

Universidad Nacional del Centro
Facultad de Ciencias Exactas

ACELERACIÓN DE LA GRAVEDAD

DETERMINACIÓN DE SU VALOR

Realizado por:

- López, Marina
- Muriel, Nadia
- Nosedá, Victoria
- Pardini, Pamela

Profesor:

- Etcheverry, Carlos
- Santiago, Martín
- Toscano, Osvaldo

FISICA EXPERIMENTAL I, 2006

Introducción

La Segunda Ley de Newton [1 - 3]

$$\mathbf{F} = m \mathbf{a} \quad (1)$$

indica que la fuerza neta \mathbf{F} que actúa sobre un cuerpo es igual al producto de su masa m y su aceleración \mathbf{a} .

El *movimiento de un proyectil* es el caso de un cuerpo disparado en un tiro oblicuo. Si consideramos que la única fuerza que actúa sobre él es su propio peso, es decir, despreciamos la fuerza de roce ejercida por el aire sobre la bolilla y el efecto Coriolis, y consideramos a la bolilla como un punto; entonces $\mathbf{F} = \mathbf{P} = m \mathbf{g}$, donde \mathbf{g} es la aceleración de la gravedad y está dirigida hacia abajo.

Si X e Y son los ejes que determinan el plano del movimiento, las componentes de la fuerza según esos ejes serán:

$$F_x = 0 = m a_x \quad (2)$$

$$F_y = \mathbf{P} = m \mathbf{g} = m a_y \quad (3)$$

Puesto que la fuerza peso es nula en su componente horizontal, F_x es cero, y F_y es el peso, que actúa sólo en la dirección vertical. Entonces las componentes horizontal y vertical de la posición del cuerpo en función del tiempo son

$$x(t) = x_0 + v_{0x} t \quad (4)$$

$$y(t) = y_0 + v_{0y} t - \frac{1}{2} g t^2 \quad (5)$$

donde x_0 e y_0 son las coordenadas de la posición inicial del cuerpo, t el tiempo, v_{0x} y v_{0y} son las componentes de la velocidad inicial siendo

$$v_{0x} = v_0 \cos\theta \quad (6)$$

$$v_{0y} = v_0 \sin\theta \quad (7)$$

donde θ es el ángulo que forma el cuerpo con la horizontal cuando sale disparado.

Llamando D a la distancia horizontal alcanzada por el proyectil (en X), y h a la altura de final (Y alcanzada al final de la trayectoria), H la altura inicial, de la que parte el proyectil (y_0), y considerando el punto de partida en X (x_0) igual a cero, y reemplazando en las ecuaciones (4) y (5) tenemos:

$$h = H + v_0 \sin\theta t - \frac{1}{2} g t^2 \quad (8)$$

$$D = v_0 \cos\theta t \quad (9)$$

Despejando v_0 de la ecuación (9)

$$v_0 = D / \cos\theta t$$

y reemplazándola en la ecuación (8)

$$\begin{aligned} h &= H + (D / \cos\theta t) \sin\theta t - \frac{1}{2} g t^2 = \\ &= H + D \operatorname{tg}\theta - \frac{1}{2} g t^2 \end{aligned}$$

Despejando D obtenemos

$$D = (1/2 \operatorname{tg}\theta) g t^2 - (H-h) / \operatorname{tg}\theta \quad (10)$$

Entonces midiendo el alcance horizontal D del proyectil, el ángulo θ con el que sale y el tiempo t que tarda en realizar la trayectoria se puede determinar el valor de g . En particular vemos que D es una función lineal de t^2 . Es decir

$$D = \alpha t^2 + \beta \quad (11)$$

con

$$\alpha = (1/2 \operatorname{tg} \theta) g \quad (12)$$

$$\beta = - (H-h) / \operatorname{tg} \theta \quad (13)$$

En este experimento se medirán D y t^2 para disparos de una bolilla metálica con distintas velocidades iniciales, y a partir de dichos datos se calculará g mediante una regresión lineal.

Detalles experimentales

El montaje del experimento puede observarse en la FIGURA 1. Se utilizó un arreglo experimental marca Pasco, el cual consiste en un cañón que arroja una esfera metálica con tres velocidades distintas a elección, una plataforma y un cronómetro digital. Dicho cronómetro era activado mediante un fotocensor ubicado a la salida del cañón para iniciar el conteo del tiempo, que finalizaba cuando la bolilla tocaba la plataforma.

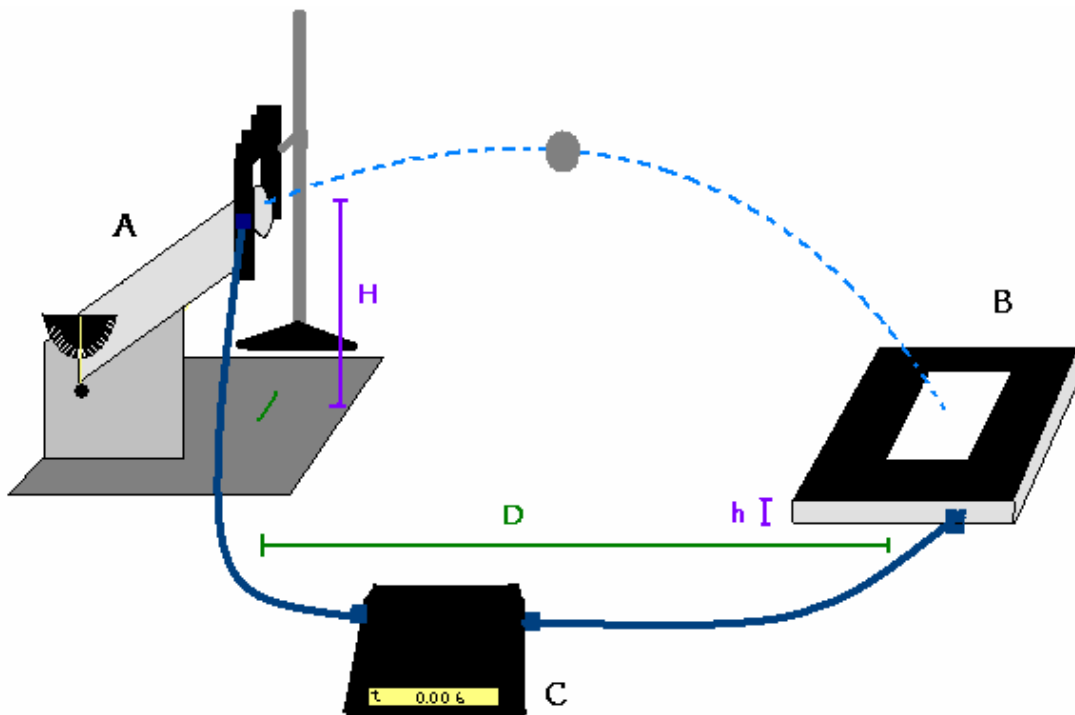


FIGURA 1: Cañón A que tira en forma oblicua una bolilla de metal, con un ángulo que marca en su base, mediante el cronómetro digital C se mide el tiempo de vuelo del proyectil, desde que sale del cañón hasta caer en la plataforma B.

Para el desarrollo de la experiencia afirmamos y nivelamos las bases del cañón y de la plataforma. Luego fijamos un ángulo de lanzamiento con su error, determinado por el

goniómetro incluido en el cañón; la altura inicial H , también fija, usando un hilo con un lastre para medir la vertical, y la altura final h , ambas con un calibre digital.

Lanzamos la bolilla veinte veces con cada velocidad. Para cada caída, medimos el alcance horizontal de la bolilla cuando ésta tocaba la plataforma. Para determinar este alcance colocamos en la plataforma una hoja milimetrada y sobre ella un papel carbónico, logrando que la bolilla dejara una imprenta en el punto de caída.

Para cada trayectoria tomamos nota del tiempo que marcaba el cronómetro.

Resultados

Las variables medidas fueron el ángulo (θ), las alturas (H y h), la distancia (D) y el tiempo (t).

Los dos primeros fijos para las tres velocidades:

- Angulo

$$\theta = 75^\circ \pm 1^\circ$$

$$\theta = 5\pi/12 \pm 0,0174 \text{ (en radianes)}$$

- Alturas

$$H = 22,615 \pm 0.2 \text{ cm}$$

$$h = 2,011 \pm 0.1 \text{ cm}$$

$$H-h = 0,200 \pm 0,003 \text{ m}$$

A continuación se muestran tres tablas con el tiempo de vuelo, la distancia horizontal alcanzada y sus respectivos errores, para cada velocidad.

Para la velocidad mayor:

| n | t (s) | δt (s) | D (cm) | δD (cm) |
|----|---------|----------------|----------|-----------------|
| 1 | 1,071 | 0,001 | 140,7 | 0,2 |
| 2 | 1,075 | | 135,6 | |
| 3 | 1,071 | | 146,0 | |
| 4 | 1,073 | | 145,4 | |
| 5 | 1,075 | | 145,7 | |
| 6 | 1,074 | | 147,4 | |
| 7 | 1,071 | | 145,9 | |
| 8 | 1,074 | | 145,6 | |
| 9 | 1,074 | | 147,4 | |
| 10 | 1,071 | | 150,7 | |
| 11 | 1,071 | | 145,9 | |
| 12 | 1,072 | | 149,4 | |
| 13 | 1,069 | | 145,9 | |
| 14 | 1,068 | | 145,2 | |
| 15 | 1,066 | | 146,9 | |
| 16 | 1,070 | | 147,7 | |
| 17 | 1,069 | | 145,3 | |
| 18 | 1,066 | | 146,7 | |
| 19 | 1,069 | | 148,4 | |

| | | | | |
|----|-------|--|-------|--|
| 20 | 1,067 | | 147,9 | |
|----|-------|--|-------|--|

Para la velocidad intermedia:

| n | t (s) | δt (s) | D (cm) | δD (cm) |
|----|---------|----------------|----------|-----------------|
| 1 | 0,830 | 0,001 | 90,4 | 0,2 |
| 2 | 0,831 | | 88,4 | |
| 3 | 0,833 | | 88,3 | |
| 4 | 0,833 | | 87,6 | |
| 5 | 0,831 | | 87,8 | |
| 6 | 0,830 | | 88,9 | |
| 7 | 0,834 | | 86,6 | |
| 8 | 0,832 | | 88,9 | |
| 9 | 0,832 | | 88,7 | |
| 10 | 0,830 | | 87,5 | |
| 11 | 0,832 | | 87,4 | |
| 12 | 0,832 | | 88,2 | |
| 13 | 0,831 | | 86,4 | |
| 14 | 0,831 | | 87,0 | |
| 15 | 0,831 | | 86,5 | |
| 16 | 0,832 | | 86,4 | |
| 17 | 0,831 | | 86,1 | |
| 18 | 0,831 | | 86,5 | |
| 19 | 0,830 | | 85,9 | |
| 20 | 0,830 | | 86,1 | |

Para la velocidad menor:

| n | t (s) | δt (s) | D (cm) | δD (cm) |
|----|---------|----------------|----------|-----------------|
| 1 | 0,647 | 0,001 | 49,8 | 0,2 |
| 2 | 0,649 | | 50,3 | |
| 3 | 0,648 | | 49,6 | |
| 4 | 0,647 | | 49,7 | |
| 5 | 0,649 | | 50,1 | |
| 6 | 0,648 | | 50,0 | |
| 7 | 0,648 | | 49,7 | |
| 8 | 0,650 | | 49,0 | |
| 9 | 0,650 | | 49,4 | |
| 10 | 0,649 | | 49,1 | |
| 11 | 0,649 | | 49,0 | |
| 12 | 0,651 | | 50,3 | |
| 13 | 0,650 | | 50,2 | |
| 14 | 0,649 | | 49,8 | |
| 15 | 0,651 | | 50,7 | |
| 16 | 0,652 | | 50,1 | |
| 17 | 0,651 | | 50,9 | |
| 18 | 0,650 | | 50,7 | |

En la siguiente figura se puede observar los datos experimentales: t^2 vs D

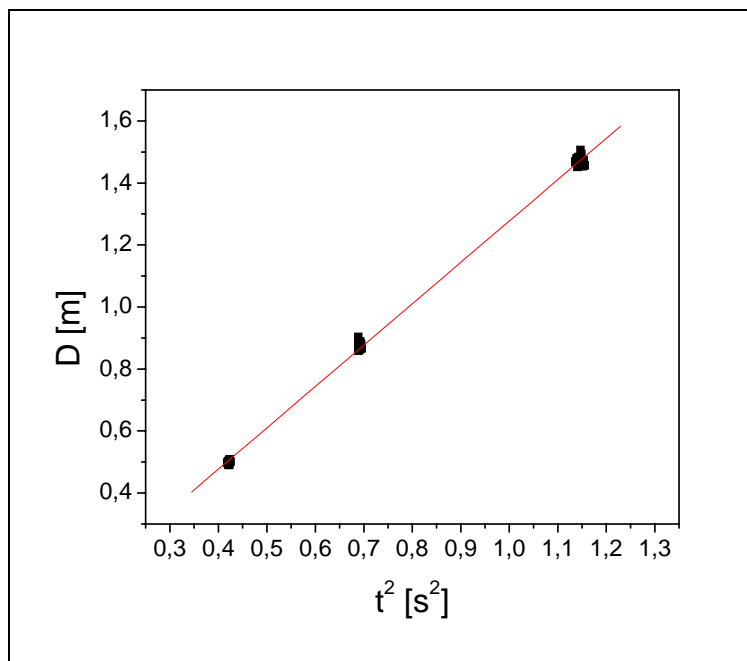


Figura 2: Los puntos son los pares $D-t^2$, medidos experimentalmente. La recta es la regresión lineal de dichos puntos.

Mediante una regresión lineal se encuentra la recta que mejor se ajusta a los datos experimentales, obteniéndose para la pendiente y la ordenada al origen, respectivamente:

$$\alpha = 1,33426 \pm 0,00661 \text{ s}^2/\text{m}$$

$$\beta = -0,05682 \pm 0,00533 \text{ m}$$

También se obtuvo un valor aceptable para el coeficiente de correlación, $R = 0,99934$.

Dado que la pendiente es $\alpha = g / (2 \operatorname{tg}\theta)$, entonces

$$g = 2\alpha \operatorname{tg}\theta \quad (14)$$

En el cálculo de errores, se combinan el error estadístico de α con el error por cotas de $\operatorname{tg}\theta$, resultando

$$\delta g/g \approx 2 \delta\alpha/\alpha + \delta\operatorname{tg}\theta/\operatorname{tg}\theta = 1 \% + 7\% \quad (15)$$

donde $\delta\operatorname{tg}\theta = (\operatorname{tg}\theta)' \delta\theta = \delta\theta / (\cos^2\theta)$

Reemplazando los valores obtenemos:

$$g = 9,959 \pm 0,794 \text{ m/s}^2$$

$$\boxed{g = 9,9 \pm 0,8 \text{ m/s}^2}$$

$$\boxed{g = 9,9 \text{ m/s}^2 \pm 8\%}$$

Conclusión

Luego de observar y analizar el movimiento de un proyectil mediante el uso de un cañón marca Pasco, y una bolilla, ambos de pequeño tamaño, llegamos al valor de la aceleración de la gravedad (g) en el laboratorio de física de la Facultad de Cs. Exactas.

Pudimos determinar g con una incertidumbre del 8 %: un 1 % introducido por la distancia horizontal, las alturas y el tiempo (contempladas en α) y un 7 % introducido por θ . Esto nos sorprendió: creíamos que α iba a introducir un mayor error que θ , porque durante la experiencia fue más difícil determinar la distancia D y la altura H que el ángulo θ .

De hecho, nos dio trabajo nivelar el cañón con la base en la que caía la bolilla, que junto con el desplazamiento de la base cuando la misma la tocaba, introdujeron error en D . Para determinar la altura inicial H , tuvimos que colocar un hilo con un lastre para encontrar la vertical de manera confiable.

En cambio, para determinar el ángulo solamente fue necesario observar con cuidado la medida que marcaba el mismo cañón en un goniómetro que tenía incorporado. Antes de cada lanzamiento, controlamos que dicho ángulo no variara.

Por esto, durante el cálculo de propagación de errores esperábamos que la mayor parte del error en g fuera introducido por α y no por θ . Esto no fue lo que sucedió, el ángulo fue la mayor fuente de error, debido a que la apreciación del instrumento de medición es de 1° ($1^\circ = 0,017$ radianes).

En tanto al valor obtenido del coeficiente de correlación, como fue cercano a uno, el modelo elegido no fue malo, resultó ser un buen modelo para cumplir nuestro objetivo.

El intervalo de incerteza obtenido de g contiene al valor conocido, utilizado habitualmente y que se encuentra en la literatura [4]: $9,79916 \text{ m/seg}^2$, lo cual nos hizo evaluar la experiencia como una experiencia satisfactoria.

Bibliografía:

- [1] Alonso, Finn, Física Vol 1, Fondo Educativo Interamericano, 1971, México.
- [2] Sears, Fundamentos de Física 1, Mecánica, Calor y Sonido, Aguilar, 1969, México.
- [3] Resnick, Halliday, Física parte 1, C.E.C.S.A., 1971, México.
- [4] Información brindada por el Dr. A. Introcaso, Grupo de Geofísica del Instituto de Física Rosario (IFIR).