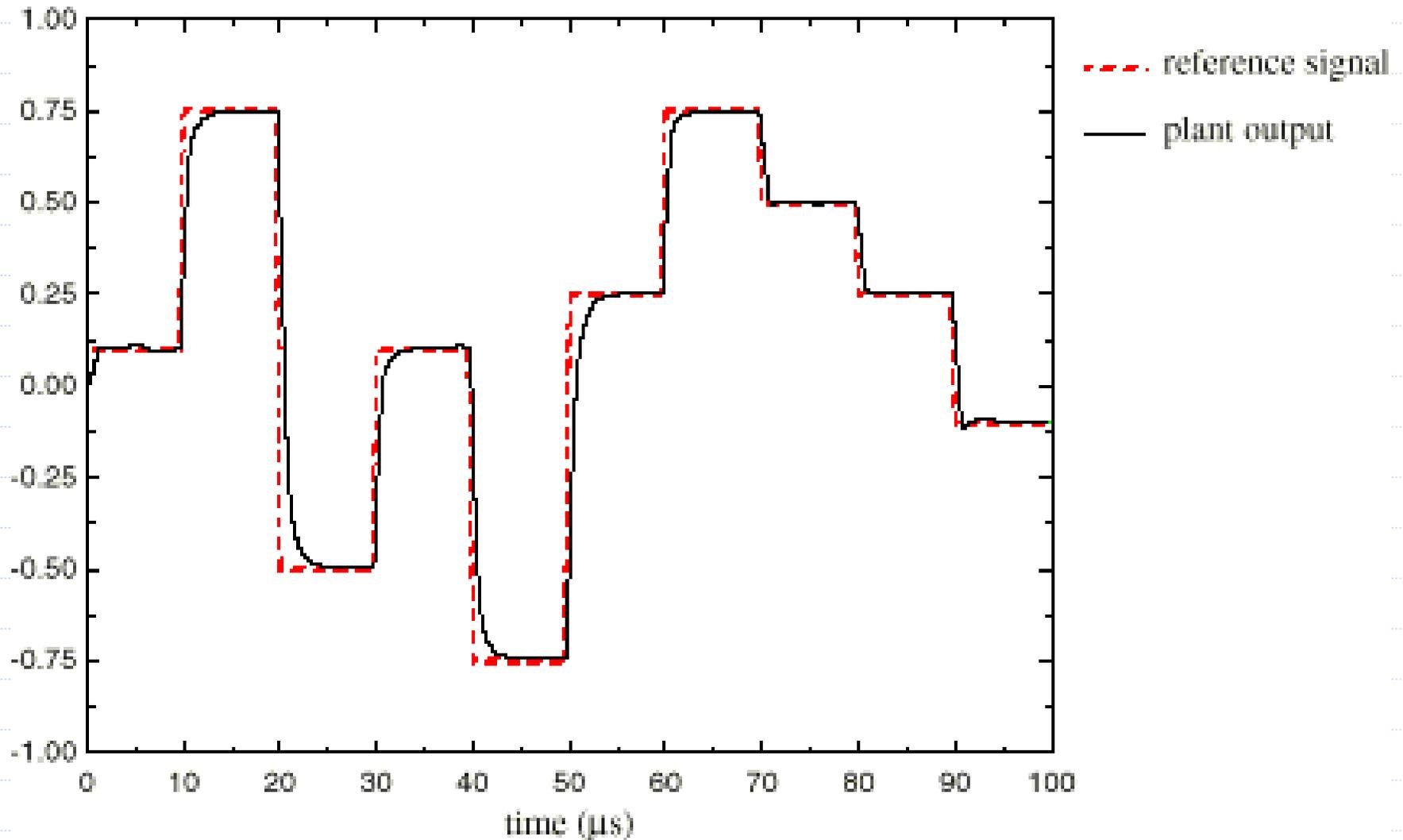
Modelo difuso de '**Mamdani**'.



# Lógica Difusa (2)



# Lógica Difusa (3)



# Lógica Difusa (4)

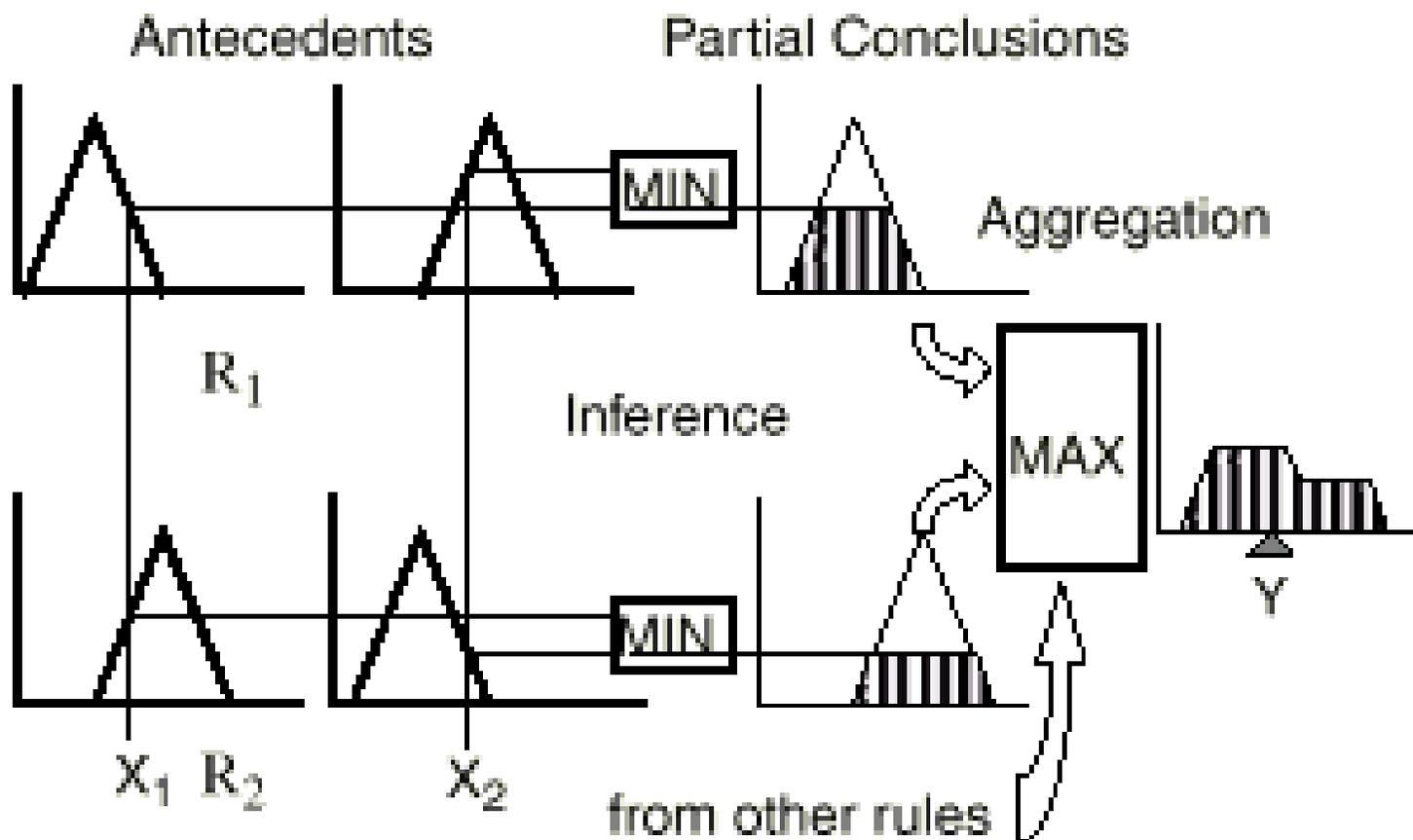


Figure 2: Symbolic representation of fuzzy inference.

# Especificación de FLC

## Características deseables:

- ◆ Fácil de implementar herramientas
- ◆ Describe variables de entrada
- ◆ Describe variables de salida
- ◆ Describe reglas
- ◆ Describe funciones de pertenencia
- ◆ Describe funciones de decodificación

## VARIABLES

- ◆ Dominio de la variable

## FUNCIONES DE PERTENENCIA

- ◆ Lista de puntos (o polígono de pertenencia)

# Especificación de FLC (2)

## Lenguaje FIL (de Apronix):

- ◆ Gramática C-like.
- ◆ Orientado al software.
- ◆ Elección de técnicas a ser usadas (inferencia y defusificación).

## Otros lenguajes:

- ◆ Redundancia (ancho de bits de las MF y por otro lado se define el dominio).
- ◆ Varios archivos para la definición de un FLC (variables, funciones de pertenencia y reglas)

**=> posibles inconsistencias**

## Se define nFIL (del INCA):

- ◆ Gramática PROLOG-like.
- ◆ Un FLC por archivo de definición.
- ◆ Tamaño de datos deducido a partir de los dominios de las variables.

# Especificación de FLC (3)

## Lenguaje FIL (de Apronix):

```
$ FILENAME: pdlm2.fil
fiu tvfi (min max);
$mamdani/tvfi (min max prod sum binter bunion) 1.0 4 5 6 7 8
>velocity " " [ PL (@0,255, @32,255, @80,0),
                PM (@32,0, @80, 255, @112,0),
                PS (@80,0, @112,255, @144,0),
                NS (@112,0, @144,255, @176,0),
                NM (@144,0, @176,255, @222,0),
                NL (@176,0, @222,255, @255,255) ];
>angle " " [ NL (@0,255, @64,0),
              NM (@0,0, @64, 255, @128,0),
              ZR (@64,0, @128,255, @192,0),
              PM (@128,0, @192,255, @255,0),
              PL (@192,0, @255,255) ];
. . . . .
```

# Especificación de FLC (4)

## Lenguaje FIL (de Aptronix):

```
. . . . .  
$ rules start here:  
IF velocity is NL and angle is NL THEN voltage is NL;  
IF velocity is NL and angle is NM THEN voltage is NL;  
IF velocity is NL and angle is ZR THEN voltage is NL;  
IF velocity is NL and angle is PM THEN voltage is NM;  
IF velocity is NL and angle is PL THEN voltage is NS;  
IF velocity is NM and angle is NL THEN voltage is NL;  
IF velocity is NM and angle is NM THEN voltage is NL;  
IF velocity is NM and angle is ZR THEN voltage is NM;  
IF velocity is NM and angle is PM THEN voltage is NS;  
IF velocity is NM and angle is PL THEN voltage is PS;  
. . . . .  
end.
```

# Especificación de FLC (5)

**nFIL:**

**invar ("IV", NIV, MinX, MinY, MaxX, MaxY)**

- ◆ Define la variable de entrada "IV", en el dominio definido por el rectángulo (MinX, MinY) a (MaxX, MaxY).
- ◆ También la asocia con el identificador de variables NIV.



# Especificación de FLC (6)

**nFIL:**

`outvar ("OV", NOV, MinX, MinY, MaxX, MaxY)`

- ◆ Define la variable de salida "OV", en el dominio definido por el rectángulo (MinX, MinY) a (MaxX, MaxY).
- ◆ También la asocia con el identificador de variables NOV.

# Especificación de FLC (7)

## nFIL:

$f_p$  ( "FP", NFP, "IV", Puntos\_Polígono )

- ◆ define función de pertenencia "FP" sobre la variable de entrada "IV".
- ◆ La función es descrita por el polígono que describe la secuencia de puntos **Puntos\_Polígono**.

$f_d$  ( "FD", NFD, "OV", Puntos\_Polígono )

- ◆ define función de pertenencia de salida (o de decodificación) llamada "FD" sobre la variable de salida "OV".
- ◆ La función es descrita por el polígono que describe la secuencia de puntos **Puntos\_Polígono**.

# Especificación de FLC (8)

**nFIL:**

```
si (  
  [is ("IVa", "FP3"), is ("IVb", "FP5"), ...],  
  is ("OVg", "FD8")  
)
```

Esta sentencia implementa la siguiente regla:

◆ **IF** (IV<sub>a</sub> is FP<sub>3</sub>)and (IV<sub>b</sub> is FP<sub>5</sub>)and ... **THEN** (OV<sub>g</sub> is FD<sub>8</sub>)

## **NOTE QUE:**

- ◆ Todos los AND en 1 sola regla.
- ◆ Los OR se implementa con varias reglas (ya que SÓLO hay un consecuente por regla).

# Especificación de FLC (9)

## ◆ Ejemplo de Kosko en **nFIL**:

```
invar("x",0,0,0,255,255)
f_p("LE",0,"x",0,255,31,255,97,0)
f_p("LC",1,"x",76,0,101,255,127,0)
f_p("CE",2,"x",64,0,128,255,128,0)

invar("phi",0,0,0,255,255)
f_p("RB",7,"phi",0,0,32,255,64,255,128,0)

outvar("teta",0,0,0,60,255)
f_d("NB",0,"teta",0,255,0,255,14,0)
f_d("PM",1,"teta",5,0,15,255,25,0)
f_d("PS",2,"teta",17,0,24,255,30,0)

si([is("x","LE"),is("phi","RB")],is("teta","PS"))
si([is("x","LC"),is("phi","RB")],is("teta","PM"))
si([is("x","CE"),is("phi","RB")],is("teta","PM"))
```

# Partes de un FLC

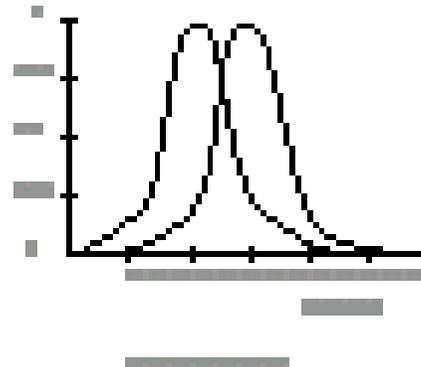
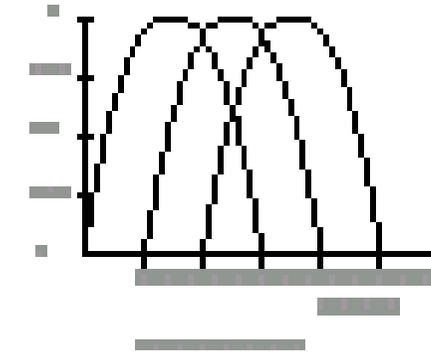
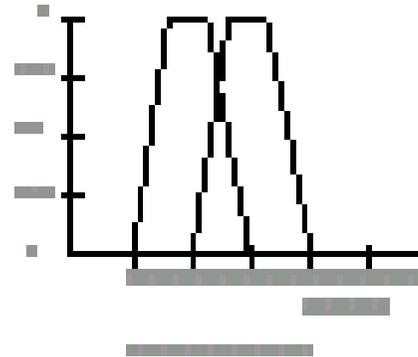
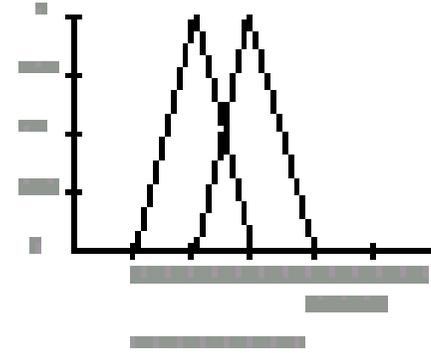
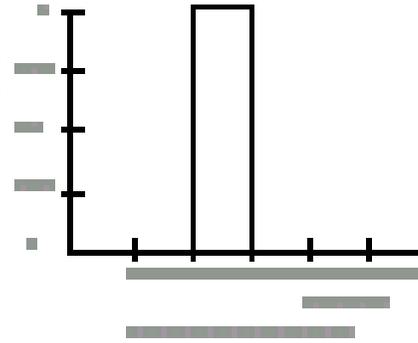
A continuación ...

- ◆ Funciones de pertenencia.
- ◆ Fusificador.
- ◆ Reglas.
- ◆ Reglas Activas.
- ◆ Defusificador.

# Funciones de pertenencia

## Tipos clásicos de MF:

- ◆ Rectangulares,
- ◆ Triangulares,
- ◆ Trapezoidales,
- ◆ Parabólicas,
- ◆ Gaussianas,
- ◆ etc ...



# Funciones de pertenencia (2)

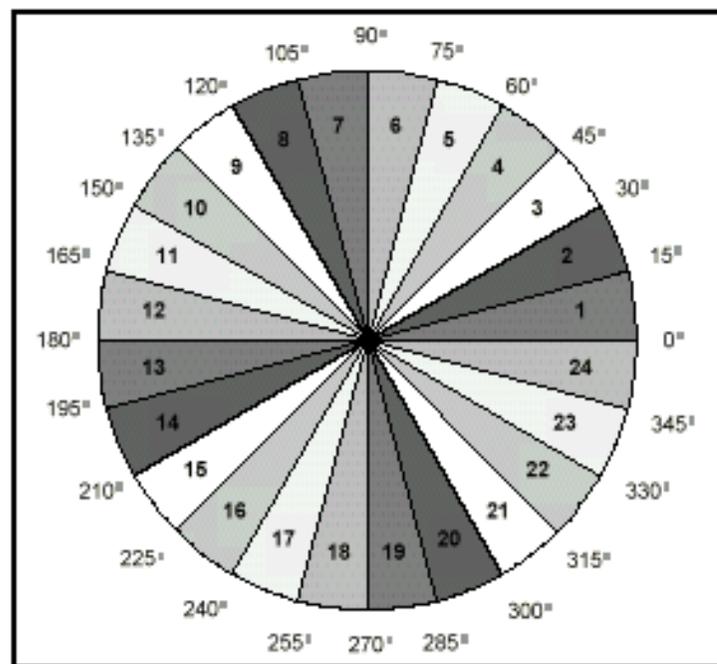


Fig. 11. Numerical notation of fuzzy rule tables.

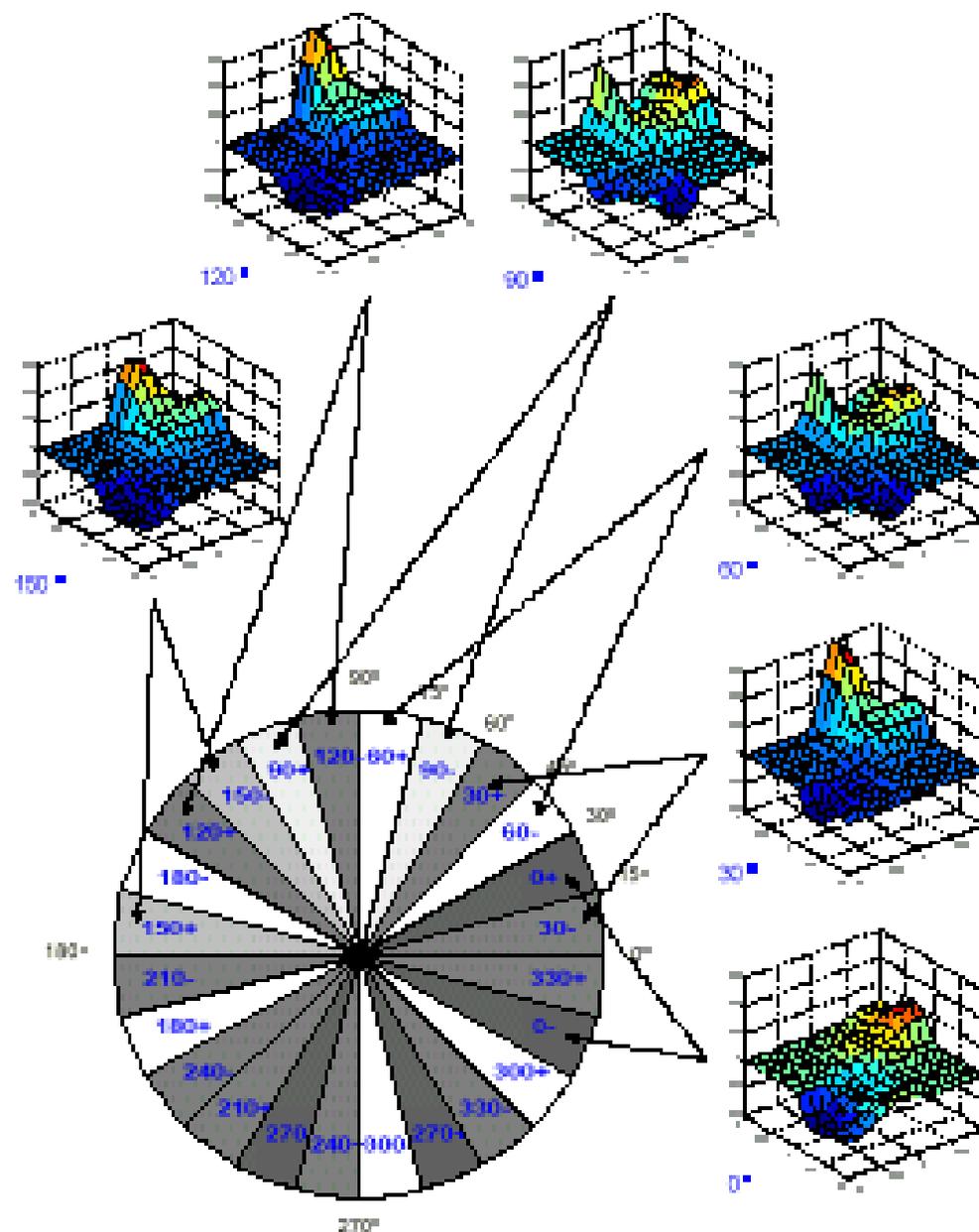


Fig. 4. Distribution of fuzzy rule tables (control surfaces) for the operating range  $0^\circ - 150^\circ$ .

# Funciones de pertenencia (3)

## SU IMPLEMENTACIÓN:

### ◆ Por Memoria:

- ◆ Cálculos fuera de línea.
- ◆ Costo independiente de la complejidad de la función.
- ◆ Gran tamaño y tiempo fijo.

### ◆ Calculadas:

- ◆ Cálculos en línea.
- ◆ Costo dependiente de la complejidad de la función.
- ◆ Menor tamaño y tiempo variable.

# Funciones de pertenencia (4)

## Implementación por cada Variable:

- ◆ **Por Memoria.** Un banco para cada MF.
- ◆ **Por Memoria** con (*O*)verlapping bancos. Con *O* bancos de memoria (+gasto en memoria para almacenar el identificador de MF).
- ◆ **Calculadas individualmente.** Se calcula cada MF individualmente.
- ◆ **Calculadas por activación.** Sólo se calculan las MF que aportarán información (+costo por la selección de rangos y, además también, +gasto en memoria para almacenar el identificador de MF).

# Funciones de pertenencia (5)

## Funciones Triangulares (con 3 puntos)

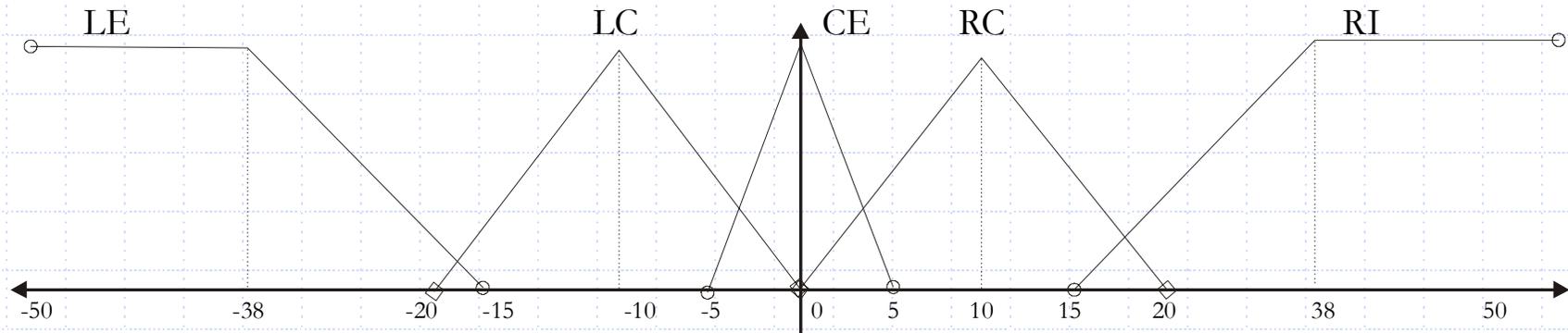
$$F_{LE} = (LE_{x0}, LE_{y0}), (LE_{x1}, LE_{y1}), (LE_{x2}, LE_{y2})$$

$$F_{LC} = (LC_{x0}, LC_{y0}), (LC_{x1}, LC_{y1}), (LC_{x2}, LC_{y2})$$

$$F_{CE} = (CE_{x0}, CE_{y0}), (CE_{x1}, CE_{y1}), (CE_{x2}, CE_{y2})$$

Tratamiento especial:

**SI**  $(x < -38)$  o  $(si\ x > 38)$  **ENTONCES**  $x_{mf} := 2^n - 1;$



# Funciones de pertenencia (6)

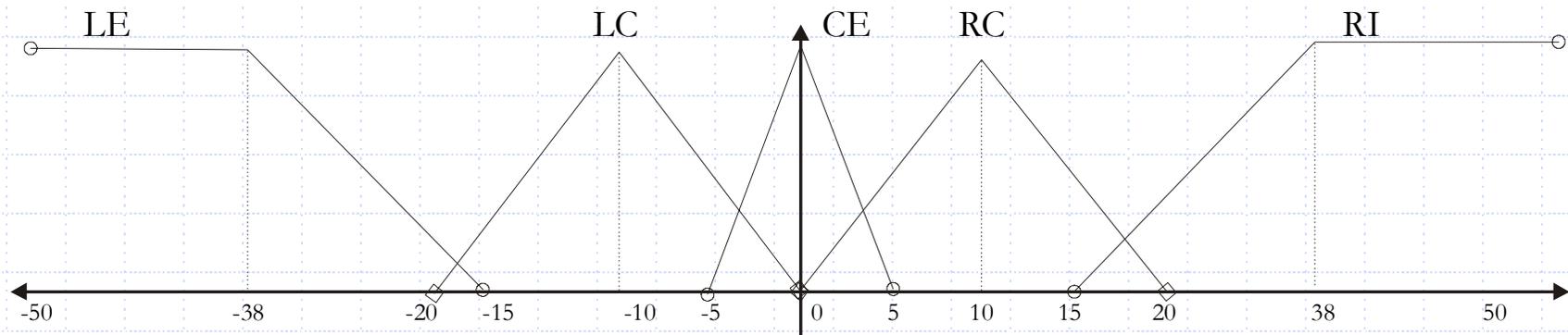
## Polinomio Lineal Genérico ( $n$ puntos)

$$F_{LE} = LE_0 \rightarrow LE_1, \quad LE_1 \rightarrow LE_2$$

$$F_{LC} = LC_0 \rightarrow LC_1, \quad LC_1 \rightarrow LC_2$$

$$F_{CE} = CE_0 \rightarrow CE_1, \quad CE_1 \rightarrow CE_2$$

- ◆ Cambio de la estructura de datos y cálculo.
- ◆ De triangulo se pasa a segmento.



# Funciones de pertenencia (7)

## Polinomio lineal (SEGMENTOS+ID)

$$LE_0 \rightarrow LE_1 = (LE_{x0}, LE_{y0}) \rightarrow (LE_{x1}, LE_{y1}), LE_{MF}$$

$$LE_1 \rightarrow LE_2 = (LE_{x1}, LE_{y1}) \rightarrow (LE_{x2}, LE_{y2}), LE_{MF}$$

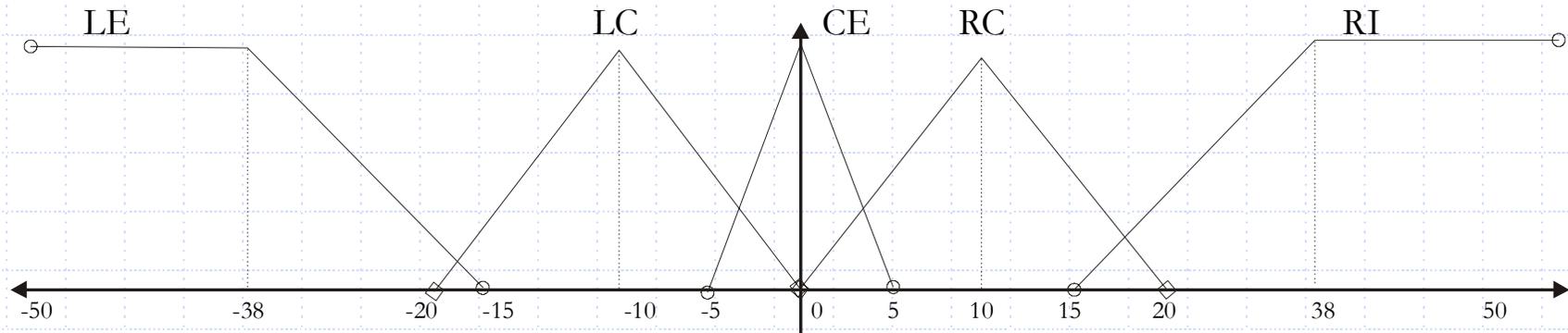
$$LC_0 \rightarrow LC_1 = (LC_{x0}, LC_{y0}) \rightarrow (LC_{x1}, LC_{y1}), LC_{MF}$$

$$LC_1 \rightarrow LC_2 = (LC_{x1}, LC_{y1}) \rightarrow (LC_{x2}, LC_{y2}), LC_{MF}$$

$$CE_0 \rightarrow CE_1 = (CE_{x0}, CE_{y0}) \rightarrow (CE_{x1}, CE_{y1}), CE_{MF}$$

$$CE_1 \rightarrow CE_2 = (CE_{x1}, CE_{y1}) \rightarrow (CE_{x2}, CE_{y2}), CE_{MF}$$

.....



# Funciones de pertenencia (8)

Clases de MF que pueden implementarse usando polinomios lineales genéricos

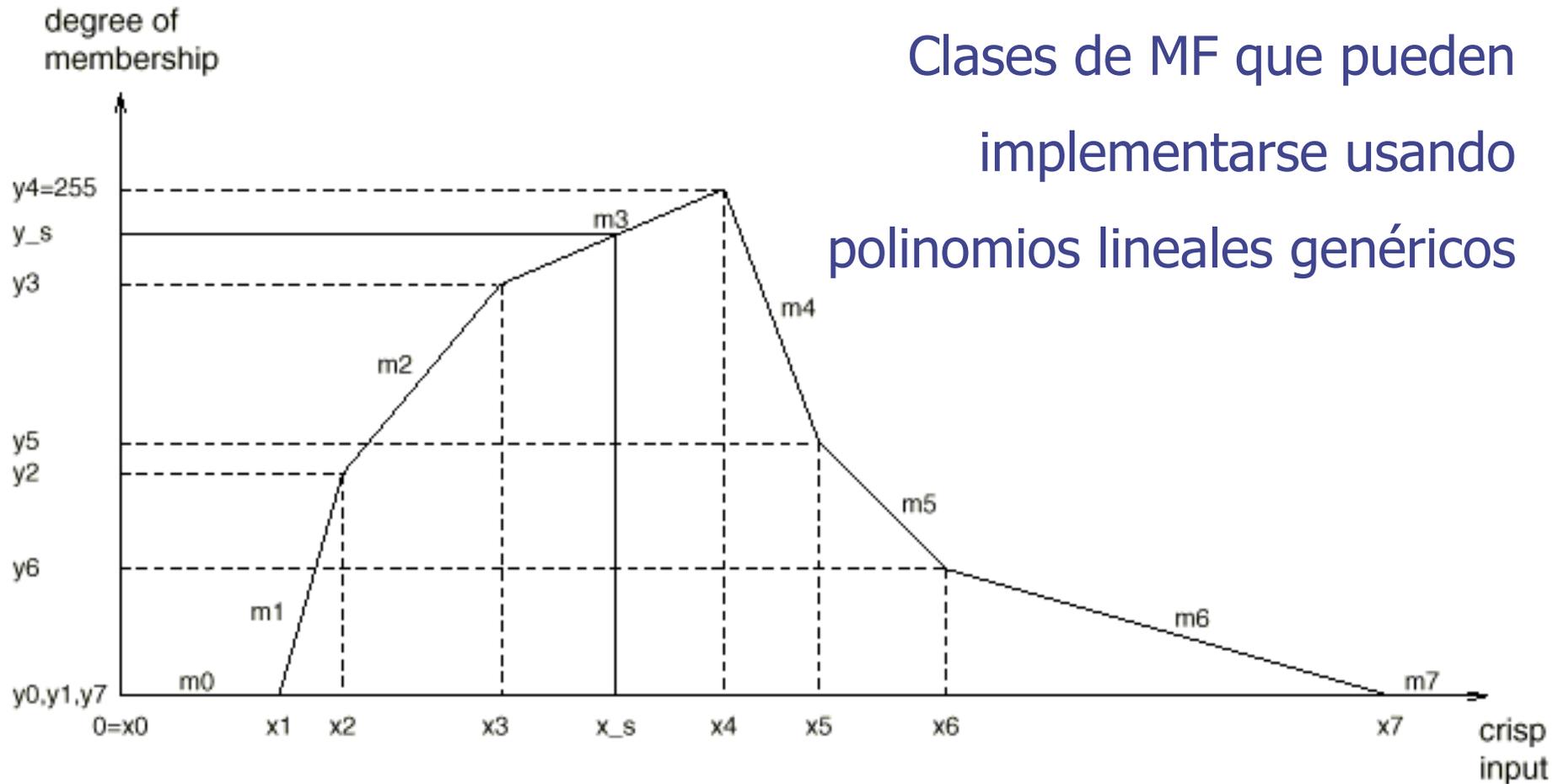
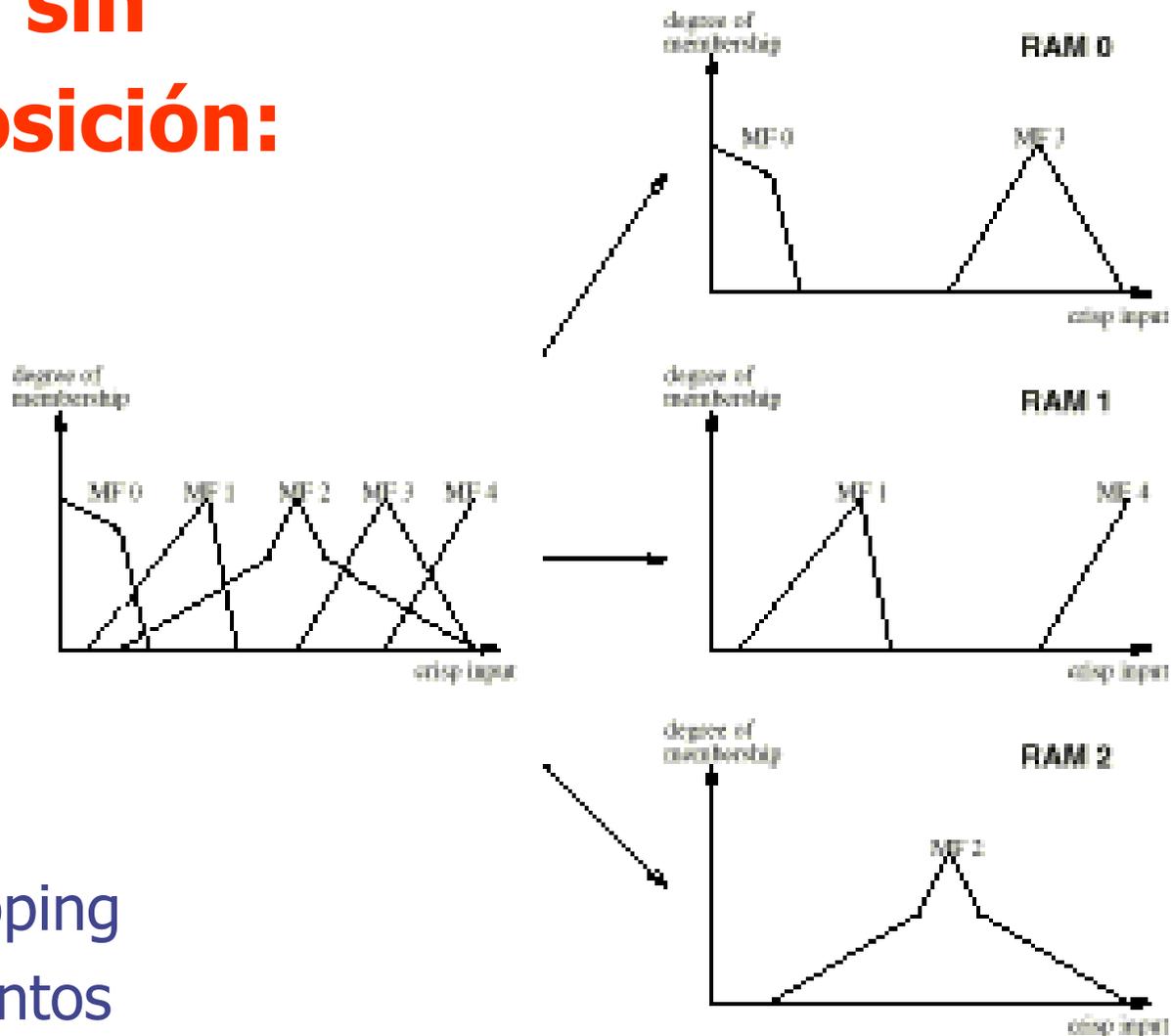


Fig. 17. Membership function approximation

# Funciones de pertenencia (9)

**En ROM sin  
superposición:**



Ejemplo:  
con Overlapping  
de 3 segmentos

Fig. 16. Overlap-free Membership Function Storage

# Funciones de pertenencia (10)

## Impacto de Ensanche de las MF:

- ◆ Las **pendientes** de las MF tienen un impacto sobre el comportamiento del FLC
- ◆ Al ensancharse la MF se **suaviza** más el comportamiento.
- ◆ Puede que haya **mayor superposición de segmentos.**
- ◆ Puede **agregar complejidad** de cálculo y disparar un número mayor de reglas.
- ◆ **COMPARAR** gráficamente el comportamiento.

# Reglas

**IF (v<sub>1</sub> is MF<sub>a</sub>) & (v<sub>2</sub> is MF<sub>aa</sub>)... THEN s<sub>1</sub> es MF<sub>s</sub>**

**IF (v<sub>1</sub> is MF<sub>b</sub>) & (v<sub>2</sub> is MF<sub>bb</sub>)... THEN s<sub>1</sub> es MF<sub>z</sub>**

**IF (v<sub>1</sub> is MF<sub>c</sub>) & (v<sub>2</sub> is MF<sub>cc</sub>)... THEN s<sub>1</sub> es MF<sub>s</sub>**

## **ENTONCES**

se debe calcular la inferencia como:

$$s_{1s} = \max( \min(v_{1a}, v_{2aa}), \min(v_{1c}, v_{2cc}) );$$

$$s_{1z} = \max( \min(v_{1b}, v_{2bb}) ) = \min(v_{1b}, v_{2bb});$$

## **NOTE QUE:**

- Todos los AND en 1 sola regla.
- Los OR se implementa con varias reglas (ya que SÓLO hay un consecuente por regla).

# Reglas (2)

## Funciones para inferencia *max-min*:

- ◆ **MINIMO.** Opciones:
  - ◆ Operación de 2 operandos. Se debe hacer un arbol de cálculo para evaluar todo.
  - ◆ Operación de (*Nro-Maximo-de-Variables-de-Entrada*) operandos.
- ◆ **MAXIMO.** Opciones:
  - ◆ Operación de 2 operandos. Se debe hacer un arbol de cálculo para evaluar todo.
  - ◆ Operación de (*Nro-Maximo-de-Variables-de-Reglas-Con-Igual-Consecuente*) operandos.

## Reglas (3)

# Motores de Inferencia

### Por la forma de evaluación:

- ◆ **NORMAL.** Requiere el cálculo de cada regla individualmente, acumulando su máximo.
- ◆ **REGLAS ACTIVAS.** Evalúa sólo las reglas que aportan información a la toma de decisión.

### Por la forma de definición de reglas:

- ◆ **Con reglas internas,** medidas dentro del software.
- ◆ **Con motor de inferencia y reglas externas.** Más lento, pero más flexible (permite prototipar rápidamente).

# Reglas (4)

## Ideas para RA o reglas externas:

- ◆ Basado en **software, hardware o algoritmos**. Usan un algoritmo para determinar que reglas se deben evaluar.
- ◆ Basado en una **estructura de datos**. La base de reglas (o FAM: fuzzy associative memory) tiene los punteros a las MF y son accedidas de forma automática.
- ◆ Basado en una **hardware a medida**. La FAM y motor de inferencias son hechos a medida de la aplicación.

# Reglas Activas

## Características **BÁSICAS** inferencia

- ◆ No todas las reglas aportan información
- ◆ Sólo se ejecutan un máximo de 4 reglas
- ◆ Variables de entrada y funciones de pertenencia superpuestas

**X** selecciona 2 MF y **PHI** selecciona 2 MF.

		X				
		LE	LC	CE	RC	RI
$\phi$	RB	PS	PM	PM	PB	PB
	RU	NS	PS	PM	PB	PB
	RV	NM	NS	PS	PM	PB
	VE	NM	NM	ZE	PM	PM
	LV	NB	NM	NS	PS	PM
	LU	NB	NB	NM	NS	PS
	LB	NB	NB	NM	NM	NS

# Reglas Activas (2)

## Objetivo

- ◆ Calcular SÓLO reglas que aporten información.

## Procedimiento

- ◆ Las MF deben indicar cual es la función de pertenencia con valor  $> 0$  de cada variable.

$\phi$	X					
	LE	LC	CE	RC	RI	
RB	PS	PM	PM	PB	PB	
RU	NS	PS	PM	PB	PB	
RV	NM	NS	PS	PM	PB	
VE	NM	NM	ZE	PM	PM	
LV	NB	NM	NS	PS	PM	
LU	NB	NB	NM	NS	PS	
LB	NB	NB	NM	NM	NS	

- ◆ Se accede a la tabla de reglas con dichos valores para determinar las reglas a ejecutar.

# Reglas Activas (3)

## Implementación

- ◆ **Basado en algoritmo.** Un proceso realiza la selección de reglas ...
- ◆ **Basado en estructuras de datos.** La fusificación genera también punteros que apuntan al consecuente en la FAM.

	X					
	LE	LC	CE	RC	RI	
RB	PS	PM	PM	PB	PB	
RU	NS	PS	PM	PB	PB	
RV	NM	NS	PS	PM	PB	
VE	NM	NM	ZE	PM	PM	
LV	NB	NM	NS	PS	PM	
LU	NB	NB	NM	NS	PS	
LB	NB	NB	NM	NM	NS	

# Defusificador

- ◆ Se debe calcular bien los tamaños de los **registros que acumulan** el numerador N y el denominador D.

$$wN = \log_2(\mathbf{maxValMF}) + \log_2(\mathbf{maxValDF}) + \log_2(\mathbf{O})$$

$$wD = \log_2(\mathbf{maxValMF}) + \log_2(\mathbf{NroDF})$$

- ◆ La **precisión** de la división define la precisión de la variable de salida del FLC.

# Y Ahora? ...

Será cierto que termina la clase 2?

**Sí!** **LISTO!**