

Ciencias de la Computación I

Lenguajes Formales

Ciencias de la Computación I - Filminas de Clase - Facultad Cs. Exactas - UNCPBA - 2009

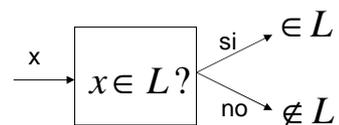
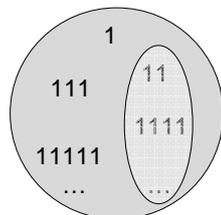
Lenguajes Formales

PROBLEMA: RECONOCIMIENTO DE LENGUAJES

Ejemplo: Números unarios

$L = \{ x / x \text{ es unario y } x \text{ es par} \}$

$L = \{ 11, 1111, 111111, \dots \}$



Ciencias de la Computación I - Filminas de Clase - Facultad Cs. Exactas - UNCPBA - 2009

Lenguajes Formales

Alfabeto

Conjunto finito no vacío de símbolos indivisibles

Ejemplos

$$A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$$

$$B = \{0, 1\}$$

$$C = \{a, b, c\}$$

$$D = \{a, b, ab\}$$

No son símbolos indivisibles ab se forma con a y b

Ciencias de la Computación I - Filminas de Clase - Facultad Cs. Exactas - UNCPBA - 2009

Lenguajes Formales

Cadena:

Sucesión finita de símbolos, sobre un alfabeto A

$w = s_1 s_2 \dots s_n$ donde $s_i \in A$, para $1 \leq i \leq n$
 s_i para $1 \leq i \leq n$ ocurre en posición i de la cadena

Por convención:

ε denota la cadena vacía

Ejemplos para el alfabeto $A = \{a, b, c\}$

$$w_1 = abc \quad w_2 = abb \quad w_3 = aaaaaaa \quad w_4 = \varepsilon$$

Ciencias de la Computación I - Filminas de Clase - Facultad Cs. Exactas - UNCPBA - 2009

Lenguajes Formales

OPERACIONES SOBRE CADENAS

$w_1 = a_1 a_2 \dots a_n$ $w_2 = b_1 b_2 \dots b_m$ w_1, w_2 cadenas definidas sobre alfabeto A

- **Longitud de una cadena**
 $|w_1| = |a_1 a_2 \dots a_n| = n$
 Sea el alfabeto $A = \{a, b, c\}$
 Ej: $|abc| = 3$ $|aaaaaa| = 6$ $|\epsilon| = 0$

- **Igualdad de cadenas**
 $w_1 = w_2$
 Ej: $abc = abc$ $abc \neq ac$

- **Reversa de una cadena**
 $w_1^R = a_n \dots a_2 a_1$
 Ej. $(abc)^R = cba$ $(aaaab)^R = baaaa$

- **Concatenación de cadenas**
 $w_1 \cdot w_2 = a_1 a_2 \dots a_n b_1 b_2 \dots b_m$ Ej. $abc \cdot aaaaa = abcaaaaa$

Propiedades concatenación

$w_1 \cdot \epsilon = \epsilon \cdot w_1 = w_1$
 $w_1 \cdot w_2 \neq w_2 \cdot w_1$

- **Potencia k-ésima de una cadena**
 $w_1^0 = \epsilon$
 $w_1^k = \underbrace{w_1 \cdot w_1 \dots w_1}_{(k\text{-veces})}$
 Ej. $ac^0b = ab$ $(ab)^2 = abab$ $abc^2 = abcc$

Lenguajes Formales

Clausura de un alfabeto A

A^* : Conjunto de todas las posibles cadenas sobre A

$$A^* = \bigcup_{i=0}^{i=\infty} A^i$$

A^i es el conjunto de todas las cadenas de longitud i sobre A

Ejemplo: $A = \{a, b, c\}$

$A^0 = \{\epsilon\}$ $A^1 = \{a, b, c\}$ $A^2 = \{a, b, c\}\{a, b, c\} = \{aa, ab, ac, ba, bb, bc, ca, cb, cc\}$

$A^* = \{\epsilon, a, b, c, aa, ab, ac, ba, bb, bc, ca, cb, cc, aaa, aab, aac, \dots\}$

Lenguajes Formales

Lenguaje:

Un lenguaje L sobre un alfabeto A es un subconjunto de A^*

$$L \subseteq A^*$$

- Un lenguaje puede ser finito o infinito
- Un lenguaje se puede definir por comprensión o por extensión

Ejemplos: Lenguajes sobre el alfabeto $A = \{ a, b, c \}$

$$A^* = \{ \epsilon, a, b, c, aa, ab, ac, ba, bb, bc, ca, cb, cc, aaa, aab, aac, \dots \}$$
$$L_1 = \emptyset$$
$$L_2 = \{ \epsilon \}$$
$$L_3 = \{ a, b, aa, bb, ab, ba \}$$
$$L_4 = \{ a, aa, aaa, aaaa, \dots \} = \{ a^n \mid n \geq 1 \}$$
$$L_5 = \{ a^n b^n \mid n \geq 1 \} = \{ ab, aabb, aaabbb, aaaabbbb, \dots \}$$

Ciencias de la Computación I - Filminas de Clase - Facultad Cs. Exactas - UNCPBA - 2009

Lenguajes Formales

Operaciones con Lenguajes Dados $L_1 \subseteq A^*$ y $L_2 \subseteq A^*$

- $L_1 \cup L_2 = \{ w \in A^* \mid w \in L_1 \text{ o } w \in L_2 \}$
- $L_1 \cap L_2 = \{ w \in A^* \mid w \in L_1 \text{ y } w \in L_2 \}$
- $L_1 - L_2 = \{ w \in A^* \mid w \in L_1 \text{ y } w \notin L_2 \}$
- $\overline{L_1} = \{ w \in A^* \mid w \notin L_1 \} = A^* - L_1$
- $L_1 \cdot L_2 = \{ w_1 \cdot w_2 \in A^* \mid w_1 \in L_1 \text{ y } w_2 \in L_2 \}$

Propiedades de la concatenación

- 1) $L_1 \cdot \emptyset = \emptyset = \emptyset \cdot L_1$
- 2) $(L_1 \cdot L_2) \cdot L_3 = L_1 \cdot (L_2 \cdot L_3)$
- 3) $L_1 \cdot L_2 \neq L_2 \cdot L_1$
- 4) $L_1 \cdot (L_2 \cup L_3) = L_1 \cdot L_2 \cup L_1 \cdot L_3$
- 5) $L_1 \cdot (L_2 \cap L_3) \neq L_1 \cdot L_2 \cap L_1 \cdot L_3$

Ciencias de la Computación I - Filminas de Clase - Facultad Cs. Exactas - UNCPBA - 2009

Lenguajes Formales

Dado $L \subseteq A^*$

- Potencia del lenguaje L

$$L^0 = \{\epsilon\}$$

$$L^k = L.L.L \dots L \quad (k \text{ veces})$$

- Clausura del lenguaje L

$$L^* = \bigcup_{i=0}^{i=\infty} L^i = L^0 \cup L^1 \cup L^2 \dots$$

- Reversa del lenguaje L

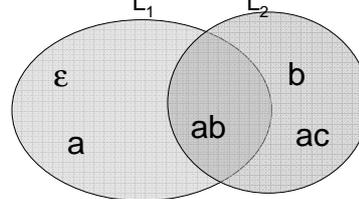
$$L^R = \{w^R \in A^* / w \in L\}$$

Ciencias de la Computación I - Filminas de Clase - Facultad Cs. Exactas - UNCPBA - 2009

Lenguajes Formales

Ejemplo

Dados L_1 y L_2 sobre $A = \{a, b, c\}$ $L_1 = \{\epsilon, a, ab\}$ $L_2 = \{b, ac, ab\}$



$$L_1 \cup L_2 = \{\epsilon, a, ab, b, ac\}$$

$$L_1 - L_2 = \{\epsilon, a\}$$

$$\underline{L_1}^R = \{\epsilon, a, ba\}$$

$$L_1 = \{w / w \in A^* \text{ y } (w \neq \epsilon \text{ y } w \neq ab \text{ y } w \neq a)\}$$

$$L_1^* = L_1^0 \cup L_1^1 \cup L_1^2 \cup L_1^3 \dots = \{\epsilon\} \cup \{\epsilon, a, ab\} \cup \{\epsilon, a, ab, aa, aab, aba, abab\} \cup \dots$$

$$L_1 \cap L_2 = \{ab\}$$

$$L_1.L_2 = \{b, ac, ab, aac, aab, abb, abac, abab\}$$

Ciencias de la Computación I - Filminas de Clase - Facultad Cs. Exactas - UNCPBA - 2009