

TRABAJO PRACTICO N° 5

MODELOS - MODELOS DE HERBRAND

1. Convierta cada una de las siguientes fórmulas a la forma prenexa:

- (a) $\forall x A(x) \rightarrow \exists x \forall y (B(x) \wedge C(x, y))$
- (b) $\forall z (\exists x \forall y (A(x, y) \wedge B(y, z)) \rightarrow \exists x C(x, z))$
- (c) $\forall x (\forall y (A(x, y) \rightarrow \exists z B(y, z)) \rightarrow \forall z \exists x C(x, z))$

2. Convierta las fórmulas del ejercicio anterior a forma clausular partiendo de las formas prenexas obtenidas.

3. Convierta las siguientes fórmulas a la forma clausular (sin pasar por la forma prenexa) y escriba el resultado como un conjunto de cláusulas:

- (a) Cada una de las fórmulas del ejercicio 1 (compare con las fórmulas obtenidas en el ejercicio 2)
- (b) $\forall x \forall z \exists y \exists w (A(z) \rightarrow (B(x) \wedge \neg C(y) \wedge D(w)))$
- (c) $\exists x A(x) \rightarrow \exists x \exists y (B(x) \wedge C(x, y))$
- (d) $\forall x \forall y \exists z (A(x, y, z) \vee (\exists u C(x, u) \rightarrow \exists v (C(x, v) \wedge B(v, z))))$

4. Usando modelos (no de Herbrand), estudie si las siguientes son o no fórmulas lógicamente válidas:

- (a) $\exists x (A(x) \wedge B(x)) \rightarrow \exists x A(x) \wedge \exists x B(x)$
- (b) $\forall x (A(x) \vee B(x) \rightarrow A(a))$ a constante

5. Usando modelos (no de Herbrand), determine si las siguientes consecuencias semánticas son o no válidas. En los casos donde no se cumplan, construya un contraejemplo.

- (a) $\forall x (A(x) \wedge B(x)) \models \forall x A(x) \wedge \forall x B(x)$
- (b) $\forall x \exists y D(x, y) \models \exists y \forall x D(x, y)$
- (c) $\{\forall x (A(x) \rightarrow \neg B(x)), \exists x (A(x) \wedge C(x))\} \models \exists x (C(x) \wedge \neg B(x))$
- (d) $\{\forall x (\neg(\neg Q(x) \vee \neg R(x))), \exists x (P(x) \rightarrow R(x)), \exists x (\neg R(x) \vee S(x))\} \models \exists x S(x)$

6. Determine si los siguientes conjuntos de cláusulas son o no satisfacibles, usando Modelos de Herbrand

- (a) $S = \{A(x) \vee \neg B(y, x), \neg A(y) \vee C(c)\}$ c constante
- (b) $S = \{A(f(x)) \vee \neg B(y, x), \neg A(c) \vee C(x)\}$ c constante
- (c) $S = \{\neg A(x) \vee B(x), A(b), C(x, a), \neg B(y) \vee \neg C(a, y)\}$ a, b constantes
- (d) $S = \{A(x), \neg A(x) \vee B(f(x)), \neg B(f(a))\}$ a constante
- (e) $S = \{\neg A(x) \vee B(x, b), A(f(y)), A(a) \vee \neg B(y, a)\}$ a, b constantes

7. Determine cuáles de las siguientes fórmulas son fórmulas lógicamente válidas:

(a) Usando Modelos de Herbrand

(b) Usando la noción de p-satisfacible

1. Fórmulas del ejercicio 4.
2. $\forall x(A(x) \rightarrow B(x)) \rightarrow (\exists x A(x) \rightarrow \exists x B(x))$
3. $\forall x \exists y \exists z ((P(y, x) \wedge \neg R(y)) \vee ((R(x) \vee P(z, x) \rightarrow R(z))))$
4. $\exists x(A(x, a) \rightarrow A(a, x)) \rightarrow (\forall x A(x, a) \rightarrow \exists x A(a, x))$ siendo a una constante
5. $\exists x A(f(x)) \wedge \exists x B(x) \rightarrow \forall x A(f(x)) \wedge \forall x B(x)$
6. $\forall x(B(x, b) \rightarrow B(b, x)) \rightarrow (\exists x B(b, x) \rightarrow \exists x B(b, x))$ siendo b una constante
7. $\forall z \exists x \exists y (\neg P(x) \wedge Q(x, z) \vee (P(z) \vee Q(y, z) \rightarrow P(y)))$

Para cada fórmula no lógicamente válida, dé un modelo en el que la fórmula sea falsa.

8. Determine usando Modelos de Herbrand si las siguientes deducciones son válidas:

(a) $\Gamma \models \forall x(E(x) \rightarrow \neg B(x))$ donde

$$\Gamma = \{\forall x(\neg A(x) \rightarrow \neg B(x)), \forall x(C(x) \rightarrow D(x)), \forall x(E(x) \rightarrow \neg D(x)), \forall x(A(x) \rightarrow C(x))\}$$

(b) $\Gamma \models \exists x(P(x, a) \wedge (P(f(x), b)))$, siendo a, b constantes y

$$\Gamma = \{\forall x(P(a, x) \rightarrow P(b, f(x))), \forall x(P(f(x), x) \rightarrow \forall z(P(z, b))), P(a, f(a)) \wedge P(f(b), b)\}$$

9. Dadas las sentencias

$$A = \forall x \forall y \forall z (P(x, y) \wedge P(y, z) \rightarrow P(x, z))$$

$$B = \forall x \forall y (P(x, y) \rightarrow P(y, x))$$

$$C = \forall x \forall y \forall z (P(x, y) \wedge P(z, y) \rightarrow P(x, z))$$

probar que $\{A, B\} \models C$

10. Dadas las sentencias

$$A = \forall x(\neg A(x) \vee B(x) \vee C(x, f(x)))$$

$$B = \forall x(\neg A(x) \vee B(x) \vee D(f(x)))$$

$$C = E(a)$$

$$D = A(a)$$

$$E = \forall y(\neg C(a, y) \vee E(y))$$

$$F = \forall y(\neg E(y) \vee \neg B(y))$$

$$G = \forall y(\neg E(y) \vee \neg D(y))$$

probar que $\{A, B, C, D, E, F, G\} \models \exists x(E(x) \wedge D(x))$