

## Unidad 7: Conceptos básicos de hidrología

### **Introducción:**

En este curso se tratarán, entre otros, algunos temas fundamentales de la hidrología. Se introducirá al alumno en el estudio del agua en todos sus orígenes y destinos en la Tierra. Si bien la hidrología abarca el estudio del agua en todos sus aspectos, aquí nos concentraremos en las cuestiones relacionadas con las cantidades de agua, más que con su calidad (potabilidad, etc.).

En sus comienzos, el hombre típicamente nómada, acompañaba con sus desplazamientos los designios de la naturaleza, buscando los lugares donde dispusiera de agua y tratando de evitar las zonas de exceso. Con el correr del tiempo, los hábitos sedentarios fueron fijando al hombre a su lugar de nacimiento y fue entonces cuando se vio obligado a convivir con su naturaleza, cualquiera que ésta fuera. Durante milenios, la humanidad ha considerado al agua como un elemento no modificable del globo, como el aire. En un mundo esencialmente rural, el agua estaba fuertemente desconectada de los circuitos económicos ya que la fuente (río, brazo de río, pozo y/o cisterna) alimentaba las poblaciones sin ningún o muy bajo costo, dependiendo de la condición servil de la mano de obra. Desde el momento en que el agua no estuvo ya permanente y fácilmente disponible, ésta pasó a constituirse en un *recurso*, el más básico y elemental que tiene el hombre.

Es así que el agua ha sido fuente de continua preocupación de los seres humanos desde los comienzos de la especie como un requerimiento para la vida tal cual la conocemos hoy. Las mismas cuestiones y temas del pasado prevalecen todavía. ¿Cuánta agua hay? ¿De dónde viene el agua? ¿Adónde va? ¿Cuál es la calidad del agua y cómo podemos controlarla? ¿Qué debemos hacer cuando tenemos mucho o poco de ella?. Si bien el recurso hídrico es de los típicamente considerados como renovables, no es menos cierto que el incrementado e indiscriminado uso que el hombre hace del mismo, trae como consecuencia un acelerado deterioro de su calidad, y a veces, trae también cambios en su distribución temporal y espacial con consecuencias no siempre previstas.

Todos tenemos una cierta idea del movimiento y localización del agua. Claramente, se reconoce al océano como la mayor fuente de agua. Las lluvias están siempre asociadas con las corrientes y con los fenómenos climáticos y meteorológicos. Pero estas ideas aparentemente triviales no siempre fueron claramente entendidas. Nuestros predecesores en el estudio de la hidrología no alcanzaron este nivel de comprensión sino hasta tiempos recientes. Si bien existen en la historia de la humanidad innumerables ejemplos de mediciones, técnicas y estudios relacionados con el uso del agua, es a mediados del siglo XX cuando comienzan a formularse los conceptos hidrológicos que llegan hasta la actualidad. El fuerte interés en el recurso hídrico condice con el aumento de la población mundial que provocó un aumento de la demanda (usos múltiples) y una disminución de la oferta debido a dos factores preponderantes, a saber:

a) *La contaminación de aguas aptas para el consumo:* En la historia, la contaminación causada por el hombre ha sido esencialmente la química. Hoy en día, se agregarían importantes contaminaciones orgánicas y térmicas. Estas últimas localizadas sobre todo aguas abajo de las centrales nucleares.

Entre las contaminaciones químicas, se deben mencionar sobre todo los metales pesados, ya que su importancia es antigua. En cambio, la utilización masiva de los pesticidas, que aparecieron en 1885 en los viñedos con el "caldo bordelés", es posterior al descubrimiento de las propiedades del DDT por Muller en 1940. La abundancia de nitratos

en el agua es también reciente, causada por la intensificación de la ganadería y la fertilización excesiva en los países ricos o por la falta de buenas letrinas en las ciudades del tercer mundo. Asimismo, desde hace poco tiempo, el fósforo se volvió un problema para la calidad de las aguas estancadas porque enriquece excesivamente o desoxigena, con la fertilización sobreabundante de los suelos y la generalización del desagüe directo de las aguas evacuadas de las casas. Paradójicamente, el progreso de la higiene individual y el uso de los detergentes fosfatados produjeron un contaminante que afecta también a los mares, como el Adriático, con espectaculares y nauseabundas mareas verdes.

Los metales pesados están muy controlados, ya que las enfermedades que provocan son tanto más peligrosas cuanto más se concentran en la cadena biológica. Citemos el plomo (umbral máximo tolerado por la norma europea actual 0.05mg/l) con el saturnismo, una intoxicación muy extendida en la antigüedad romana cuando los conductos de agua eran de este metal. Y al mercurio (0.001 mg/l tolerado).

*b) El conocimiento de las enfermedades infecciosas y las parasitosis de origen hídrico:* A fines del siglo XIX, Louis Pasteur y su escuela muestran el papel de los microbios en las enfermedades infecciosas y, por lo tanto, la importancia de la higiene. La parasitosis de origen hídrico domina muy ampliamente la patología de los habitantes del tercer mundo: paludismo (1 millón de muertes por año, 100 a 150 millones de casos anuales, correspondiendo el 90% a África, y 300 millones de portadores de parásitos), sistosomiasis (300 millones de personas con riesgo), filariosis, etc. Entre las bacterias, el vibrión cólico sigue siendo el más tristemente célebre en Europa a causa de la pandemia de 1854 (cerca de 150.000 muertes en Francia). En el siglo XIX y XX, siete pandemias mundiales causaron la muerte de centenas de millares de personas. Entre las virosis, la hepatitis A es como el cólera una enfermedad de las manos sucias y del agua contaminada. A este séquito, hay que agregar las disenterías de origen parasitario, bacteriano y viral gravísimas en el recién nacido.

### ***Un poco de histórica y datos actuales:***

Unos pocos puntos quizás sean útiles para dar una perspectiva histórica. Los primeros pensadores y filósofos no entendían los tres principios básicos de la hidrología:

1. la conservación de la masa
2. la evaporación y condensación, y
3. la infiltración.

Estaban preocupados sobre cómo el agua llega a las montañas, sobre las corrientes que desaguan en el mar, y cómo estas corrientes no elevaban el nivel de este último. No podían imaginar a las lluvias como una fuente suficiente para las corrientes, debido a una concepción espacial limitada. Para dar cuenta del comportamiento observado del agua, hipotetizaron la existencia de grandes reservas subterráneas bajo las montañas. Se creía que el agua era empujada hacia las cimas de las montañas por “fuerzas del vacío” (algo así como acción capilar) o “presión de roca”. Los depósitos subterráneos serían, entonces, rellenados por el mar.

Fue en el siglo XVII que Perrault probó por medio de mediciones que la precipitación podría dar cuenta del caudal en el río Sena (Francia). Estudios cuantitativos similares fueron hechos por Mariotte y Halley durante esa misma época. En esta etapa del desarrollo, el concepto de balance de masa estaba bastante bien establecido, si bien cuestionamientos al mismo se prolongaron hasta bien entrado el siglo XX.

En el siglo XVIII se observaron importantes avances en hidráulica y la mecánica del movimiento de aguas gracias a los trabajos de Bernoulli, Chezy y mucho otros. En el siglo XIX se realizaron trascendentes trabajos experimentales bajo la conducción de gente como Darcy y Manning. Hasta 1930 la hidrología permaneció como una ciencia llena de

empirismo, descripciones cualitativas y poco entendimiento general de los procesos que ocurrían. En estos tiempos, gente como Sherman y Horton iniciaron estudios teóricos y análisis más cuantitativos. En ese año se produce un importante incremento en la propuesta de métodos y técnicas hidrológicas y la **hidrología** se constituye en **ciencia**. *La hidrología es la ciencia que trata sobre el agua en la naturaleza, su cantidad y calidad y su distribución areal y temporal.*

En 1966 la ONU comenzó el ‘Decenio Hidrológico Internacional’, período durante el cual se incrementa en forma notable la formación de especialistas en Hidrología. En 1976 se constituye el ‘Programa Hidrológico Internacional’, PHI, dependiente de UNESCO, cuya sede para Latinoamérica se encuentra en Uruguay (<http://www.unesco.org.uy>). La Primer Conferencia Mundial del Agua se realizó en 1977, en Mar del Plata, Argentina. A partir de allí, comenzó a evaluarse el recurso hídrico a diferentes escalas espaciales y temporales. Hoy sabemos que las cantidades estimadas de agua en las diferentes formas se distribuyen en la tierra como muestra la Fig. 1, que la distribución del agua en los continentes (Fig. 2) no es homogénea y que la utilización del agua para consumo es, prioritariamente, para la agricultura. Veamos algunos datos globales sobre la distribución y calidad de agua:

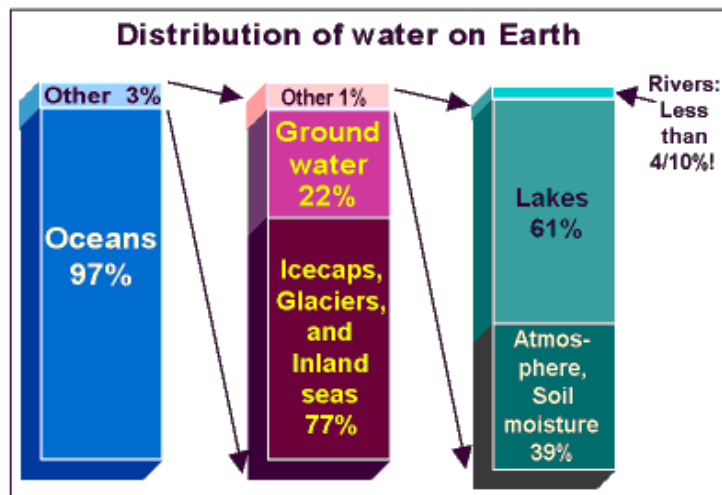


Fig. 1: Distribución de agua en la Tierra.

- ✓ Más de 230 millones de personas de 26 países, 11 de los cuales están en África y 9 en Medio Oriente, sufren problemas con el agua. Los expertos consideran un país deficiente en agua cuando el promedio de los recursos locales es menor de 1.000 metros cúbicos por persona al año.
- ✓ África y Asia muestran señales de empeoramiento en su disponibilidad de agua y la calidad de la misma está descendiendo. Por el contrario, América del Sur está bien surtida.
- ✓ La explotación excesiva de las aguas subterráneas es un problema creciente en muchas zonas, sobre todo en Medio Oriente, donde ésta provoca la mezcla con las aguas saladas y daños irreversibles a los acuíferos (aguas subterráneas).

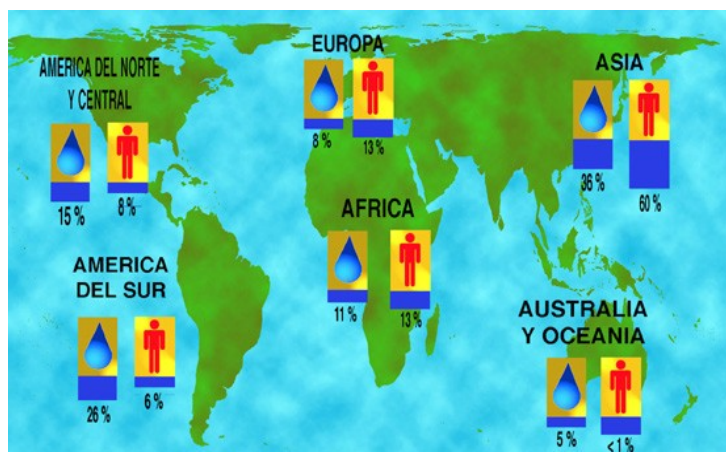


Fig. 2: Distribución de agua disponible para consumo y actividades humanas en comparación con la distribución de la población a nivel mundial

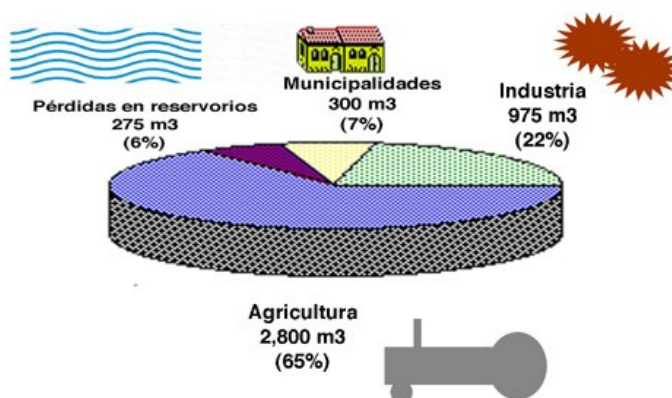


Fig. 3: Distribución del uso del agua. (Fuente: [http://www.unesco.org.uy/phi/libros/uso\\_eficiente/cap1.html](http://www.unesco.org.uy/phi/libros/uso_eficiente/cap1.html))

- ✓ En la actualidad y el futuro inmediato, los cinco países mediterráneos del norte de África (Argelia, Egipto, Libia, Marruecos y Túnez) pueden afrontar grave escasez de agua al igual que los siguientes países subsaharianos: Mauritania, Kenya, Burundi, Rwanda, Botswana, Malawi, Sudán y Somalia.
- ✓ De toda el agua del mundo, más de dos tercios se destina para la agricultura (69%), seguida de la industria (23%) y el sector doméstico (8%).
- ✓ Al aumentar la presión sobre los escasos recursos hídricos, la competitividad provocará mayores rivalidades entre países limítrofes y entre distintos sectores dentro del propio país. Por ejemplo, las aguas del Nilo, el Zambezi, el Jordán, el Eúfrates y el Tigris, el Indus, el Ganges-Bramaputra y el Mekong.
- ✓ África disfruta en la actualidad de tan sólo un tercio del agua per cápita de la que disponía en 1960.
- ✓ El mayor uso del agua por persona se da en América del Norte mientras que es en África donde la cantidad es la menor.
- ✓ Para el año 2025, se estima que dos tercios de la población mundial enfrentará un moderado o severo riesgo de falta de agua.
- ✓ Las Naciones Unidas prevén que para el año 2050 la población mundial podría alcanzar los 12 mil millones de personas. Dado que se considera que es necesario 1700

m<sup>3</sup>/año/cápita de agua dulce para satisfacer las necesidades de la población y de su ambiente, y que la *escasez* es definida cuando se dispone de menos de 1000 m<sup>3</sup>/año/cápita, se concluye que en 50 años casi la mitad de la población mundial estará viviendo en países con *escasez* de agua. Más aún, la falta de condiciones sanitarias adecuadas y el deterioro de la calidad del agua empeoran la previsión.

- ✓ En los Estados Unidos, por ejemplo, la cantidad de agua consumida por persona ha disminuido en más del 20% desde un pico en 1980, gracias a los esfuerzos realizados en los métodos de conservación. En 1965, Japón usó aproximadamente 13 millones de galones (1 galón = 3.8 litros) para producir un millón de dólares de productos comerciales; en 1989, el agua necesaria para el mismo nivel de producción cayó a 3.5 millones de galones.
- ✓ Con más del 80% del consumo a nivel mundial, la agricultura es el mayor usuario del agua. Sin embargo, su eficiencia promedio es de sólo 37%.
- ✓ Las pérdidas de agua en las redes de distribución en los países en desarrollo alcanzan valores cercanos al 50%, mientras que en los países industrializados se sitúan alrededor del 15%.

### ***El ciclo hidrológico y la ecuación de balance hídrico***

Todos estos siglos de experiencia y estudio han convergido para formar el concepto de ciclo hidrológico. El concepto es simplemente que el agua cambia de estado y es transportada en un sistema cerrado: la Tierra y su atmósfera. El ciclo es cerrado sólo en toda la Tierra, donde cada gota de agua sigue un camino desde el océano hasta la atmósfera y la tierra (a lo largo de la superficie o flujo subterráneo). La energía para mantener funcionando este sistema es provista por el Sol. Los procesos involucrados son evaporación, condensación, precipitación, infiltración y escorrentía (o escurrimiento). Usualmente, uno se encuentra ante un problema con condiciones locales y se enfrenta por lo tanto a un sistema abierto. Sin embargo, a menos que uno reconozca el ciclo hidrológico básico, terminará preguntándose cómo hace el agua para 'trepar' a la cima de las montañas.

### ***Ciclo hidrológico global***

A escala planetaria, el agua, en sus tres estados, se encuentra en un espacio llamado hidrosfera el cual se extiende desde unos quince kilómetros en la atmósfera hasta un kilómetro por debajo de la litósfera o corteza terrestre. Entendemos por *ciclo del agua* al movimiento que ésta realiza, con o sin cambio de estado y conservando la masa total.

En la figura se muestra un ciclo hidrológico global. Este diagrama muestra las interacciones y transferencias de masa (agua en diferentes estados) que ocurren entre la atmósfera, la superficie de la tierra y los océanos. Se da énfasis a los procesos sobre o dentro de la superficie terrestre sin dar detalles de los mecanismos de transporte de agua que operan en la atmósfera y los océanos. Estos detalles están más asociados a los campos de la meteorología y la oceanografía. En forma resumida, podemos esquematizarlo de la siguiente manera:

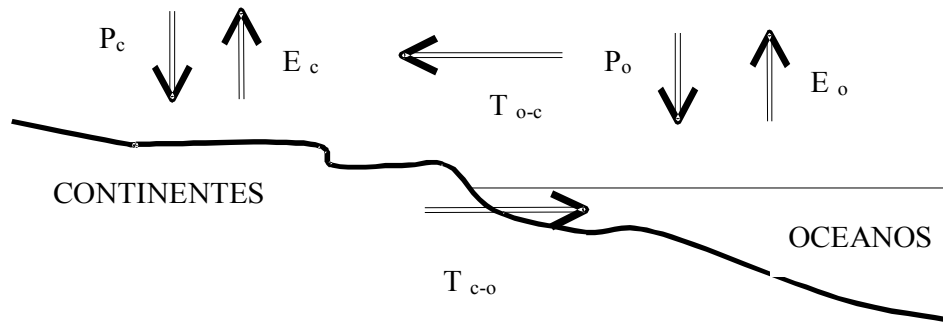


Fig. 4: Esquema representativo del ciclo hidrológico global.

donde  $P_c$  ( $P_o$ ) es la precipitación sobre continentes (océanos),  $E_c$  ( $E_o$ ) es el volumen evaporado por los continentes (océanos), y  $T_{co}$  ( $T_{oc}$ ) es el transporte atmosférico resultante desde los continentes (océanos) hacia los océanos (continentes). La Tabla I indica las magnitudes y distribución de la precipitación anual promedio. Las cantidades están medidas en volúmenes de agua por unidad de área de tierra u océano (es decir, espesores de láminas de agua). Por ejemplo, 310 mm de escurrimiento sobre la tierra es equivalente (en volumen) a 130 mm sobre los océanos, dado que el área de los océanos,  $A_o$ , es mucho mayor que el área de la tierra,  $A_T$  ( $A_o = 2.38 A_T$ ). El balance de volúmenes de agua se establece planteando que el volumen de agua precipitada ( $720A_T + 1120A_o$ ) es igual al volumen de agua evaporada ( $1250A_o + 410A_T$ ). Nótese que aproximadamente 57% (410 mm/ 720 mm) de la precipitación que cae sobre la tierra nunca llega a los océanos. Además, se evapora más agua desde los océanos que lo que recibe por precipitaciones.

	Promedios anuales (mm)
Precipitación:	
• Sobre los continentes, $P_c$	720
• Sobre los océanos, $P_o$	1120
Evaporación	
• Desde los continentes, $E_c$	410
• Desde los océanos, $E_o$	1250

Tabla 1: Distribución global de la precipitación y la evaporación.

La Tabla II muestra la distribución de agua en la Tierra. Claramente, los océanos y los casquetes polares dominan como fuentes de agua. En vista de que tanto la precipitación como la evaporación anual son del orden de 1000 mm (ver Tabla I) y del valor de la superficie de la Tierra mostrado en la Tabla I, puede concluirse que el volumen anual de precipitación es aproximadamente  $511.000 \text{ km}^3$ . Como el contenido de humedad atmosférica es de  $12.900 \text{ km}^3$ , implica que este volumen es reemplazado por otro casi 40 veces durante un año. En otras palabras, el tiempo de residencia de una determinada gota de agua en la atmósfera es de 9 días; lo que una idea clara sobre cuán activo es el ciclo hidrológico terrestre.

Localización	Área superficial ( $\text{km}^2$ )	Volumen de agua ( $\text{km}^3$ )	Porcentaje de agua
Agua superficial			
• Lagos de agua dulce	855.100	125.100	0,009
• Lagos de agua salada	699.700	104.300	0,008

• Ríos, arroyos, etc.	-----	1.300	0,000
Agua Subsuperficial			
• Agua Subterránea (<800 m)	129.565.000	4.171.400	0,307
• Agua Subterránea (>800 m)	129.565.000	4.171.400	0,307
• Humedad del suelo, etc.	129.565.000	66.700	0,005
Casquetes polares y glaciares	17.880.000	29.199.700	2,147
Atmósfera (a nivel del mar)	510.486.000	12.900	0,000
Océanos	361.486.000	1.322.330.600	97,217
Totales aproximados		1.360.183.400	100,000

Tabla II: Estimaciones de la distribución de fuentes de agua en la Tierra.

### **Ciclo hidrológico parcial**

De este esquema global interesa analizar lo que sucede en la parte continental y dentro de ésta, es necesario fijar sistemas de referencia, espacios o áreas en las cuales se intentará explicitar y posteriormente relacionar y computar a los componentes del ciclo hidrológico. Estos sistemas de referencia son, por lo general, las *cuencas*.

La representación del ciclo del agua puede realizarse mediante *esquemas de tipo físico* en los cuales se tiene en cuenta una porción del terreno natural donde se indica la existencia del relieve, cursos de agua, cobertura, perfil del suelo y acuíferos. Sobre este sistema actúa el estado atmosférico, y como condición de borde, generalmente se presentan las salidas a un curso de agua. Los *esquemas de tipo diagrama de bloque* muestran esquemáticamente y en forma sencilla, las relaciones funcionales más directas e importantes entre los fenómenos que intervienen en el ciclo del agua. Las hipótesis y planteos básicos de partida son los siguientes:

- ✓ Se dispone de un medio físico representado por una cuenca con sus características de vegetación, suelo y subsuelo
- ✓ Sobre este sistema físico, actúan los fenómenos atmosféricos representados por el aporte de las precipitaciones y por la demanda de la atmósfera de incorporar vapor de agua.
- ✓ El sistema físico reacciona ante la acción de los fenómenos atmosféricos produciendo cambios internos, representados por distintas formas de almacenamiento y transporte del agua y dando como resultado salidas del sistema físico representadas por el escurrimiento y pérdidas hacia la atmósfera en forma de vapor de agua.
- ✓ Sobre la cuenca pueden actuar también aportes de agua provenientes de otras cuencas, y ésta puede a su vez, tener pérdidas en profundidad por flujo hacia otras cuencas. En este caso se trata de un sistema físico hidrológicamente no aislado. Cuando existen estos aportes y/o pérdidas, el sistema es entonces hidrológicamente aislado.
- ✓ Los efectos de almacenamiento y transporte que se producen en el sistema físico, se representan por un desarrollo en vertical de diferentes niveles de almacenamiento o reservorio y la comunicación entre los mismos. Si bien su validez es puntual, las consideraciones que se plantean pueden extenderse arealmente.

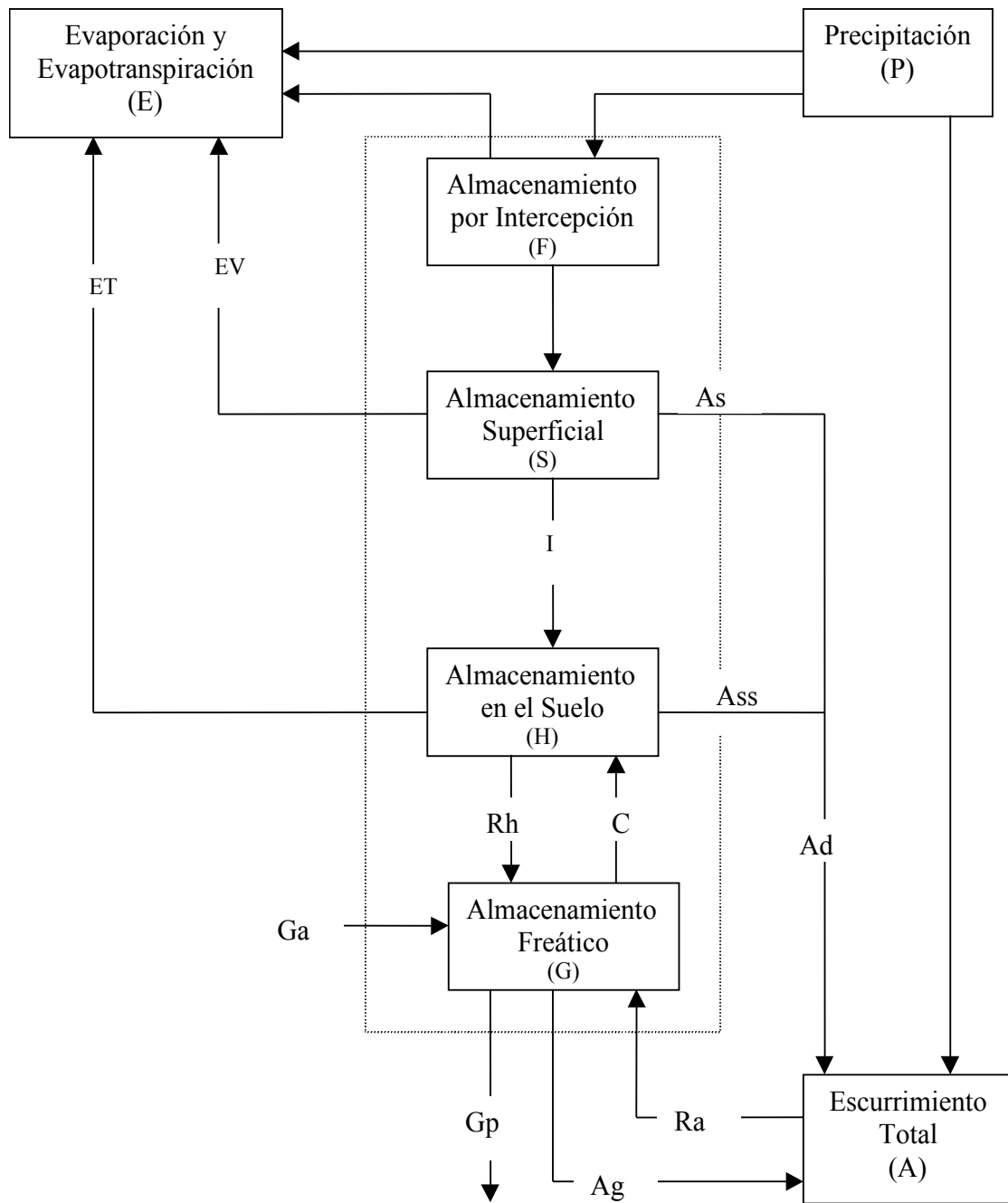


Fig. 5: Esquema típico del ciclo hidrológico parcial.

Describimos a continuación los fenómenos que actúan en el ciclo hidrológico y que se grafican en la Fig. 5. El primer nivel de almacenamiento o reservorio se denomina **intercepción** (F) y lo constituye la cantidad de agua que la vegetación es capaz de detener inicialmente. Es una variable de funcionamiento transitorio, acotada al tiempo de precipitación, cuyo valor depende de las características propias de la vegetación y de su densidad areal. Parte del agua que inicialmente es retenida por la vegetación escurre por las ramas y el tronco o gotea desde las hojas llegando finalmente al suelo. La diferencia entre el volumen de agua retenido inicialmente y el que por escurrimiento y goteo llega al suelo, se denomina **intercepción efectiva** ( $F_e$ ), y es la cantidad de agua que finalmente es agotada por evaporación volviendo a la atmósfera. La cantidad de agua que llega directamente a la



superficie del suelo, proveniente del almacenamiento por intercepción o de la precipitación, se la considera como la variable **precipitación efectiva** (Pe).

El fenómeno de **precipitación** (P) es la variable de entrada principal al sistema físico; es la ‘excitación’ ante la cual reaccionará y se entiende por tal al agua caída en sus diferentes formas (lluvia, nieve, etc). De la cantidad total que precipita, una parte se evapora en la misma atmósfera antes de llegar al sistema físico. Esta proporción puede tener cierta importancia cuando la precipitación se produce en condiciones de una atmósfera ávida de vapor de agua y elevada temperatura.

Una vez que llega al suelo, se constituirá el segundo nivel de almacenamiento o reservorio denominado **superficial** (Sa). Éste comprende el agua que se acumula sobre el terreno hasta conseguir un *tirante* hidráulico suficiente como para vencer los efectos de rugosidad y poder escurrir en forma de lámina. Comprende también aquellos volúmenes que quedan retenidos en las cavidades y hondonadas del terreno sin poder escurrir. Sus características dependen fundamentalmente de la geomorfología del medio físico. Esta variable de almacenamiento tiene por lo tanto una componente transitoria que es el volumen de agua retenido inicialmente para conformar la lámina a escurrir, y otra componente medianamente permanente constituida por el agua que se almacena en cavidades naturales del terreno de características más impermeables la cual es más lentamente agotada por evaporación.

Entendemos por **evaporación** al cambio de estado de líquido a gaseoso que se produce desde superficies libres de agua, y como tal comprende a la que se produce desde los almacenamientos por **intercepción superficial**. Es común denominarla **evaporación desde superficies libres de agua** (EV) para diferenciarla de lo que son las pérdidas totales a la atmósfera en forma de vapor que suelen denominarse **pérdidas por evaporación** (E).

La superficie del terreno se comporta como un tamiz de malla variable según el tipo y manejo del suelo y de la vegetación. Por lo tanto al interior del suelo ingresa el agua con la velocidad con que lo permite el tamiz de superficie. Se denomina **infiltración** (I) a la cantidad de agua que se introduce desde la superficie hacia el interior del suelo.

El almacenamiento por formación de lámina (que puede escurrir) se conforma cuando la precipitación efectiva supera a la capacidad de infiltración. De esta forma, se da origen al denominado **escurrimiento superficial** (As) que se propaga sobre el terreno hasta alcanzar líneas preponderantes, concentrarse y constituir finalmente parte del escurrimiento total de un curso de agua.

El agua infiltrada constituye la alimentación al tercer nivel de almacenamiento o reservorio que se denomina **en el suelo** (H), y que es uno de los más difíciles de describir por su complejidad y por las diferentes formas de considerar su rol en el ciclo hidrológico. Su funcionamiento se clarifica cuando se analiza separadamente el proceso de humedecimiento y el de desecamiento. Durante una lluvia, el agua que ingresa a poca profundidad puede enfrentarse con capas de suelo de menor permeabilidad relativa, y así dar lugar a la formación de una lámina de detención, la que origina a su vez el denominado **escurrimiento subsuperficial o hipodérmico** (Ass). Éste se produce en general siguiendo en forma paralela la superficie del terreno hasta que un corte o cambio brusco de pendiente lo hace aflorar en superficie, o hasta aportar directamente a un curso de agua. Se caracteriza por tener en general una velocidad de flujo menor que la de un escurrimiento superficial, lo que provoca un tiempo de agotamiento más prolongado. El escurrimiento superficial conjuntamente con el escurrimiento subsuperficial constituyen el **escurrimiento directo** (Ad) de una tormenta y algunos autores lo consideran indivisible en su descripción, lo que puede ser razonable en algunas aplicaciones prácticas.

El agua que se ha introducido en el suelo lo va humedeciendo rápidamente y se desplaza hacia abajo, constituyendo lo que se denomina un **frente de humedad**. De esta forma, hay

un determinado volumen de agua que no es retenido por el suelo y que finalmente va a llegar a una zona saturada, la cual se apoya sobre un manto impermeable. Este reservorio constituye el cuarto nivel de almacenamiento o reservorio **freático** (G). El volumen líquido que se ha considerado en el gráfico como **recarga** (Rh), por ser el excedente de agua de una tormenta que recarga al primer acuífero, es denominado también por distintos autores como **infiltración o percolación**.

Durante los períodos en que no existen aportes de agua, se producen en el suelo los procesos de desecamiento. Por una parte, se producen pérdidas por evaporación del suelo húmedo que se encuentra cercano a la superficie. Por otra parte, la vegetación a través de sus raíces toma agua de la almacenada en el suelo y la transpira a través de sus estomas. Al ser la fuente de abastecimiento la misma para estos dos procesos, es prácticamente imposible diferenciar claramente los porcentajes que corresponden a cada uno. Por ello en hidrología son considerados en conjunto bajo la denominación de **evapotranspiración** (ET). A medida que se va produciendo esta redistribución del agua en el suelo por efecto de la evapotranspiración, la zona saturada (que constituye el almacenamiento freático) alimenta a su vez al suelo que tiene por encima mediante el **ascenso capilar** (C).

Las relaciones que vinculan al nivel de almacenamiento de agua en el suelo con el nivel de almacenamiento freático, en períodos de humedecimiento y de desecamiento, están fuertemente condicionadas por la profundidad a que se encuentra el segundo de ellos. Un nivel freático muy cerca de superficie y otro muy profundo caracterizan un funcionamiento del sistema totalmente distinto. Se llega así al último de los reservorios planteados en este esquema. El agua que se acumula en este reservorio constituye el **acuífero freático**, cuyo movimiento es regido por las leyes del escurrimiento en medios porosos saturados. En una cuenca hidrológicamente aislada, cuando el nivel freático intercepta los cauces que componen la red de avenamiento, el acuífero descarga en ellos generándose así lo que se denomina **escurrimiento de base o subterráneo** (Ag). Éste, junto con el escurrimiento directo, da por resultado el **escurrimiento total** (A) que transporta un cauce. Si el nivel de agua en un curso que se intercepta con el nivel freático es mayor que éste, se puede producir el fenómeno inverso, y entonces el agua de escurrimiento del cauce **recarga** (Ra) al acuífero freático.

Debido a las diferentes leyes físicas que gobiernan el escurrimiento directo y el escurrimiento de base, las velocidades y los tiempos de aporte a un cauce son muy diferentes. Generalmente, el escurrimiento directo proporciona los volúmenes de agua más importantes que conforman una crecida debido a una lluvia, mientras el de base proporciona los volúmenes de agua que escurren en períodos no lluviosos. Queda claro, entonces, que el derrame total que transporta un curso en un momento determinado puede estar constituido de aporte directo o de aporte de base o de ambos a la vez.

En una cuenca hidrológicamente no aislada pueden existir aportes subterráneos al almacenamiento freático (esporádicos o permanentes), y también pérdidas subterráneas hacia otras cuencas o en profundidad. Resumiendo, para una cuenca hidrológicamente aislada, tenemos variables externas e internas.

Se considera **variable externa** a aquella variable que de una u otra forma relaciona el medio físico que estudiamos con el medio que la rodea. Las variables externas de entrada consideradas son **precipitación** y **aportes subterráneos**. Las variables externas de salida son **evaporación y evapotranspiración, escurrimiento y pérdidas subterráneas**.

Se consideran **variables internas** a aquellas que describen el almacenamiento y el transporte del agua dentro del sistema considerado. Las variables internas de almacenamiento son **intercepción por vegetación, almacenamiento superficial y subsuperficial, humedad del suelo y almacenamiento en la napa freática**. Las variables internas de transporte son **goteo, infiltración, percolación y ascenso capilar**.

## **Fenómenos hidrológicos**

Los fenómenos hidrológicos naturales responden a procesos probabilísticos o determinístico-probabilísticos. Los fenómenos de tipo determinísticos son aquellos gobernados por leyes físicas, químicas y biológicas. En ellos, un número definido de variables están relacionadas mediante curvas experimentales o expresiones funcionales. Los fenómenos de características probabilísticas son aquellos gobernados por las leyes del azar. La teoría de la probabilidad se ocupa de estos fenómenos hidrológicos a través de la estadística matemática y de la teoría estocástica. La estadística matemática estudia muestras observadas y hace inferencias acerca de la población de la cual provienen y del fenómeno con todas sus realizaciones posibles. La teoría estocástica trata también con las muestras observadas buscando la relación secuencial entre sus elementos.

Lo más común en hidrología es encontrar fenómenos combinados. Fenómenos como la precipitación, el escurrimiento, la evaporación, etc, presentan una periodicidad característica diaria, y/o anual y fluctuaciones al azar alrededor de estos componentes periódicos. Es útil diferenciar entre fenómenos hidrológicos, como por ejemplo precipitación, evaporación, escurrimiento, etc. y variables hidrológicas que describen y cuantifican determinadas características de los fenómenos. Como ejemplo se puede mencionar para el fenómeno de escurrimiento, las variables caudal máximo instantáneo, caudal o derrame mensual, caudal o derrame anual, etc..

Para investigar estos fenómenos y establecer las variables hidrológicas que permitan su estudio y cuantificación se realizan relevamientos de datos que en general pueden agruparse en los siguientes tipos:

- ✓ *Datos cronológicos o históricos:* Observaciones *in situ* discretas o continuas en el tiempo, que requieren para su utilización un determinado período de mayor o menor longitud de acuerdo a la información que de ellos se quiera obtener. Son la base para los análisis estadísticos y estocásticos. Tal es el caso de los registros de evaporación, precipitación, niveles en ríos, lagos y acuíferos, registros de tipo meteorológicos, humedad ambiente, temperaturas, radiación, viento, etc., aforos en corrientes de agua, etc..
- ✓ *Datos de campo a tiempo presente:* Observaciones *in situ* que en general no se repiten sistemáticamente en el tiempo y relacionadas con las características del medio físico. Por ejemplo, ubicación de reservorios naturales de superficie, características de infiltración de los suelos, potencia de los distintos estratos que componen el subsuelo, características y conformación de los cauces, etc.
- ✓ *Datos de laboratorio:* Observaciones que se obtienen a partir de la simulación experimental de los procesos hidrológicos sobre prototipos físicos más o menos complicados. Son menos frecuentes y su uso responde generalmente a necesidades de investigación básica o para la resolución de problemas específicos. Como ejemplos pueden mencionarse los datos que se obtienen de ensayos de permeabilidad e infiltración en columnas de suelos, datos de parcelas de ensayo con simuladores de lluvia, etc.

Particularmente para los datos cronológicos o históricos es necesario hacer una distinción entre datos verdaderos y datos observados. El dato verdadero es el que representa el valor exacto de la observación que se realiza. El dato observado, que es el que en realidad se dispone, presenta errores que se originan en la medición y transmisión o registro del mismo y que pueden ser casuales o sistemáticos.

Los errores casuales, al azar o puntuales existen siempre en una masa de datos. Se puede considerar que en general se encuentran distribuidos en forma aproximadamente simétrica alrededor del valor verdadero.

Los errores sistemáticos consisten en una desviación positiva o negativa de los datos observados con respecto a los datos verdaderos, debido a una causa determinada. Los datos con errores sistemáticos son inconsistentes. Cuando se dispone de observaciones provenientes de un sistema no estacionario por modificaciones que se producen en el mismo, los datos que se obtienen son no-homogéneos. Es muy importante tener en cuenta que cualquier proyección hacia el futuro, basada en las propiedades de variables hidrológicas, requiere que las conclusiones sean deducidas a partir de datos consistentes y homogéneos y con errores al azar tolerables.

### **Balances hidrológicos**

Cuando se considera el ciclo hidrológico, y conforme al principio de conservación de masa, debe existir un equilibrio entre las variables de entrada, las variables de salida y las variaciones del sistema considerado. Las relaciones cuantitativas que se establecen para representar dicho equilibrio constituyen las formulaciones de los balances hidrológicos. La cuantificación del ciclo hidrológico de tal sistema conduce a una simple ecuación de balance de masa. Ésta expresa que la diferencia entre los flujos de entrada,  $I$ , y salida,  $Q$  (volúmenes de agua por unidad de tiempo), debe ser igual a la variación del volumen almacenado:

$$\frac{dS}{dt} = I - Q \quad , \quad (7.1)$$

donde  $S$  es el volumen almacenado en la región (o volumen) de control. Para poder establecer un balance hidrológico es imprescindible definir el sistema o porción del mismo al que se aplica, como así también el intervalo de tiempo que se considera. Por lo tanto no existe una única expresión del balance sino tantas como asociaciones de sistemas e intervalos de tiempos puedan plantearse.

Si tomamos el esquema del ciclo hidrológico representado en la figura 5 sobre una cuenca aislada y consideramos tres subsistemas en desarrollo vertical, superficial-atmosférico, subsuperficial y subterráneo, cada uno de ellos constituirá un volumen de control sobre el que podemos integrar la Ec.(7.1) y obtener las siguientes expresiones:

$$\begin{aligned} \Delta S &= \int_0^T [(P(t) + Sa(t)) - (EV(t) + I(t) + As(t))] dt \\ \Delta H &= \int_0^T [(I(t) + C(t)) - (ET(t) + Ass(t) + Rh(t))] dt \\ \Delta G &= \int_0^T [(Rh(t) + Ra(t) + Ga(t)) - (C(t) + Gp(t) + Ag(t))] dt \end{aligned} \quad (7.2)$$

donde  $\Delta S$ ,  $\Delta H$  y  $\Delta G$  son las variaciones de almacenamiento superficial, en el suelo, y freático durante el periodo  $T$ . El estado general del sistema queda entonces representado por la suma de las variaciones de almacenamiento

$$\Delta M = \Delta S + \Delta H + \Delta G \quad . \quad (7.3)$$

Las Ecs.(7.2) combinadas dan la siguiente expresión, donde se observa que han desaparecido las variaciones internas de transporte:

$$\Delta M = \int_0^T [(P(t) + Sa(t) + Ga(t) + Ra(t)) - (EV(t) + ET(t) + As(t) + Ass(t) + Ag(t) + Gp(t))] dt$$

donde  $\Delta M$  es la variación de agua almacenada entre los tres subsistemas. Si consideramos un paso de tiempo anual (dado que los fenómenos naturales poseen una componente

temporal cíclico propio que se refleja en el año hidrológico), podemos plantear un **balance anual** para el sistema de la siguiente manera:

$$\Delta M = \int_0^T [(P(t) + Ra(t)) - (EV(t) + ET(t) + As(t) + Ass(t) + Ag(t))] dt \quad (7.4)$$

En el término de un año, en una cuenca hidrológicamente aislada, la cantidad total de precipitación que ha entrado al sistema físico considerado se ha transformado dando lugar a variables de salida y a variaciones en las variables de almacenamiento. La ecuación de balance puede expresarse como:

$$P = E + A \pm \Delta S \pm \Delta H \pm \Delta G \quad (7.5)$$

donde la variable E engloba evaporación y evapotranspiración.

El fenómeno de precipitación es de características episódicas, pero la variable precipitación anual se considera como un evento individual compuesto por la suma de los episodios lluviosos ocurridos durante el año. Es una variable que asume valores entre montos mínimos y máximos que dependen de las características climáticas del lugar que se estudia.

Las pérdidas o salidas por evaporación y evapotranspiración representan fenómenos temporalmente continuos y su monto anual se obtiene por integración en ese período de tiempo. También asume valores entre montos mínimos y máximos dependiendo de las características climáticas del lugar y de la disponibilidad de agua del sistema físico para alimentar los procesos. Dicho valor está condicionado por la capacidad evaporante de la atmósfera (demanda) y por el agua presente en el sistema (oferta). La variabilidad anual, entonces, es menor que en la precipitación.

Las variables de almacenamiento superficial, en el suelo y freática están condicionadas por las características fisiográficas del lugar, geomorfología, vegetación, suelo y subsuelo. En la ecuación de balance estos términos se computan como variación de almacenamiento con respecto al año anterior dado que los valores absolutos que asumen son acumulativos. Un signo positivo indicará un año húmedo y un signo negativo, un año seco.

El escurrimiento es un fenómeno temporalmente continuo aunque puede asumir el valor cero durante prolongados períodos y su monto anual se obtiene por integración en ese período de tiempo. Debido a que es el resultante de todos los procesos anteriores, es sin duda el de mayor variabilidad.

Si se dispone de registros de todas las variables intervinientes durante una serie de años y se plantea el promedio de todos los valores anuales, se obtiene por resultado el balance medio para una cuenca o sistema hídrico determinado. Si esto se hace por una cuenca hidrológicamente aislada y además se cumple con el requisito de que el sistema sea estacionario, es decir, sea invariante temporalmente, lo que proporciona series de datos homogéneos, se encuentra la siguiente relación:

$$\bar{P} = \bar{E} + \bar{A} \quad (7.6)$$

donde la barra indica promedio anual para la precipitación P, las pérdidas por evaporación y evapotranspiración E, y el escurrimiento A (todas referidas al período considerado).

Como resulta evidente, las variaciones de almacenamiento que son de signos positivo y negativo en una serie de años se anulan al promediarse. Si esto no se verificara significaría, por ejemplo, que los almacenamientos superficiales promedios, o la humedad promedio del suelo o el nivel freático medio, tienden a aumentar o disminuir con el tiempo y por lo tanto deja de ser ya un sistema estacionario.

De la misma manera podemos plantear un **balance para una tormenta**. En este caso no podemos hablar de un intervalo de tiempo definido *a priori*. Conceptualmente puede expresarse como aquel que corresponde a una crecida provocada por una tormenta determinada, y el objetivo de este balance es encontrar una relación lluvia-escorrentía. Para una cuenca aislada, se plantea la siguiente formulación para el almacenamiento superficial:

$$P = \Delta F + \Delta S + I + A_s \quad (7.7)$$

Las pérdidas por evaporación directa de la lluvia quedan computadas al trabajar con registros obtenidos con instrumental instalado muy cerca de la superficie (típicamente, 1.50 m). Las variaciones de almacenamiento por intercepción y superficial son, en este caso, siempre positivas y dependen en magnitud del estado de almacenamiento anterior y de su capacidad máxima. Se suelen denominar pérdidas iniciales puesto que existe una tendencia a que sean satisfechas en forma prioritaria con respecto a las otras variables.

Las variaciones de almacenamiento y la infiltración están acotadas por las capacidades máximas del sistema físico, por lo tanto, todo incremento en las precipitaciones cuando se supera los límites de almacenamiento y capacidad de infiltración se traducirá en aumentos directos de agua disponible para escurrimiento superficial. Como la capacidad de infiltración se expresa en términos de intensidad, es decir la velocidad con que el agua puede introducirse en el suelo, la cantidad de agua disponible para escurrimiento superficial dependerá no solamente de la cantidad de precipitación sino también de su intensidad.

Es de práctica usual en hidrología plantear relaciones entre variables y ajustar parámetros a través de datos observados. Una de las formulaciones más utilizadas es la que relaciona el agua precipitada con el escurrimiento directo en una tormenta a través de un coeficiente denominado coeficiente de escorrentía  $\mu$ .

$$A_s = \mu P \quad (7.8)$$

Si se comparan las Ecs. (7.7) y (7.8), vemos que el coeficiente de escorrentía, lejos de ser una constante, engloba una serie de variables que dependen del estado de almacenamiento de la cuenca en el momento de producirse una tormenta y de la distribución areal y temporal de la misma.

### **Relación entre los elementos físico-geográficos y los elementos hidrológicos**

Los factores que intervienen en los estudios hidrológicos son muy diversos: topografía, geología, edafología, climatología, vegetación, etc. La influencia de los diversos factores no puede reducirse a expresiones puramente matemáticas, pero el estudio de ciertas relaciones puede dar una idea cualitativa del problema. Existen claras relaciones entre los elementos físico-geográficos que caracterizan un sistema o cuenca determinado y los diversos parámetros hidrológicos que lo afectan.

Los sistemas de drenaje están íntimamente relacionados con los asentamientos humanos y los desarrollos agrícolas, ganaderos e industriales. Por esta razón, el estudio y conocimiento de una cuenca de drenaje resulta indispensable, a fin de lograr un mejor manejo de la misma orientado a maximizar su utilización y a la vez lograr su control para minimizar fenómenos naturales no deseados (aludes, desbordes, etc.).

Cuando se habla de aguas de drenaje hídrico se hace referencia a todos los flujos de aguas superficial, se trate de aquellos que corren sin encauzar por las pendientes que se denomina drenaje en manto, en oposición a cuando el curso está confinado y se lo denomina drenaje encauzado o curso de agua.

La red de canales fluviales que recogen el agua superficial y de las vertientes que tributan en ellos, se conoce como sistema de drenaje. Sus límites están constituidos por las divisorias de aguas, por lo tanto, la cuenca es la totalidad del área o superficie que cubre el sistema de drenaje.

Una cuenca de drenaje se comporta como un receptor de precipitaciones a las que luego distribuye en cada uno de los componentes del ciclo hidrológico.

Cada cuenca posee propiedades físicas, químicas y biológicas que dan como resultado un único conjunto de propiedades hidrológicas. Las características morfométricas y la estimación de las variables que definen el comportamiento hidrológico de una cuenca sirven de referencia en la interpretación del paisaje.

Con el fin de estudiar dichas características y la afinidad hidrológica entre cuencas comparables, pueden estudiarse las características físicas, que se desarrollan a continuación.

El primer parámetro que nos permite reconocer una cuenca es el denominado **área de la cuenca**, delimitada por la divisoria de aguas. En función de la superficie pueden clasificarse en

- ✓ Área < 100 km<sup>2</sup>, cuenca pequeña
- ✓ 100 km<sup>2</sup> < Área < 2000 km<sup>2</sup>, cuenca mediana
- ✓ Área > 2000 km<sup>2</sup>, cuenca grande

En general, a mayor tamaño de la cuenca, el escurrimiento total es mayor, pero el escurrimiento específico por unidad de superficie es menor. La probabilidad de ocurrencia de un fenómeno para toda el área también disminuye con el aumento del tamaño de la cuenca.

Otro parámetro es la **forma de la cuenca** la cual tiene influencia en el tiempo de concentración de las aguas al punto de salida y por lo tanto modifica la configuración del hidrograma. Para una misma superficie y una misma tormenta, el hidrograma de salida de una cuenca,  $Q = f(t)$ , redondeada es muy diferente al de una cuenca alargada. Esto nos lleva a definir índices de forma. El **índice de compacidad** o de Gravelius es la relación entre el perímetro de la cuenca y el de un círculo de área equivalente. Permite cuantificar la forma de la cuenca a partir de su formulación:

$$I_c = \frac{P}{2\pi R} = \sqrt{\frac{\pi}{S}} \frac{P}{2\pi} = 0.28 \frac{P}{\sqrt{S}}, \quad (7.9)$$

donde P representa el perímetro de la cuenca y S la superficie. El índice de compacidad es mayor a uno y valores altos indican cuencas más alargadas e hidrogramas más achatados.

Un tercer factor está dado por el **relieve**. La mayor parte de los factores meteorológicos e hidrológicos (precipitaciones, temperaturas, caudales específicos, etc.) se presentan en función de la altitud y es interesante calcular, planimetrando las cartas que contienen las curvas de nivel en el terreno, la distribución de la cuenca en km<sup>2</sup> y en % de la superficie total, por tramos de alturas. El gráfico de dicha distribución se conoce con el nombre de **curva de frecuencias altimétricas** y se define como la proporción, en % de la superficie total de la cuenca comprendida entre curvas de nivel. A partir de la distribución dada puede trazarse la **curva hipsométrica** de la cuenca, la cual representa, en abscisas, la superficie por encima de las cotas de altura fijadas en ordenadas. Puede considerarse esta curva como un perfil de la cuenca y su pendiente media en m/km<sup>2</sup> es un elemento sintético de comparación de la topografía de diversas cuencas.

**El número de orden de un cauce** es una medida de la ramificación del cauce principal en una cuenca hidrográfica. Horton sugirió la clasificación de cauces de acuerdo al número

de orden de un río como una medida de la ramificación del cauce principal en una cuenca hidrográfica. La asignación se realiza del siguiente modo:

1° orden a los pequeños tributarios sin ramificaciones;

2° orden a los cursos que reciben solo tributarios de primer orden

3° orden a los cursos que reciben afluentes de segundo y primer orden y así sucesivamente.

El número de orden es extremadamente sensitivo a la escala del mapa utilizado. Un estudio cuidadoso de fotografías aéreas demuestra, generalmente, la existencia de un buen número de cauces de orden inferior muy superior a los que aparecen en un mapa estándar de escala 1:25000. Los mapas a esta escala, por otra parte, muestran dos o tres órdenes más que la escala siguiente.

La **densidad de drenaje** indica la red de drenaje por unidad de superficie y suele utilizarse como complemento de los índices de pendiente y compacidad a efectos de escorrentía superficial. Una densidad alta refleja una cuenca muy bien drenada que debería responder relativamente rápido al influjo de la precipitación, refleja generalmente áreas con suelos fácilmente erosionables o relativamente impermeables, con pendientes fuertes y escasa cobertura vegetal; una cuenca con baja densidad refleja un área pobremente drenada con respuesta hidrológica muy lenta, ocurren en sitios donde los materiales del suelo son resistentes a la erosión o muy permeables y donde el relieve es bajo. Se define como

$$\text{densidad de drenaje} = \frac{\text{longitud total de cursos de agua (km)}}{\text{área de cuenca (km}^2\text{)}} \quad (7.10)$$

Para poder comparar cuencas entre sí se han ideado índices geométricos:

**Rectángulo equivalente:** Es un rectángulo que tiene la misma superficie de cuenca, el mismo perímetro, el mismo índice de compacidad e idéntica repartición hipsométrica. Se trata de una transformación puramente geométrica de la cuenca en un rectángulo del mismo perímetro, convirtiéndose las curvas de nivel en rectas paralelas al lado menor, siendo éstas la primera y última curvas de nivel.

**Índice de pendiente:** Definido como

$$I_p = \frac{\sqrt{e}}{\sqrt{L}} \sum \sqrt{\beta_i} \quad , \quad (7.11)$$

donde  $e$  es la equidistancia,  $L$  es la longitud del lado mayor del rectángulo equivalente y  $\beta_i$  es el porcentaje de superficie encerrada entre dos curvas de nivel consecutivas.

**Pendiente media del cauce:** Calculado por

$$P_{mc} = \frac{\cot a_{\text{mayor}} - \cot a_{\text{menor}}}{L_c} \quad , \quad (7.12)$$

donde  $L_c$  es la longitud del cauce principal.

### **Teorema de transporte de Reynolds**

Obtendremos en esta sección una expresión integral de mucha utilidad para el desarrollo de modelos hidrológicos. Se trata del teorema de transporte de Reynolds o ecuación general del volumen de control. Esta expresión nos permite emplear las leyes físicas, que normalmente se aplican a masas discretas, sobre cantidades de fluidos que circulan a través de un volumen de control.

En primer lugar, debemos distinguir entre dos tipos de propiedades de los fluidos: propiedades *extensivas*, cuyos valores dependen de la cantidad de masa considerada, y



propiedades *intensivas*, que son independientes de dicha masa. Las primeras se expresan como integrales de las segundas. En efecto, sea  $\beta$  una variable intensiva (p. ej., la energía o la cantidad de movimiento por unidad de masa), entonces la correspondiente variable extensiva, B, es:

$$B = \int \beta dm = \int_V \rho \beta dV \quad , \quad (7.13)$$

donde  $\rho$  es la densidad del fluido, y V es el volumen que encierra la masa considerada  $M = \int dm$ . Claramente, si  $B=M$  entonces  $\beta=1$  debe ser su variable intensiva (es decir, la masa por unidad de masa). Dado que esta masa M de fluido (rodeada del resto del fluido) está fluyendo, el volumen que la contiene se está deformando continuamente. En otras palabras, las coordenadas de los puntos que forman V no están fijas, sino que cambian con el tiempo. Lo hacen de manera tal que la cantidad de materia M contenida en V es constante. En este sentido, decimos que V es un *volumen material*, y B es una *integral material*.

Deseamos ahora calcular la tasa de cambio respecto al tiempo de B, conforme V se deforma al fluir. Se trata entonces de una derivada total  $dB/dt$ , o derivada Lagrangiana, ya que estamos siguiendo la evolución de una determinada cantidad de masa. Dado que V depende del tiempo, tenemos que:

$$\frac{dB}{dt} = \frac{d}{dt} \int_V \theta dV = \int_V \frac{d\theta}{dt} dV + \lim_{\delta V \rightarrow 0} \sum \theta \frac{d\delta V}{dt} \quad , \quad (7.14)$$

donde  $\theta = \rho\beta$  es la propiedad considerada por unidad de volumen. La sumatoria del último miembro se debe a que cada elemento infinitesimal  $\delta V$  del volumen material V cambia (se deforma y/o se comprime/expande) con el tiempo. Su tasa temporal de variación viene dada por la ecuación de conservación de la masa en forma lagrangiana, esto es,

$$\frac{d\delta V}{dt} = \vec{\nabla} \cdot \vec{v} \delta V \quad , \quad (7.15)$$

donde  $\vec{v}$  es el campo de velocidad del flujo. Reemplazando en la Ec.(7.14), y convirtiendo el límite en una integral de volumen, conseguimos:

$$\frac{d}{dt} \int_V \theta dV = \int_V \frac{d\theta}{dt} dV + \int_V \theta \vec{\nabla} \cdot \vec{v} dV \quad . \quad (7.16)$$

La Mecánica de los Fluidos nos enseña que la derivada total se relaciona con la derivada local mediante:

$$\frac{d}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} + \vec{v} \cdot \vec{\nabla} \quad ,$$

de modo que reemplazando en la Ec.(7.16) y reagrupando convenientemente llegamos a:

$$\frac{d}{dt} \int_V \theta dV = \int_V \frac{\partial \theta}{\partial t} dV + \int_V \vec{\nabla} \cdot (\theta \vec{v}) dV \quad . \quad (7.17)$$

En la primera integral del lado derecho, sólo se consideran las variaciones locales de  $\theta$ ; entonces, basta con considerar un volumen (fijo en el espacio) con coincide en algún

instante con el volumen material  $V$ . Así, la derivada  $\partial/\partial t$  puede extraerse de la integral, y podemos escribir:

$$\int_V \frac{\partial \theta}{\partial t} dV = \frac{\partial}{\partial t} \int_{V_{control}} \theta dV \quad . \quad (7.18)$$

Asimismo, en virtud del Teorema de Green, la segunda integral de volumen del lado derecho puede reemplazarse por:

$$\int_V \vec{\nabla} \cdot (\theta \vec{v}) dV = \oint_S \theta \vec{v} \cdot \vec{n} dS \quad , \quad (7.19)$$

donde  $S$  es la superficie que encierra al volumen de control  $V_{control}$ , y  $\vec{n}$  es la normal saliente de esa superficie. De esta manera, la Ec. (7.17) se transforma en:

$$\frac{dB}{dt} = \frac{d}{dt} \int_V \rho \beta dV = \frac{\partial}{\partial t} \int_{V_{control}} \rho \beta dV + \oint_S \rho \beta \vec{v} \cdot \vec{n} dS \quad , \quad (7.20)$$

que es la forma más conocida del Teorema de Reynolds.