

TRABAJO PRACTICO N° 1

Lenguajes

1) Sean $x = cd$, $y = ab$ cadenas. Calcular

- | | |
|----------|--------------|
| a) x^1 | e) $x^R y$ |
| b) x^2 | f) $y^R x^R$ |
| c) x^0 | g) $x^R y^2$ |
| d) x^R | h) $x^2 y^3$ |

2) Sean $L_1 = \{ a^n b^{2k} / n \geq 0 \text{ y } k \geq n \}$ $L_2 = \{ 0^m 1^n / m \text{ impar y } n \text{ par, ó } m \text{ par y } n \text{ par} \}$

Determine para cada una de las siguientes cadenas si \in o \notin al lenguaje indicado.

- | | | |
|-------------------------|------------------------|--|
| a) $a b^4 \dots L_1$ | e) $0^3 1^3 \dots L_2$ | i) $1^4 \dots L_2$ |
| b) $a b \dots L_1$ | f) $0^4 1^8 \dots L_2$ | j) $0^3 1^6 a^3 b^8 \dots L_1 \cdot L_2$ |
| c) $\epsilon \dots L_1$ | g) $0^3 1^2 \dots L_2$ | k) $a^6 b^8 0^4 \dots L_1 \cdot L_2$ |
| d) $a^5 \dots L_1$ | h) $0^9 \dots L_2$ | l) $1 a b^4 \dots L_2 \cdot L_1$ |

3) Para cada uno de los siguientes lenguajes, dé al menos 3 cadenas de distinta longitud:

- a) $L_1 = \{ x / x \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}^* \text{ y } x \text{ es un número par} \}$
- b) $L_2 = \{ a^n b^m d^{n+m} / n, m \geq 0 \}$
- c) $L_3 = \{ x / x \in \{a, b, c, d\}^* \text{ y } x \text{ contiene la subcadena } ab \text{ y } x \text{ no contiene la subcadena } bc \}$
- d) $L_4 = \{ x 0^{2k+1} / x \in \{a, b, c\}^* \text{ y la longitud de } x \text{ es múltiplo de } 4 \text{ y } x \text{ termina en } bb \text{ y } k \geq 0 \}$

4) Sean A y B alfabetos, $A = \{a, b\}$ y $B = \{a, b, c\}$, y L_1, L_2 y L_3 lenguajes

$$L_1 = \{ a^i b^j / i \geq 1, j \geq 1 \} \quad L_2 = \{ b^i c^j / i \geq 1, j \geq 1 \} \quad L_3 = \{ a^i b^j c^i / i \geq 1, j \geq 1 \}$$

Determine si cada una de las siguientes afirmaciones es verdadera o falsa.

- a) L_1 es un lenguaje sobre A.
- b) L_2 es un lenguaje sobre $A \cup B$.
- c) L_2 es un lenguaje sobre $A \cap B$.
- d) L_3 es un lenguaje sobre $A \cup B$.
- e) L_3 es un lenguaje sobre $A \cap B$.
- f) L_1 es un lenguaje sobre $A - B$.
- g) $L_1 \cup L_2$ es un lenguaje sobre A.
- h) $L_1 \cup L_2$ es un lenguaje sobre $A \cap B$.
- i) $L_1 - L_2$ es un lenguaje sobre A.

5) En cada caso dé, si es posible, un lenguaje L (que sea no vacío) que satisfaga la condición correspondiente:

- a) $L \subset \{ab, aabb, aaabbb\}$ para L infinito

- b) $L \subset \{a^n b^n c^k / k, n > 0\}$ para L infinito.
- c) $L \subset \{a^n b^k / n > 0 \text{ y } k > n\}$ para L infinito.
- d) $\{a^k b^{2n} c^n / n, k > 0\} \subset L$, para L lenguaje finito
- e) $\{a^k b^{2n} c^n / n, k > 0\} \subset L$, para L lenguaje infinito
- f) $L \subset \{a^n b^n c^k / k > 0 \text{ y } n > k\}$, para L lenguaje finito
- g) $L \subset \{a^n b^n c^k / k > 0 \text{ y } n > k\}$, para L lenguaje infinito

6) Sean $L_1 = \{\epsilon\}$, $L_2 = \{b, aa, ab, bb\}$, $L_3 = \{\epsilon, a, b, aa, bb\}$ y $L_4 = \emptyset$, definidos sobre $A = \{a, b\}$. Obtener a) $L_1 \cup L_2$, b) $L_1 \cup L_3$, c) $L_1 \cup L_4$, d) $L_1 \cap L_2$, e) $L_2 \cap L_3$, f) $L_3 \cap L_4$, g) $L_1 \cap L_4$

7) Dados los siguientes lenguajes, definidos sobre el alfabeto $A = \{a, b, c\}$

$$L_1 = \{\epsilon, a, ab\} \quad L_2 = \{x / x \in \{a, b, c\}^* \text{ y } x \text{ termina en } a\}$$

$$L_3 = \{x / x \in \{a, b, c\}^* \text{ y } x \text{ termina en } b\}$$

Calcule el lenguaje resultante de las siguientes operaciones:

i) $L_1^2 \cap L_3$ ii) $L_2 \cup L_1$ iii) $L_1^R - L_2$ iv) $L_1 \cap L_3^R$

8) Determine si las siguientes igualdades sobre lenguajes definidos sobre el alfabeto $A = \{a, b, c\}$ son verdaderas o falsas, justificando en cada caso. Para las falsas, dé un contraejemplo.

- a) $\{a^{3i} b^i / i \geq 0\} = (\{a\} \cdot \{a\} \cdot \{a\})^* \cdot \{b\}^*$
- b) $\{a^{3i} b^n / i, n \geq 0\} = (\{a\} \cdot \{a\} \cdot \{a\})^* \cdot \{b\}^*$
- c) $\{w / w \in \{a, b, c\}^* \text{ y } w \text{ comienza con } a\} = (\{a\} \cup \{b\} \cup \{c\})^*$
- d) $\{w / w \in \{a, b\}^* \text{ y } w \text{ tiene al menos dos } a\} = \{b\}^* \cdot \{a\} \cdot \{b\}^* \cdot \{a\} \cdot (\{a\} \cup \{b\})^*$
- e) $\{w / w \in \{a, b, c\}^* \text{ y } w \text{ no comienza con } a\} = (\{\epsilon\} \cup \{b\} \cup \{c\}) \cdot (\{a\} \cup \{b\} \cup \{c\})^*$

9) Sean L_1 y L_2 los siguientes lenguajes: $L_1 = \{a\}$ $L_2 = \{b\}$

Determine los conjuntos de cadenas que pertenecen a los siguientes lenguajes:

- a) L_1^*
- b) $(L_1 \cdot L_2)^*$
- c) $(L_1 \cap L_2)^*$
- d) $L_1^* \cdot L_2^*$
- e) $(L_1 \cup L_2)^*$

10) Dados los siguientes lenguajes, definidos sobre el alfabeto $A = \{a, b, c, d, e, g\}$

$$L_1 = \{\epsilon, ab, a\} \quad L_2 = \{\epsilon, d, c\} \quad L_3 = \{x / x \in \{a, b, c\}^* \text{ y } x \text{ termina en } ab\}$$

$$L_4 = \{a^{j+1} b^p d^{2n} e^k g^s / p, k, s \geq 0 \text{ y } n > s \text{ y } j > p\}$$

Calcule el lenguaje resultante de las siguientes operaciones:

a) $L_1^2 - L_3$ b) $L_1 \cdot L_2^*$ c) L_4^R d) $L_1^2 \cap L_3$ e) $L_1 \cup L_2^2$

11) Describa si es posible, mediante un único conjunto las siguientes operaciones:

- a) $\{a^k b^n d^{k+n} g^i h^s / k, n, i, s \geq 0 \text{ y } i \geq s\} \cup \{a^k b^n d^{k+n} g^i h^s / k, n, i, s \geq 0 \text{ y } i > s\}$
- b) $\{a^k b^n d^{k+n} g^i h^s / k, n, i, s \geq 0 \text{ y } i \geq s\} \cap \{a^k b^n d^{k+n} g^i h^s / k, n, i, s \geq 0 \text{ y } i > s\}$
- c) $\{a^n b^{2k} / n, k \geq 0\} \cap \{a^{2n+1} b^k / n, k \geq 0\}$
- d) $\{a^n b^{2k} / n, k \geq 0\} \cup \{a^{2n+1} b^k / n, k \geq 0\}$
- e) $\{a^n b^{2k} / n, k \geq 0\} - \{a^{2n+1} b^k / n, k \geq 0\}$