

Unidad 11: Flujo en medios porosos no saturados e infiltración

Introducción:

En el capítulo anterior hemos discutido sobre la existencia y transporte de agua en medios saturados. Igualmente importante es el agua que se encuentra en la zona no saturada (o zona barrosa) del suelo. Esta agua es la fuente directa de humedad para la vegetación y, por lo tanto, es fundamental para la producción de alimentos y la ecología del planeta. Más aún, esta zona constituye la conexión entre los procesos hidrológicos superficiales y subterráneos. El agua evaporada o transpirada desde esta región no saturada suministra una gran porción de la humedad atmosférica, tan importante para el clima y la meteorología. El agua en la zona no saturada también controla la cantidad de precipitación que entrará al suelo o permanecerá en la superficie. La trayectoria tomada por la precipitación determinará la naturaleza de los procesos hidrológicos dominantes en la región.

La transferencia de agua de la atmósfera al suelo se denomina *infiltración*. Este es un elemento crucial en la descripción de la transformación de la lluvia en escurrimiento. En lo que sigue describiremos la naturaleza del flujo en los medios porosos no saturados, y usaremos este conocimiento para discutir el proceso de infiltración.

A modo de ejemplo, veamos cómo sería el perfil de humedad en las capas superiores del suelo después de una tormenta, siguiendo a un período seco (ver Fig. 1.a). Las zonas superiores se saturan rápidamente, estableciéndose entonces dos gradientes de humedad opuestos. La humedad decrece con la profundidad desde la reciente superficie mojada hasta el punto donde comienza a crecer con la profundidad desde la zona inicialmente seca de las capas superiores hasta un frente de humedad constante a cierta profundidad. De esta manera, la región seca colapsa bajo la acción de estos dos gradientes. Luego de la entrada suficiente de humedad, se desarrolla un solo gradiente en el cual la humedad decrece con la profundidad, y entonces el agua percola más hacia abajo.

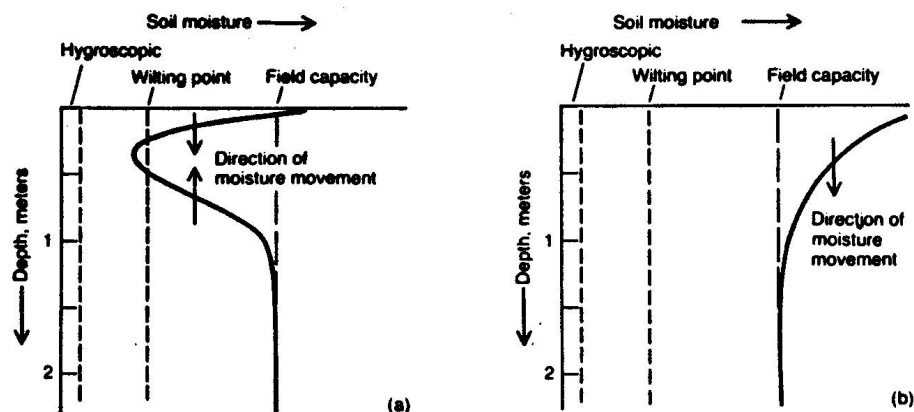


Fig. 1: Perfiles de humedad de suelo (a) Inmediatamente después que un período de sequía ha finalizado con una lluvia substancial. La infiltración del agua ha alcanzado 25 cm de suelo y, con el flujo hacia arriba de humedad desde el reservorio inferior, la capa seca está siendo recargada en dos direcciones. (b) Luego que el suelo ha sido recargado en exceso a la capacidad de campo y es incapaz de retener el agua adicional. El superávit es transmitido hacia abajo como agua gravitatoria.

Una vez finalizada la precipitación pluvial, el proceso de secado se desarrolla tal como se esquematiza en la Fig. 1.b. A $t=0$, el frente se estaba moviendo hacia abajo.

Inmediatamente después de que la lluvia termina, las capas superiores comienzan a secarse. La parte inferior del frente húmedo continúa hacia abajo. En cierto instante, no hay más agua moviéndose hacia abajo, y el gradiente es completamente negativo (la humedad aumenta uniformemente con la profundidad). Ahora se establece un frente seco. Las zonas inferiores entregan agua para satisfacer el potencial de evaporación en la superficie. El frente seco continuará desarrollándose hasta que las fuerzas capilares sean incapaces de transportar agua hacia la superficie (perfil 7).

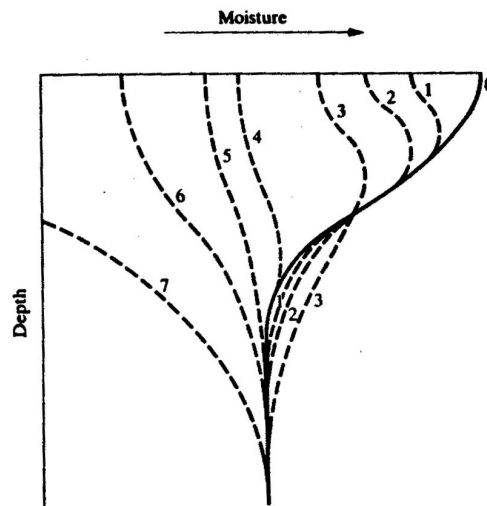


Fig. 2: Perfiles de humedad hipotéticos en las capas superiores del suelo durante el período de secado. El aumento del tiempo está señalado con numeración creciente.

Flujo en medios porosos no saturados

A medida que una matriz de tierra y roca se seca, la interconectividad entre los poros se vuelve irregular y discontinua, ya que el aire sustituye al agua en muchas posiciones. Más aún, en contraste con los flujos saturados donde las fuerzas gravitacionales juegan un rol dominante, las fuerzas moleculares se vuelven aquí extremadamente importantes. En las interfaces aire-agua se desarrollan fuertes presiones capilares negativas. Estas presiones cambian con el tamaño efectivo de los poros, y por lo tanto, dependen de la estructura particular del material y de su grado de saturación. Cuanto más seco está el material, tanto más pequeños y discontinuos son los poros que contienen agua, y mayores son las fuerzas capilares.

Los cambios en el contenido de humedad no sólo afectan las fuerzas, sino también dificultan el camino del agua a través de los poros. Así, la conductividad hidráulica resulta una función del contenido de humedad del suelo. El problema se complica aún más por el hecho que, bajo ciertas condiciones, el flujo de agua se realiza no sólo en la fase líquida, sino también como vapor. Este flujo no sólo depende de los potenciales gravitatorios y capilares, sino también de la densidad del vapor y de los gradientes de temperatura en el suelo. Todos estos complicados efectos están fuera del alcance de este curso, y aquí limitaremos nuestra discusión asumiendo algunas hipótesis simplificadoras. Nos obstante, como veremos, los resultados a los que arribaremos serán lo suficientemente robustos como para describir adecuadamente la mayoría de los problemas prácticos de interés.

Si asumimos condiciones isotérmicas e incompresibilidad para la fase de vapor, podemos establecer que el flujo de humedad obedece la siguiente analogía de la ley de Darcy:

$$q_x = -K_x(\theta) \frac{\partial h}{\partial x}; \quad q_y = -K_y(\theta) \frac{\partial h}{\partial y}; \quad q_z = -K_z(\theta) \frac{\partial h}{\partial z} \quad , \quad (11.1)$$

donde las conductividades hidráulicas son ahora funciones explícitas del contenido volumétrico de humedad: volumen de agua, V_w , respecto del volumen total de suelo, V , es decir $\theta = V_w/V$. La carga piezométrica h , en términos del potencial capilar, es ahora:

$$h = z + \frac{p_c}{\rho g} = z + \psi(\theta) \quad , \quad (11.2)$$

donde (como antes) z se define positiva hacia arriba y a partir de un nivel arbitrario de referencia. El potencial capilar $\psi(\theta)$ es una función de la humedad θ , y tiene unidades de longitud. Como la presión capilar es menor que la presión atmosférica, la presión manométrica p_c es negativa, y se denomina presión de succión. En consecuencia, $\psi(\theta)$ es una longitud negativa.

Substituyendo, la Ec. (11.2) en la Ec. (11.1), tenemos,

$$q_x = -K_x(\theta) \frac{\partial \psi(\theta)}{\partial x}; \quad q_y = -K_y(\theta) \frac{\partial \psi(\theta)}{\partial y}; \quad q_z = -K_z(\theta) \frac{\partial \psi(\theta)}{\partial z} - K_z(\theta) \quad , \quad (11.3)$$

donde el último término de q_z da cuenta del efecto gravitacional sobre el flujo. Note que valores negativos de q_z implican que el flujo se dirige hacia abajo.

El empleo de la Ec. (11.3) se hace muy dificultoso debido a que no existe una relación biunívoca entre K vs. θ , y ψ vs. θ . En efecto, la relación entre estas variables incluye el efecto de histéresis, tal como se ilustra en la Fig. 2. La relación entre el potencial de matriz y la humedad de suelo no es la misma durante los ciclos de mojado y de secado.

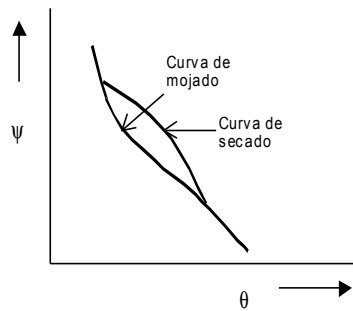


Fig. 3: Comportamiento histérico de la relación $\psi(\theta)$.

Este comportamiento se explica (en parte) por el hecho que, durante el mojado, el llenado de los poros de pequeño diámetro es ayudado por las fuerzas capilares, mientras que durante el secado las mismas fuerzas tratan de impedir su vaciamiento. Más aún, dada la tortuosidad de los canales formado por los poros interconectados, es de esperar que la localización de las bolsas de aire y las discontinuidades varíen ampliamente de un a otro tipo de evento.

La cuantificación de la histéresis es muy difícil. Sin embargo, en el caso isotérmico que aquí nos interesa es razonable ignorar este efecto. Numerosas investigaciones bajo este régimen han mostrado que el ciclo de histéresis es muy angosto, y que las variables pueden razonablemente aproximarse mediante leyes de potencias del tipo:

$$\psi(s) = \psi(1)s^{-1/m}, \quad k(s) = k(1)s^c, \quad K(s) = K(1)s^c, \quad (11.4)$$

donde $s = \theta/n$ es el grado de saturación (n es la porosidad), m es índice de distribución de del tamaño de poros en el suelo, y c es el índice de conectividad de los poros (una medida de la tortuosidad, o de la relación del camino real al camino en línea recta entre dos puntos). Las funciones evaluadas en $s=1$ indican su valor en la saturación. Además, estos índices no son independientes sino que que están relacionados en la forma,

$$c = (2 + 3m) / m \quad (11.5)$$

En la Tabla I se dan los valores en la saturación y también los valores típicos de los índices mencionados.

Suelo	$k(1)$ (cm^2)	$K(1)$ ($cm s^{-1}$)	$\psi(1)$ (cm)	n	m	c
Arcilla	4×10^{-10}	3.4×10^{-5}	90	0.45	0.44	7.5
Barro aluvional	4×10^{-9}	3.4×10^{-4}	45	0.35	1.2	4.7
Barro arenoso	4×10^{-8}	3.4×10^{-3}	25	0.25	3.3	3.6
Arena	1×10^{-7}	8.6×10^{-3}	15	0.20	5.4	3.4

Tabla I: Propiedades hidráulicas de algunos suelos bajo condiciones de no saturación.

Debe enfatizarse que estos valores resultan de ajustar las expresiones en la Ec. (11.4) a mediciones de propiedades de suelo en condiciones de laboratorio. Un suelo particular, en el laboratorio o en el campo, puede exhibir parámetros que varíen considerablemente de estos valores dados. Por ejemplo, cualquiera de los tipos de suelos en la Tabla I pueden exhibir en campo porosidades 10 ó 20% más alta que los preparados de laboratorio. Similarmente, el rango de conductividades hidráulicas puede ampliarse en varios órdenes de magnitud alrededor de los valores mostrados. El índice de distribución de poros m puede ser considerablemente menor (un orden de magnitud). En resumen, la Tabla I debe usarse sólo como un ejemplo de los parámetros que caracterizan la hidráulica del suelo. Nótese también que $\psi(1)$ no es cero, sólo a los efectos del ajuste empírico.

La ecuación de conservación de la masa para el caso no saturado y bajo la hipótesis de incompresibilidad del agua, es:

$$n \frac{\partial s}{\partial t} + \nabla \cdot \vec{q} = 0 \quad (11.6)$$

Reemplazando aquí la ley de Darcy, y escribiendo en términos del contenido de humedad $\theta = ns$, da:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(K_x(\theta) \frac{\partial \psi(\theta)}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(K_y(\theta) \frac{\partial \psi(\theta)}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(K_z(\theta) \frac{\partial \psi(\theta)}{\partial z} \right) + \frac{\partial K_z(\theta)}{\partial z} = \frac{\partial \theta}{\partial t} \quad (11.7)$$

Empleando la supuesta relación biunívoca $\psi(\theta)$, podemos escribir

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(D_x(\theta) \frac{\partial \theta}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(D_y(\theta) \frac{\partial \theta}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(D_z(\theta) \frac{\partial \theta}{\partial z} \right) + \frac{\partial K_z(\theta)}{\partial z} = \frac{\partial \theta}{\partial t} ,$$

(11.8)

donde

$$D_i(\theta) = K_i(\theta) \frac{\partial \psi(\theta)}{\partial \theta}, \quad i = x, y, z \quad (11.9)$$

es la difusividad en la dirección i-ésima.

Para un medio isótropo, las difusividades en las tres direcciones son iguales. Incorporando las dependencias como leyes de potencias de la Ec. (11.3), tenemos que:

$$D(\theta) = \frac{\psi(1)K(1)}{nm} s^d , \quad (11.10)$$

donde

$$d = c - 1 - \frac{1}{m} = \frac{c+1}{2} .$$

Infiltración y exfiltración

Se entiende por infiltración al proceso por el cual el agua superficial penetra en la matriz del suelo. Ya que las zonas superiores del suelo están generalmente no saturadas, el proceso de infiltración se describe mediante la Ec. (11.7). Si bien el flujo real es tridimensional, se asume comunmente que el flujo unidimensional (vertical) es el que domina. Esto lleva a que la ecuación de gobierno sea de la forma:

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left(D(\theta) \frac{\partial \theta}{\partial z} + K_z(\theta) \right) . \quad (11.11)$$

Aún bajo estas hipótesis, la solución general de la Ec.(11.11) para dadas condiciones de contorno e iniciales está fuera del alcance de este curso. Algunas soluciones particulares útiles pueden obtenerse en algunas condiciones particulares.

Si la succión capilar domina el flujo respecto del efecto gravitatorio, o si $K_z(\theta)$ no varía de manera importante con la profundidad, la Ec. (11.11) se simplifica a:

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left(D(\theta) \frac{\partial \theta}{\partial z} \right) . \quad (11.12)$$

Estas aproximaciones tienen mayor validez cuanto más bajo es el nivel de saturación del suelo, como ocurre al comienzo de la infiltración o al final de la exfiltración. Si se asume que la difusividad es constante (digamos, igual a su valor medio en el rango de saturación de trabajo), tenemos

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = D \frac{\partial^2 \theta}{\partial z^2} , \quad (11.13)$$

que describe tanto el proceso de infiltración como el de exfiltración. En el primer proceso, el agua sube verticalmente y sale al suelo por la presencia de un suelo seco en superficie. Este suelo seco es debido a la evaporación superficial.

La Ec. (11.13) es una ecuación de difusión lineal con amplias aplicaciones en la teoría de conducción del calor en cuerpos sólidos y en el transporte de contaminantes en cuerpos de agua. En consecuencia, ha sido ampliamente estudiada y existen una gran variedad de soluciones para muchas condiciones iniciales y de contorno. Aquí, nos interesaremos en el problema representado por las siguientes condiciones:

$$\theta = \begin{cases} \theta_i & z \leq 0; \quad t = 0 \\ \theta_0 & z = 0; \quad t > 0 \end{cases}, \quad (11.14)$$

donde el suelo está comprendido en el semiespacio $z \geq 0$, y tiene una humedad inicial θ_i . En $t=0$ la superficie del suelo cambia repentinamente su humedad y adopta el valor θ_0 , el cual se mantiene constante para tiempos mayores. Si $\theta_0 < \theta_i$, entonces se tiene un proceso de exfiltración, y si $\theta_0 > \theta_i$, se tiene infiltración. Razonando de manera similar a lo hecho para obtener la solución de Theis (medios saturados), vemos que la solución de la Ec. (11.13) puede escribirse como:

$$\theta = \theta_0 F(\xi), \quad \xi = \frac{z}{bt^\delta}, \quad (11.15)$$

donde b es una constante dimensional y δ un exponente a determinar. Reemplazando esta solución propuesta en la Ec. (11.13), y aplicando las condiciones iniciales y de contorno explicitadas en la Ec. (11.14), se obtiene:

$$\frac{\theta - \theta_0}{\theta_i - \theta_0} = \text{erf}(\xi), \quad \xi = \frac{z}{\sqrt{4Dt}}, \quad (11.16)$$

donde la función error $\text{erf}(\xi)$ ('error function') viene dada por:

$$\text{erf}(\xi) = \sqrt{\frac{4}{\pi}} \int_0^\xi e^{-y^2/2} dy. \quad (11.17)$$

La forma de la solución se muestra la curva de trazo grueso en la Fig. 2. Nótese que $\theta \equiv \theta_i$ para $\xi \geq 2$ o superior. De este modo, la profundidad aproximada del frente de humedad, definida como la posición z_f donde la humedad es esencialmente la dada por la condición inicial, es:

$$|z_f| = 4\sqrt{Dt}. \quad (11.18)$$

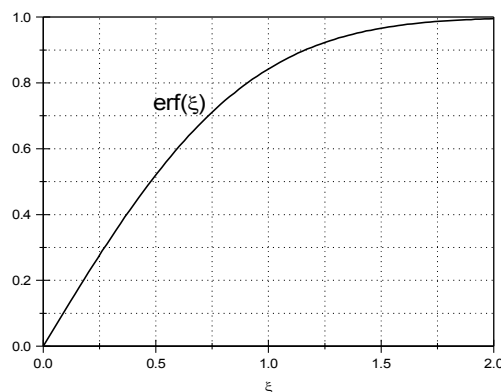


Fig. 4: Perfil vertical de humedad.

Si se hubiese considerado el efecto de la gravedad, entonces habría que corregir este valor adicionando el término $K_z(\theta)t$, puesto K_z es la velocidad de flujo por efecto de la presión hidrostática. Estudios de campo han mostrado que esta profundidad raramente excede los 2 metros en una amplia variedad de suelos y climas.

El flujo vertical de agua viene dado por:

$$q_z = -D \frac{\partial \theta}{\partial z} = \sqrt{\frac{D}{\pi t}} (\theta_i - \theta_0) \exp\left(\frac{z}{\sqrt{4Dt}}\right) , \quad (11.19)$$

Una cantidad de interés es el flujo evaluado en la superficie, $f = q_z(z=0)$, puesto que es la cantidad de agua por unidad de tiempo que está infiltrando ($f < 0$) o exfiltrando ($f > 0$) en el suelo:

$$f = \sqrt{\frac{D}{\pi t}} (\theta_i - \theta_0) . \quad (11.20)$$

Si se considera el efecto de la gravedad, entonces,

$$f = \sqrt{\frac{D}{\pi t}} (\theta_i - \theta_0) - K(\theta_0) . \quad (11.21)$$

La infiltración aumenta (f se hace más negativa) para menores valores de θ_i , mayores valores de θ_0 y de $K(\theta_0)$. A su vez, la infiltración aumenta con la raíz cuadrada de la difusividad, pero disminuye con el tiempo de manera inversamente proporcional con la raíz del tiempo. Todos estos son resultados esperados, y también observados tanto en campo como en laboratorio. Sin embargo, pierden validez para tiempos próximos al comienzo del proceso (p.ej., f diverge para $t=0$).

Es un hecho notable que no sólo θ sino también q_z (definido en la Ec. (11.19)) obedece la ecuación de difusión, Ec. (11.13) (basta derivar esta ecuación respecto de z para comprobar esta propiedad). En este caso, una solución general para q_z puede expresarse en la forma:

$$q_z = (A \cos mz + B \sin mz) e^{-Dl^2 t} + cte . , \quad (11.22)$$

donde l es una longitud constante. Esta solución permite la imposición de las siguientes condiciones:

$$\begin{aligned} q_z &= f_c \quad z=0, t=\infty, \\ q_z &= f_0 \quad z=0, t=0, \end{aligned} \quad (11.23)$$

donde f_0 ($> f_c$) es la tasa de infiltración inicial, y f_c su valor asintótico para tiempo muy grandes. Para $z=0$, estas condiciones dan:

$$f = f_c + (f_0 - f_c) e^{-Dl^2 t} . \quad (11.24)$$

Esta ecuación tiene la forma de la formulación empírica propuesta por Horton, que será discutida más adelante. La ventaja de esta formulación es que da un valor inicial finito para la tasa de infiltración.

Existen también soluciones para el problema de difusividad variable, Ec. (11.12). Philip (1960) propuso una solución en forma de expansión en serie para el problema con gravedad. Bajo las condiciones iniciales y de contorno indicadas en la Ec. (11.14), pero con $\theta_0 = n$ (es decir, superficie saturada), los primeros términos de su serie se reducen a:

$$f(t) = \frac{1}{2} S t^{-1/2} + A , \quad (11.25)$$

donde

$$S = 2(\theta_0 - \theta_i) \sqrt{\frac{D}{\pi}}, \quad A = \frac{1}{2} [K(\theta_0) - K(\theta_i)] , \quad (11.26)$$

y \bar{D} es un cierto valor promedio de la difusividad en el intervalo (θ_0, θ_i) . Una cantidad de interés es la infiltración acumulada, F , que se define como la profundidad acumulada de agua infiltrada dentro de un período dado:

$$F(t) = \int_0^t f(\tau) d\tau \quad (11.27)$$

Nótese que todas las soluciones aquí presentadas asumen que el suelo tiene siempre un cierto contenido de humedad, es decir que existe una fuente ilimitada de agua en $z=0$ desde el comienzo del proceso hasta tiempo muy grandes.

Ecuaciones empíricas de infiltración

En la práctica, la infiltración se calcula a partir de una innumerable cantidad de ecuaciones empíricas disponibles. La mayoría de ellas imitan el siguiente comportamiento. Para un dado tipo de suelo y condiciones de humedad previas, habrá una tasa de infiltración inicial f_0 . Esta tasa disminuirá a medida que se infiltre más agua, alcanzando finalmente una tasa constante, o capacidad de infiltración final f_c . Esta tasa ocurre cuando el suelo se ha saturado. Bajo condiciones estacionarias, será igual o menor que la tasa a la que el agua percola y fluye en el sistema de aguas subterráneas (acuíferos). Los parámetros f_0, f_c y el decaimiento de la capacidad de infiltración son funciones del suelo, condiciones de humedad, vegetación, intensidad de la lluvia y condiciones superficiales del suelo. Por ejemplo, el comportamiento de un dado suelo puede ser diferente bajo diferentes tormentas debido al sellado superficial causado por el impacto de las gotas de lluvia.

Ecuación de Horton

La formulación de Horton es equivalente a la Ec. (11.24)

$$f = f_c + (f_0 - f_c) e^{-\alpha t} \quad (11.28)$$

donde en la práctica, f_0, f_c y α son parámetros a ser estimados a partir de mediciones. En este caso, f_0 y α dependen de las condiciones de humedad antecedentes.

Cuando se trata de un evento de lluvias, el modelo de Horton (como así también la solución de Philip) no puede aplicarse desde el comienzo, digamos $t=0$. Esto es porque se supone que las capas superiores del suelo pueden suministrar suficiente caudal de agua como para hacer disminuir (p. ej., exponencialmente) la tasa de infiltración. En realidad, mientras la tasa de lluvias sea inferior a la tasa de infiltración inicial f_0 , toda la lluvia caída se infiltrará en el suelo a la tasa f_0 , sin que ésta disminuya durante el proceso.

Método de Green-Ampt

Se trata de un tratamiento alternativo del problema, que no proviene de la resolución (exacta o aproximada) de la ecuación general de gobierno ni de buscar una fórmula con propiedades plausibles. Este método es un modelo físico sencillo basado en hipótesis heurísticas que tiene una solución exacta.

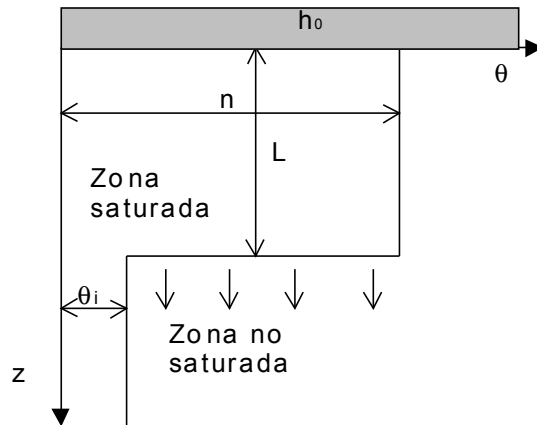


Fig. 5: Esquema del modelo de Green-Ampt.

Se asume que el frente de mojado está determinado por una transición brusca en que separa el suelo inferior con humedad θ_i , del suelo superior (saturado) con contenido de humedad $\theta_0=n$, donde n es la porosidad. El frente de mojado ha penetrado hasta una profundidad $L(t)$. En la superficie ($z=0$), el suelo se encuentra encharcado con superficie libre en $z=h_0$.

.....Páginas 112 a 124 de Chow.....
 Incluyen:

Modelo de Green-Ampt

Parámetros de Green Ampt

Modelo de Green-Ampt de dos capas

Tiempo de encharcamiento