Medición de la aceleración de la gravedad mediante un sistema fotosensor-placa detectora

Física Experimental I
Noviembre 2010

Fernández, Yohanna (yoko_6_10@hotmail.com)
Guariste, Maximiliano (maxi_862@hotmail.com)
Correa, Pablo (pablogcorrea@hotmail.com)

Resumen

En este trabajo se buscó mejorar el valor encontrado de la aceleración de la gravedad por el método de caída libre, que se obtuvo en una experiencia previa el cual fue $g = 10.6 \pm 0.7 \frac{m}{s^2}$. El valor hallado en este trabajo fue $g = 10.2 \pm 0.5 \frac{m}{s^2}$. A la vista del resultado se plantea la modificación del modelo teórico empleado.

Palabras claves: aceleración de la gravedad, caída libre, cinemática.

Introducción

Un objeto en caída libre es un objeto que se mueve únicamente bajo la influencia de la gravedad, independientemente de su movimiento inicial. Así, sin importar si su velocidad inicial está dirigida hacia arriba o hacia abajo la dirección de la aceleración debido a la gravedad de la Tierra es siempre hacia abajo.

Para analizar este movimiento se despreció la resistencia del aire sobre el cuerpo y la modificación de la aceleración de la gravedad con la altura de manera de considerar a la aceleración constante(1).

Cuando consideramos un cuerpo que cae con una velocidad inicial la distancia vertical h que recorre se describe por la expresión cinemática

$$h = \frac{1}{2} g t^2 + v_0 t \qquad (1)$$

donde g es la aceleración de la gravedad, t es el tiempo que dura la caída y v_0 es la velocidad inicial del cuerpo. En esta expresión se considera el origen de coordenadas $h_0 = 0$ a la altura desde la cual cae el cuerpo (Figura 1).

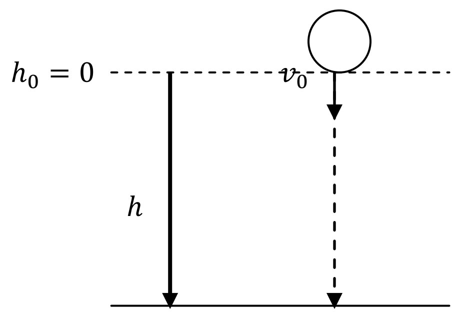

Figura 1
Representación esquemática de caída libre

Si se considera la velocidad inicial $v_0 = 0$, la expresión queda de la siguiente manera

$$h = \frac{1}{2} g t^2 \qquad (2)$$

En el trabajo previo de *Estevez, Medrano, Muguiro* [2] se plantea el experimento de caída libre de un cuerpo para hallar el valor de la aceleración de la gravedad utilizando una cámara digital convencional. Se obtiene un valor $g = 10.6 \pm 0.7\ \frac{m}{s^2}$, esto es un intervalo $(9.9 - 11.3)\ \frac{m}{s^2}$ con una confianza del 95%. Sin embargo concluyen que el valor de g obtenido con técnicas más precisas[3] ($g = 9.7991165 \frac{m}{s^2}$) no se encuentra en dicho intervalo.

Para realizar esta experiencia nos proponemos utilizar un instrumento distinto de medición del tiempo de caída libre.

Procedimiento

Para el montaje de la experiencia se utilizó un cuerpo esférico de diámetro $d = 0.01754\ m$. Se lo dejó caer desde tres alturas distintas. Dichas alturas se midieron con una cinta métrica con resolución de $0.001\ m$ y se muestran en la Tabla 1.

i	$h_i\ (m)$
1	0.805±0.001
2	0.683
3	0.603

Tabla 1
Alturas utilizadas

Se sostuvo el cuerpo de un hilo que pasaba por su centro, el hilo se pasaba por un orificio hecho en una madera. Así el cuerpo quedaba ubicado sobre el lado inferior de la madera y al momento de soltar el hilo el cuerpo caía (Figura 2).

Para determinar el tiempo de caída se utilizó un Fotosensor Pasco ME-9215A con una resolución de $0.001\ s$ conectado a la placa detectora Pasco ME-6810. Esta placa es sensible al impacto del cuerpo. El fotosensor se colocó lo más cerca posible al cuerpo (ver Figura 1) sin que se active el conteo del tiempo, para poder considerar velocidad inicial $v_0 = 0$. Una vez que el cuerpo se soltaba, el fotosensor iniciaba el tiempo de caída y se detenía al impactar la esfera contra la placa detectora. Las distintas alturas utilizadas se lograron elevando la placa detectora.

Figura 2
Cuerpo y fotosensor

Resultados

En la Tabla 2 se muestran las 10 medidas del tiempo de caída del cuerpo que se obtuvieron para cada altura.

Tiempo (s) h_1	Tiempo (s) h_2	Tiempo (s) h_3
0.399	0.370	0.345
0.394	0.367	0.347
0.401	0.365	0.343
0.403	0.365	0.344
0.405	0.363	0.351
0.400	0.366	0.348
0.400	0.366	0.344
0.396	0.363	0.348
0.398	0.365	0.348
0.395	0.368	0.346

Tabla 2
Tiempos de caída libre

La expresión (2) se puede representar de la siguiente manera

$$t^2 = \frac{2}{g} h \qquad (3)$$

En la Gráfico 1 se representa esta relación.

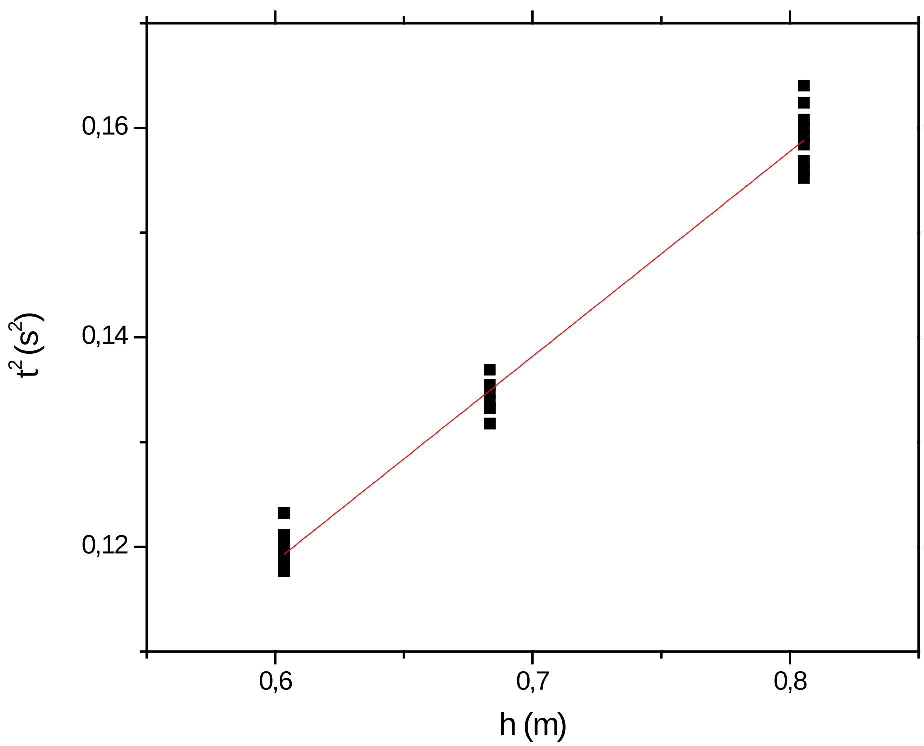

Gráfico 1
Cuadrado del tiempo en función de la altura. La línea continua corresponde a un ajuste lineal

Al aplicar el método de regresión lineal sobre $t^2 \; vs \; h$ se obtienen los siguientes resultados

$\alpha = 0.196 \pm 0.005 \; \frac{\mathrm{s}^2}{\mathrm{m}}$

$\beta = 0.001 \pm 0.003 \; \mathrm{s}^2$

$r = 0.991$

Donde α es la pendiente de la recta, β es la ordenada al origen y r es el coeficiente de correlación lineal.

De la expresión (3) se tiene:

$$g = \frac{2}{\alpha} = 10.2\,\frac{m}{s^2} \tag{4}$$

Con una incertidumbre absoluta de

$$\Delta g = \frac{\Delta\alpha}{\alpha} g \tag{5}$$

Logrando el siguiente valor de g con intervalo de confianza de un 95%

$$g = 10.2 \pm 0.5\,\frac{m}{s^2} \tag{6}$$

Análisis de resultados

Se obtuvo un valor de $g = 10.2 \pm 0.5\frac{m}{s^2}$, que representa el intervalo $(9.7 - 10.7)\ \frac{m}{s^2}$ donde sí se encuentra el valor de g calculado con técnicas más precisas[3] ($g = 9.7991165\,\frac{m}{s^2}$).

Con este resultado se puede apreciar que el valor de g obtenido en esta experiencia es más preciso y exacto que en el trabajo previo de *Estevez, Medrano, Muguiro* [2]. Sin embargo el valor $10.2\ \frac{m}{s^2}$ que se obtuvo es un valor por exceso. Un valor más exacto de g se logra cuando la pendiente α de la recta de ajuste es mayor que la obtenida. Esto implica que los valores de t medidos son menores a los esperados. Una posible explicación para esto es que la consideración $v_0 = 0$ en nuestro modelo teórico no es correcta.

Si ahora consideramos la expresión (1) donde $v_0 \neq 0$ y la escribimos así

$$\frac{2}{g}h + \frac{{v_0}^2}{g^2} = \left(t + \frac{v_0}{g}\right)^2 \tag{7}$$

Tomando $t' = t + \frac{v_0}{g}$, vemos que t' es efectivamente mayor que t. Por lo tanto, por la expresión (7) obtenemos una relación lineal entre h y t'^2 con una pendiente mayor que nuestro anterior modelo. La idea de que este modelo pueda ajustarse mejor al experimento indica que existe una separación significativa entre el cuerpo y el fotosensor al momento de iniciarse la caída, que estaría provocando $v_0 \neq 0$.

Podemos estimar la velocidad inicial del cuerpo a partir de la expresión (7). Considerando el valor de $g = 9.7991165\frac{m}{s^2}$ se puede ajustar v_0 para modificar $t' = t + \frac{v_0}{g}$. De esta manera se puede lograr un valor de la pendiente α que arroje como resultado $g \approx 9.79\ \frac{m}{s^2}$. Para los datos que obtuvimos de h y t, un valor aproximado de v_0 sería $v_0 \approx 0.16\,\frac{m}{s}$.

Aparte de nuestro experimento también medimos el tiempo Δt que tarda el cuerpo esférico en atravesar con su diámetro el fotosensor ($\Delta t \approx 0.050\ s$). De esta información y con el diámetro del cuerpo podemos calcular una velocidad promedio $\bar{v} \approx 0.35\ \frac{m}{s}$ al inicio de la caída. Vemos que v_0 es efectivamente menor que $\bar{v}$ como cabe esperar. También a partir de v_0 se puede estimar la distancia Δh de separación entre el fotosensor y la esfera a partir de la expresión cinemática

$$v_0{}^2 = 2g\Delta h \qquad (8)$$

De esta expresión se obtiene un $\Delta h \approx 0.001m$.

Conclusión

En este trabajo se llegó al siguiente valor de la aceleración de la gravedad $g = 10.2 \pm 0.5\frac{m}{s^2}$. A partir de este resultado se puede ver que se ha mejorado la experiencia pasada de caída libre, ya que se ha disminuido la incertidumbre asociada a dicha magnitud y además el valor de la gravedad es más exacto. Además consideramos que un modelo que contemple una velocidad inicial distinta de cero puede ajustarse mejor a las observaciones.

Bibliografía

(1) Resnick, Halliday, Krane, *Física Vol. I*, cuarta edición (2001)

(2) Estevez, Medrano, Muguiro, *Medición de la aceleración de la gravedad mediante una cámara digital convencional*, Física Experimental I, 2010.

(3) Información brindada por el Dr. A. Introcaso, Grupo de geofísica del Instituto de Física de Rosario (IFIR)